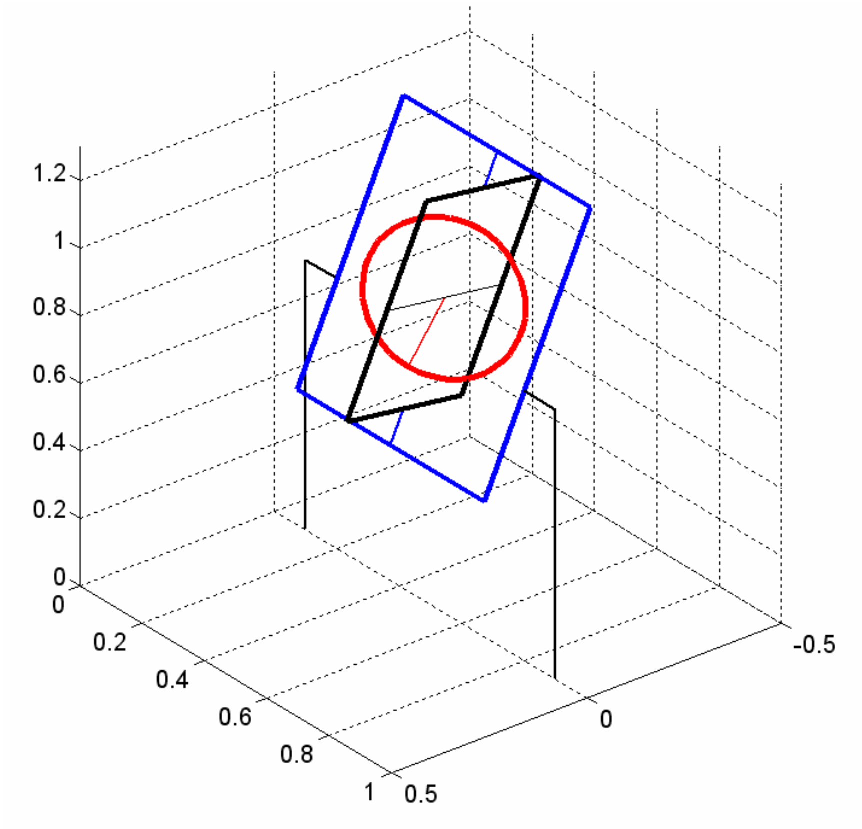
BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

Számítógépes Modellezés
Házi Feladat



Készítete: **Magyar Bálint**

Dátum: **2008. 01. 01.**

A feladat kiírása

A számítógépes modellezés c. tárgy házi feladataként a Wilson inga nevű giroszkopikus szerkezet modellezését programoztam le Matlab nyelven, és készítettem hozzá felhasználói felületet.

A Wilson ingán keresztül azt a jelenséget vizsgálhatjuk, hogy bizonyos giroszkopikus mechanikai rendszereket páros számú instabilitással rendelkező egyensúlyi helyzete körül a giroszkopikus erők stabilizálnak csillapítatlan esetben. A következő fejezet részletezi ennek elméleti hátterét.

A Wilson inga 3 szabadsági fokkal rendelkezik, a külső keret függőlegestől való eltérési szöge (alfa), a belső keret a külső keretre merőleges iránytól való eltérése (beta), és a pörgettyű körülfordulási szöge (fi).

A pörgettyű szöge ciklikus koordináta, a másik kettő szabadsági fok pedig egy-egy stabil, és egy egy instabil helyzettel rendelkezik. Ha a külső keretet felállítjuk, a belsőt kifordítjuk, kritikus szögsebességnél nagyobb szögsebbességgel megforgatott pörgettyű esetén a kettős instabil helyzet stabilizálódik.

A mozgásegyenlet, számítógépes algoritmus kidolgozása, leírása

Az előzőekben ismertetett T kinetikus energia és U potenciálfüggvény segítségével a Lagrange egyenlet szerint kapjuk a szimulálandó differenciálegyenlet rendszert. A Lagrange egyenlet másodfokú, így Chauchy átírásra van szükség a Matlabban történő szimuláláshoz. Végeredményben 6 ismeretlen függvényre kapunk egy elsőfokú differenciálegyenletrendszert. Az algebrai lépéseket a Mathematica szimbolikus nyelv segítségével végeztem el.

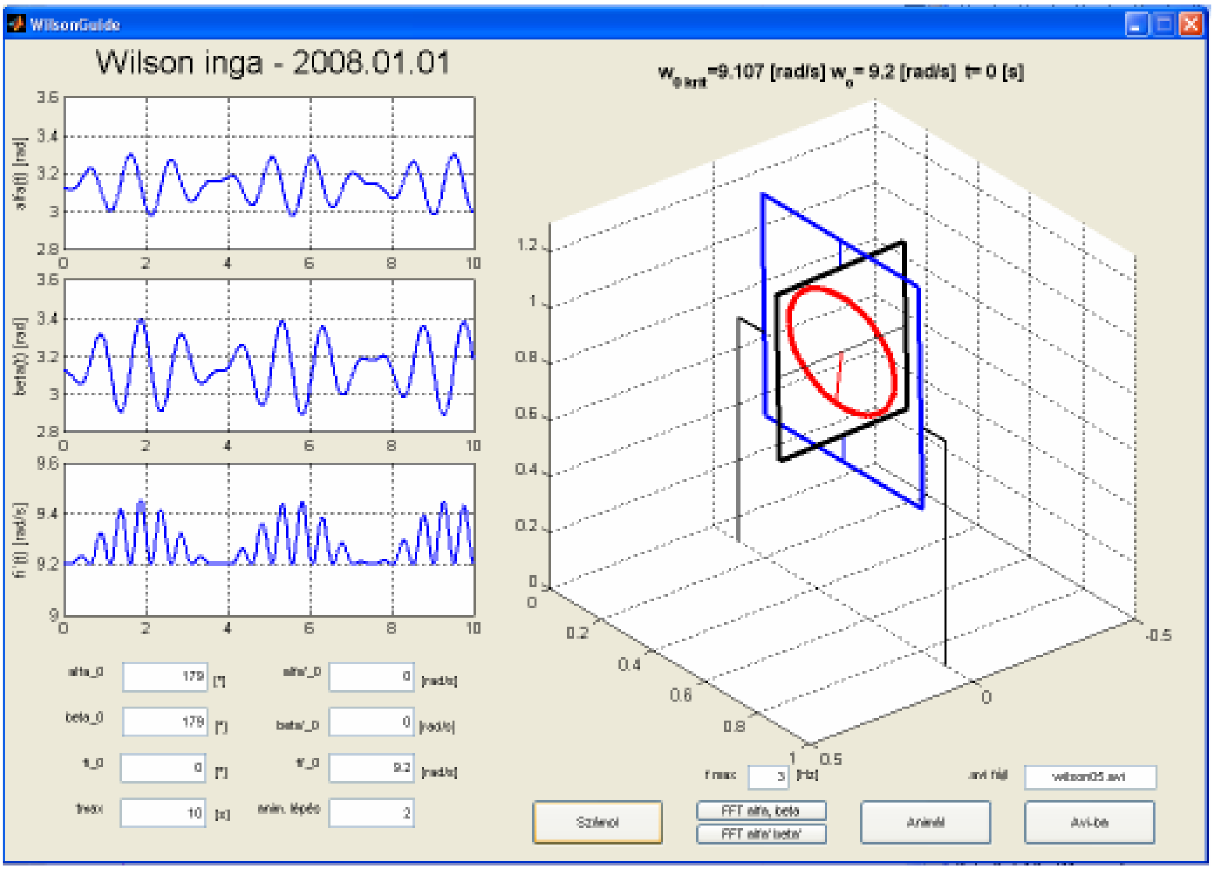
A 3 másodfajú mozgásegyenletből kifejezhetőek az általános koordináták második deriváltjai, így képezhetjük a 6 ismeretlen függvényt. Ezeket Mathematicából exportálva beilleszthetővé váltak Matlab programba.

A Matabban az **ODE15S** algoritmust használtam, a relatív tolerancia értéket 10^{-6} ra állítottam, mivel a belső keret nemlinearitását rosszul kezelte alapértelmezett beállításon. Ezzel az értékkel 179.99° indítószögnél jelentkezik a probléma, ami alapértelmezett értékeknél már 150°-nál, azaz a keret nem kezd peridikusan mozogni, hanem folyamatosan körbefordul, és átlendül az instabil ponton.

A számítógépes kódot a melléklet tartalmazza.

A program használata

A program futási képe:



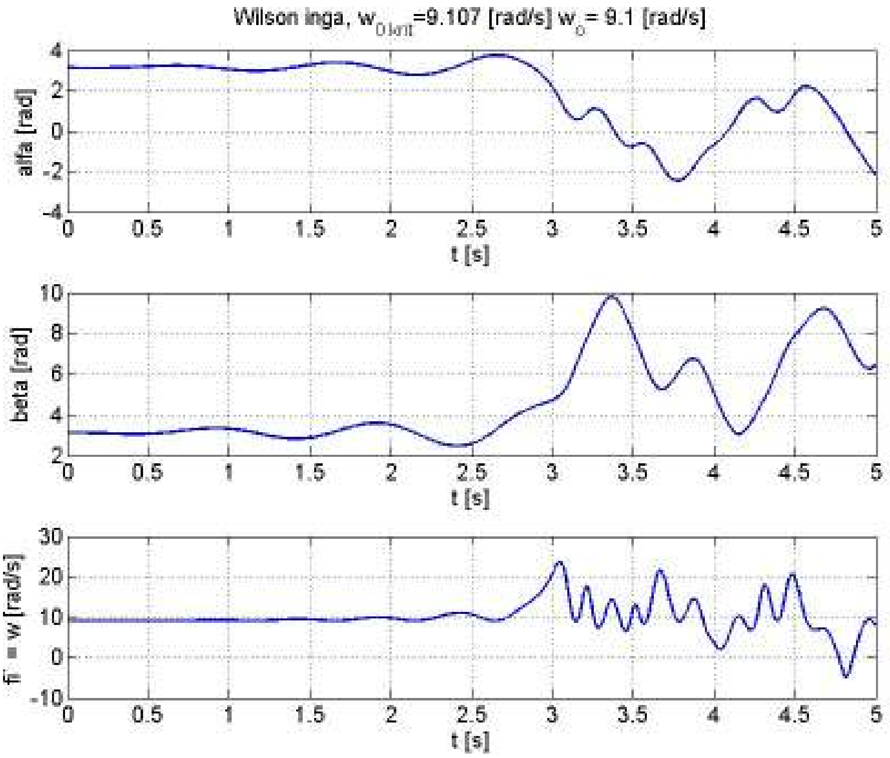
A program indulása után megadjuk a kezdeti feltételeket, a szimuláció befejző időpillanatát, majd a „számol" gomra kattintva elindul a megoldó. Ha a számítás lefutott, a gombon megjelenik a „Kész!" felirat, és megjennek a bal oldali diagrammon a számolt útjelek. Lehetőségünk van az FFT gombokra kattintva alfa, és béta útjeleinek gyors fourier transzformáltjainak megjelenítésére, illetve a szögsebességekre is. Azért van szükség a sebességek FFT –jára, mert a felső helyzetben Pi körül egyensúlyoz kis amplitúdóval, a szöghelyzetek FFT jében a konstanshoz tartozó 0 csúcs elnyom minden más jelleget.

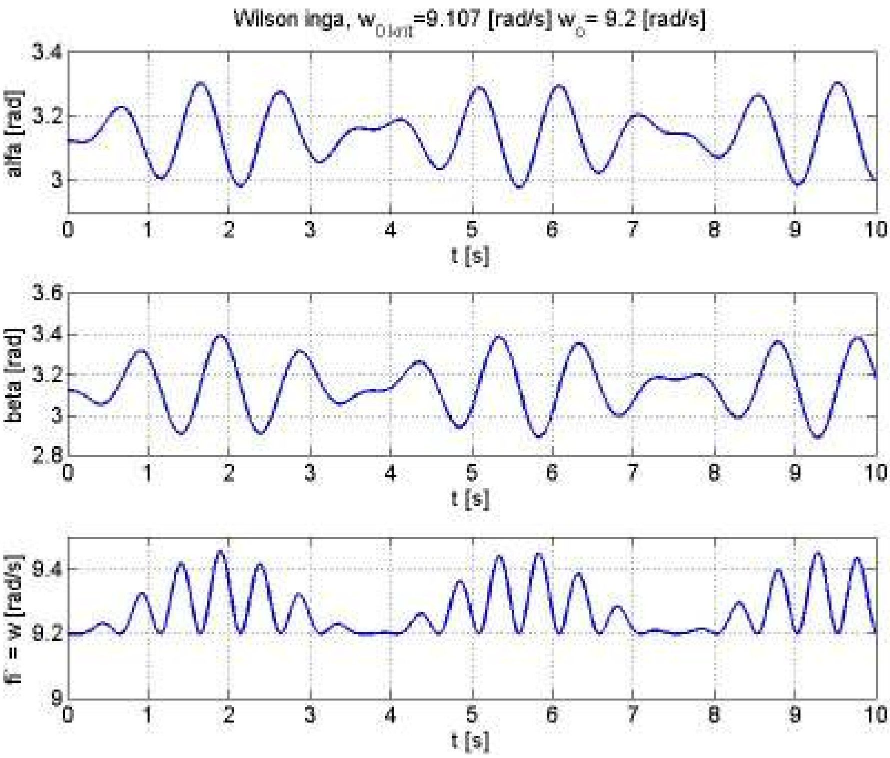
Az „Animál" gomb lenyomása elindítja a főablakban a szimulált mozgás animációját, a címsorban láthatjuk a valós idő múlását. Az „anim. lépés" mező tartalma azt jelenti, minden hányadik megoldási lépés legyen kirajzoltatva az animációs részben.

Az „Avi-ba" gomb megnyomása a gomb feletti fájlba generál egy a valóságos mozgási sebességet felére lassított videót. Ezek a videók már sokkal jobban követik az igazi dinamikát, mivel a megoldó nem állandó lépésközű, az Avi-ba utasítás úgy válogatja ki a megoldási lépéseket, hogy az idő folyamatosan teljen az animáció során.

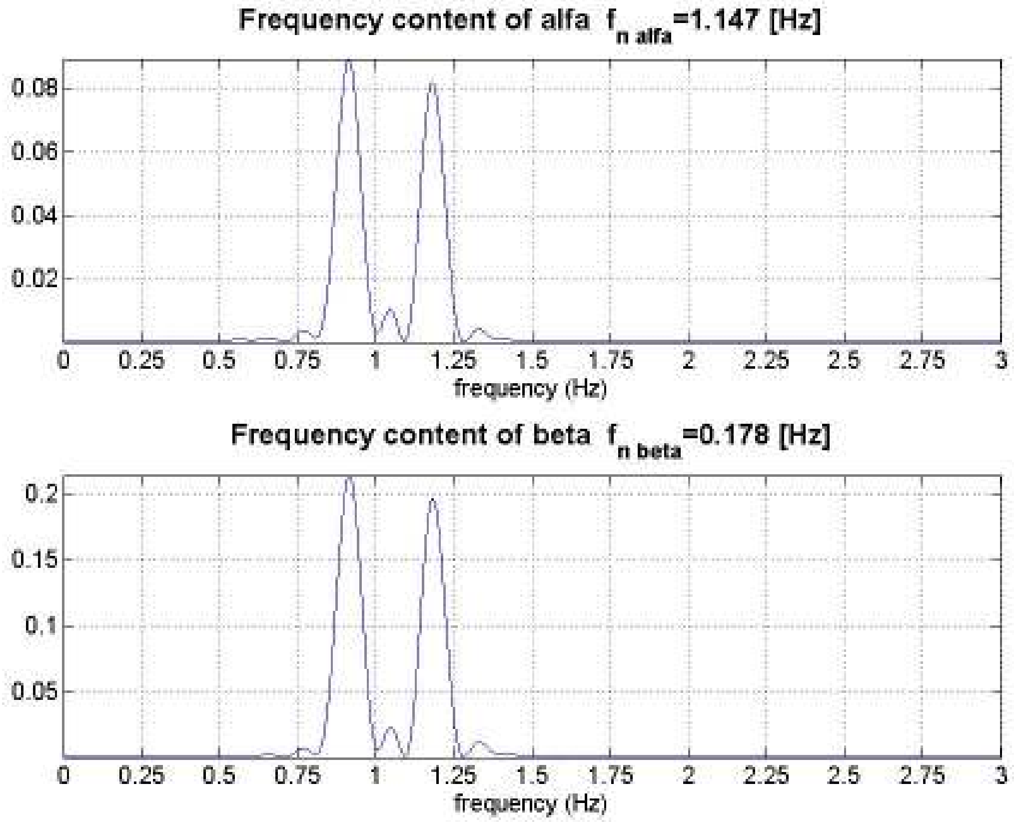
Validálás, eredmények

Ahogy a Mathematica szkriptben látható, a kiszámolt kritikus indítási szögsebesség 9.107 [rad/s]. Ezt a szimuláció nagyszerűen visszaadja, 9.1 [rad/s]-al indítva nem marad fent az inga, 9.2 [rad/s] al indítva pedig jól láthatóan közel a stabilitásvesztési határhoz, de még azon belül egyensúlyoz. Az alábbi két diagramm ezzel a két indítási szögsebességgel futtatott eredményeket tartalmazza,, az ezekhez tartozó Avi fájlok elektronikusan leadásra kerülnek.





A stabil megoldás FFT-jében jól látható a két jellemző frekvencia, amik nem kötődnek a két lineáris sajátlengés sajátfrekvenciájához.



Konklúzió, hivatkozások

Végeredményben sikerült igazolni szimulációval a lineáris rendszerre felírt elméleti eredményeket a kritikus pörgettyűszögsebességgel kapcsolatban.

Érdekes dolgokat tapasztalhatunk, ha a fentiekkel ellentétben nem 179, hanem 178 fokokról indítjuk a rendszert, ez esetben a 9.2 [rad/s] már nem elég a stabilizáshoz, látszik, hogy ekkora perturbácót már nem tud stabilizálni a lineáris stabilitás határát ilyen mértékben megközelítő pörgettyűsebesség.

Az elméleti összefoglalóban található órai jegyzet Dr. Stépán Gábor Analitikus mechanika c. tárgy óráin készült.