

### Kvázistacionárius erőkterek és elektromágneses hullámok

Egy zárt vezetőre kifeszített  $A$  felületre a  $\Phi$  indukció fluxus értéket a

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

integrál definiálja; nagyságát MKS rendszerben Vs-ben kapjuk. Az indukált elektromotoros erőt az indukciófluxus idő szerinti deriváltja szolgáltatja.

$$U = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

A kölcsönös indukció együtthatókat az

$$U = - (L_{k1} \frac{dI_1}{dt} + L_{k2} \frac{dI_2}{dt} + \dots + L_{kn} \frac{dI_n}{dt})$$

összefüggés adja. A fluxus segítségével ugyanezek a

$$\Phi = L_{k1} I_1 + L_{k2} I_2 + \dots + L_{kn} I_n$$

módon fejezhetők ki. Az indukció együttható egysége a Henry: 1 Henry az indukció együttható, ha 1 s alatt 1 amper egyenletes áramerősség változás 1 volt feszültséget hoz létre: 1 Hy = 1 Vs/A.

n számú vezetőben folyó  $I_1, I_2, \dots, I_n$  áramok által létrehozott mágneses erőtér energiája

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{H} \cdot \vec{B} dV = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n L_{ik} I_i I_k$$

Váltakozó áramú körökben zárt áramkörre a Kirchhoff-törvény:

$$\mathcal{E} - \sum_{i=1}^n L_{ki} \frac{dI_i}{dt} + \sum \frac{Q_k}{C_k} = \sum R_k I_k$$

A váltakozó áramú körökben fellépő  $X_L = \omega L$  induktív és  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  kapacitív ellenállások, valamint  $R$  ohmikus ellenállás soros eredő impedanciája  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ .

Az áram és feszültség közti fáziseltolódásra:

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Veszteség nélküli rezgőkör rezonancia frekvenciáját az

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Thomson-formula adja, míg veszteséges rezgőkörnél

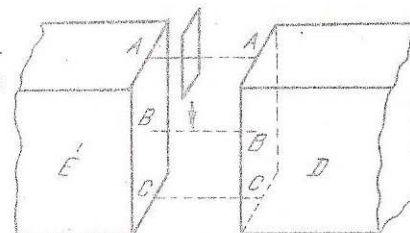
$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} < \omega$$

a rezonancia frekvencia.

276. 950 km/ó sebességű repülőgép szárnyainak végei között mekkora elektromotoros erő indukálódik, ha azok távolsága 12,5 m, a földmágnesség vertikális komponense pedig 40 A/m?

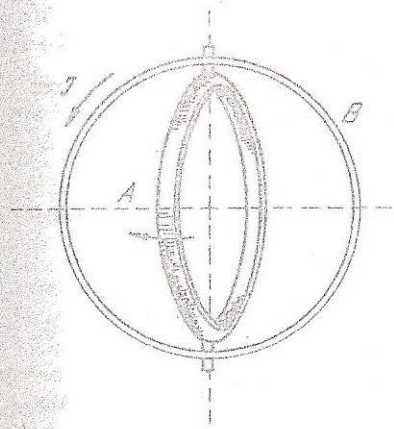
277. A talajtól elektromosan elszigetelt vasuti pályatesten 90 km/ó sebességű gyorsvonat halad. Ha egy helyen zárjuk a sínpárt, akkor a záróhuzal, a két sín és a mozdony zárt áramkört alkot. Az áramkör által bezárt terület változása közben a mozdony metszi a földmágnesség térerősségének függőleges komponensét, amely 24 A/m. Mekkora az indukálódó elektromotoros erő, ha a sínek távolsága 143,5 cm? Függ-e ennek nagysága attól, hogy a záróhuzal a mozdony előtt vagy mögött van?

278. Egy kisméretű derékszögű négyszög alakú keret esik szabadon egy nagyterjedésű erős elektromágnes pólusai között. (34. ábra) Mi lesz a keretben indukált elektromos áram iránya, amikor a keret középpontja átmegy az A, B, és C helyeken?



34. ábra

279. Egy körvezetékben áram indukálódik, mialatt egyik átmérője körül 90°-kal elfordul egy másik körvezetékben, amelyben áram folyik.



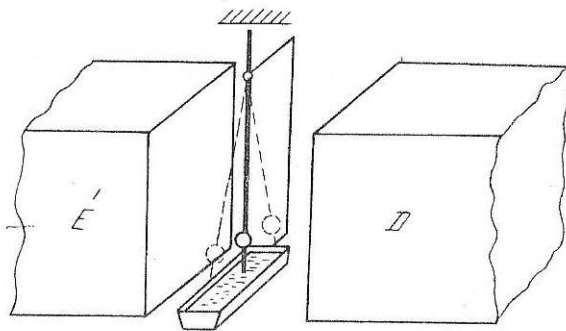
35. ábra

(35. ábra) Határozzuk meg az áram irányát a mozgó A körvezetékben, miközben az a B-re merőleges helyzetből a nyíl irányában a B síkjába fordul.

280. Vékony fémdrótból és egy súlyos gömbből álló fonálinga vége higanyal telt edényben mozog és ezen keresztül zárt áramkört alkot. (36. ábra.) Az inga lengéssíkja egy erős elektromágnes széles pólusainak síkjával párhuzamos; a pólusok közötti távolság felezőszikja. A lengés alatt az inga vége állandóan a higanyban marad. Mi lesz a mágneses erőtér hatása az inga lengéseire?

Milyen irányú áram jön létre az inga áramkörében?

281.  $0,1 \text{ Vs/m}^2$  indukcióju homogén mágneses erőterben egyenletesen forog egy 100 menetű tekercs, a tekercs tengelyére merőleges és a mágneses erőterre is merőleges tengely körül. Fordulatszama  $n = 5/\text{s}$ , keresztmetszetének területe  $100 \text{ cm}^2$ . Határozzuk meg a tekercs forgása közben indukált maximális elektromotoros erőt.



36. ábra

282.  $0,2 \text{ Vs/m}^2$  indukcióju homogén mágneses erőterben egy  $10 \text{ cm}$  átmérőjű gyűrű forog az egyik átmérő meghosszabbítását képező és a mágneses erőterre merőleges tengely körül  $n = 3000$  fordulat/perc fordulatszámmal. Hány kalória hő keletkezik percenként a gyűrűben, ha annak ellenállása  $0,001 \Omega$ , és az önindukciós hatástól eltekintünk?

283. Egy 500 menetű,  $80 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű tekercs percenként 300 fordulatot tesz a forgástengelyre merőleges  $10^5/2\pi \text{ A/m}$  erősségű homogén mágneses erőterben. Számítsuk ki a tekercsben indukált elektromotoros erőt, ha a tekercs síkja a.  $0^\circ$ , b.  $30^\circ$ , c.  $60^\circ$ , d.  $90^\circ$ -os szöget zár be a mágneses erőterrel.

284.  $B = 0,84 \text{ Vs/m}^2$  indukcióju homogén mágneses erőterben a  $= 5 \text{ cm}$  oldalú négyzet alakú vezető keret forog, amely  $q = 0,5 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű réz huzalból készült kisszámu menetből áll. A keret végeit rövidre zártuk. A forgásnál a keretben indukált áram maximális erőssége  $I = 1,9 \text{ A}$ .

- Határozzuk meg hány fordulatot végez másodpercenként a keret.
- Hogyan kell megváltoztatni a keret szögsebességét, hogy az áramkörben az áramerősség változatlan maradjon, ha a rézhuzalt a vas-huzallal helyettesítjük?

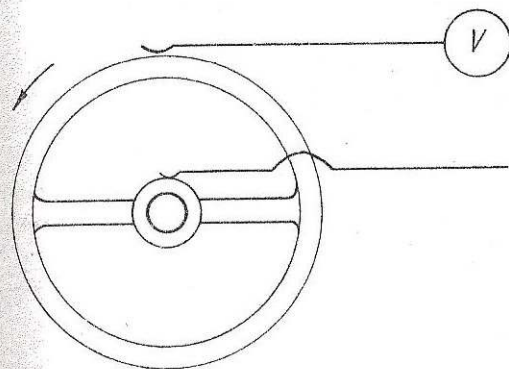
(A réz fajlagos ellenállása  $0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ; A vas fajlagos ellenállása  $0,098 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ).

285. Kelt-e az óra járása indukált elektromotoros erőt?

286. Egy derékszögű (a és b oldalú) keret változó  $\omega = \omega_0(1 - e^{-kt})$  szögsebességgel forog egyik oldala körül a B indukcióju mágneses erőterben, amely a forgástengelyre merőleges. Határozzuk meg az indukált U

elektromotoros erő nagyságát, ha a keret a kezdeti időpontban az erőterre merőleges.

287. Vegyünk egy küllős fémtárcsát és forgassuk homogén mágneses erőterben az erővonalakkal párhuzamos tengely körül (lásd a 37. ábrát)

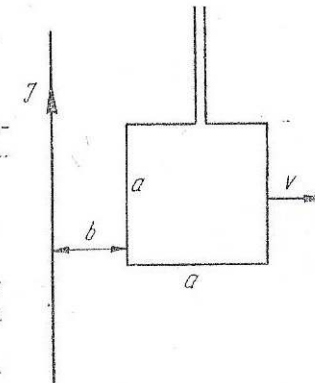


37. ábra

Mekkora feszültség mérhető a tárcsa tengelye és pereme között? A tárcsa sugara  $r = 30 \text{ cm}$ , a mágneses indukció  $B = 0,5 \text{ Vs/m}^2$ , a fordulatszám  $n = 3000/\text{perc}$ .

288. Egy  $10 \text{ cm}$  sugarú rézkorong másodpercenként 20 fordulatot tesz a síkjára merőleges homogén mágneses erőterben. Ha a középpontja és a széle között indukált elektromotoros erő  $3,14 \text{ mV}$ , mekkora a mágneses erőter erőssége?

289. Egy derékszögű, huzalokból készült négyszögalakú keret forog állandó sebességgel egyik oldala körül, amely párhuzamos egy igen hosszú, áramtól átjárt egyenes vezetővel (38. ábra). Melyik helyzetben lesz a legnagyobb, illetve a legkisebb az indukált elektromotoros erő?



39. ábra

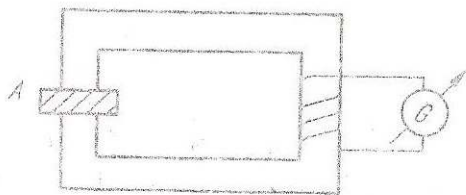
290. Legyen egy végtelen hosszúnak tekinthető egyenes vezető, amelyben I áram folyik, egy a oldalú vezető négyzet síkjában az egyik oldallal párhuzamosan. A keret a vezetőre merőleges v sebességgel távolodik a vezetőtől. (Lásd a 39. ábrát.)  $t = 0$  pillanatban a vezető és a keret vezető felé eső oldala között a távolság b. Írjuk fel az indukciófluxust a keretben mint az idő függvényét, és állapítsuk meg a ke-

reben indukált feszültséget a  $t = 0,01$  másodpercben. ( $I = 30$  A,  $a = 10$  cm,  $b = 0,2$  cm,  $v = 100$  cm/s).

291. Számítsuk ki az előző feladatban ismertetett elrendezés és adatok mellett a keret egy kiszemelt keresztmetszetén az első másodperc alatt átáramló töltésmennyiséget, ha a keret ellenállása  $2 \cdot 10^{-4} \Omega$ .

292. Egy 3 cm sugarú, cm-ként 15 menetű hosszú tekercsben 4 A-s áram folyik. Ennek a tekercsnek a közepébe helyezünk egy 1000 menetű, 60  $\Omega$  ellenállású másik tekercset. Mennyi töltés fog áthaladni a második tekercsben, ha az elsőben a 4 A-es áram irányát ellenkezőjére változtatjuk?

293. Egy 30 menetű,  $10 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű tekercs  $10^6/4\pi$  A/m erősségű homogén mágneses térben helyezkedik el, síkjával az erővonalakra merőlegesen. Amikor a tekercset hirtelen kivántjuk a térből, akkor a vele sorbakapcsolt galvanométer  $10^{-5}$  Coulomb töltés átáramlását jelzi. Mekkora a galvanométer és a tekercs együttes ellenállása?



40. ábra

294. Egy tekercs áramkörébe ballisztikus galvanométert kapcsolunk (lásd a 40. ábrát). A tekercset zárt mágnesezett magra helyezzük, majd hirtelen kihúzzuk a magot záró "A" vaslemez és ekkor a galvanométer 20 osztásnyi kitérést mutat. A tekercs és a galvanométer ellenállása  $100 \Omega$ , a gal-

vanométer állandója  $10^{-8}$  C/osztás. Mekkora az "A" lemez eltávolítása következtében fellépő  $\Delta \Phi$  indukciófluxus-változás?

295.  $0,1 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses erőterben az erővonalakra merőlegesen elhelyezünk egy  $25 \text{ cm}^2$  területű négyzet alakú keretet, amely  $1 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű rézdrótból készült. Mennyi töltés halad át egy adott pontban a keresztmetszeten, ha az erőteret kikapcsoljuk? (A réz fajlagos ellenállása  $0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ).

296. 2 cm sugarú kör alakú vezetőt a síkjára merőleges  $0,2 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú mágneses erőterbe helyezünk. A körvezető ellenállása  $1 \Omega$ . Mekkora töltésmennyiség áramlik át a körvezetőn, ha azt  $90^\circ$ -kal elfordítjuk?

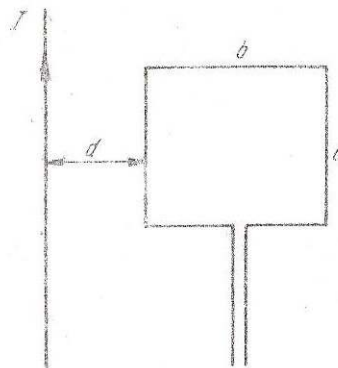
297. Egy  $n = 100$  menetszámú,  $A = 2 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű,  $\ell_0 = 20$  cm hosszúságú tekercsben  $I = 0,5$  A áram folyik. Ekkor a tekercset mechanikai rezgésbe hozzuk, hogy hossza  $\ell = \ell_0 (1 + a \cdot \cos \omega t)$  szerint változzék, ahol  $a = 0,05$  és  $\omega = 400 \text{ rad/s}$ . Határozzuk meg a tekercsben indukálódó csúcfeszültség közelítő értékét. Megjegyzés: a számításhoz felhasználható, hogy  $a \ll 1$ .

298. Forgogjon  $r$  sugarú kör mentén egy, a forgástengellyel párhuzamos  $\ell$  hosszúságú vezető  $\omega$  szögsebességgel a tengelyre merőleges

- homogén mágneses erőterben,
- olyan erőterben, ahol az indukció  $B = B_0 \sin \omega_0 t$  törvényszerűség szerint változik.

Határozzuk meg a feszültség időbeli lefolyását mindkét esetben.

299. Egy derékszögű négyzet alakú vezető keret síkjában az a éllel párhuzamosan elhelyezünk egy végtelen hosszúnak tekinthető egyenes vezetőt, amelyben  $I = I_0 \cos \omega t$  áram folyik (lásd a 41. ábrát). A vezető és a keretnek a vezetőhöz közelebbi párhuzamos oldala közötti távolság  $d$ .



41. ábra

a) Mekkora a keretben indukált elektromotoros erő effektív értéke voltokban?

b) Mekkora az egyenes vezető és a vezető keret közötti kölcsönös indukciótási együttható? ( $a = 50$  cm,  $b = 20$  cm,  $d = 1$  cm,  $I_{\text{eff}} = 20$  A,  $\omega = 200$  Hz)

300. Egy  $10$  cm átmérőjű gyűrű, amely  $1 \text{ mm}$  átmérőjű rézhuzalból készült,  $10^{-3} \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses erőterben forog az erőterre merőleges tengely körül  $14 \text{ s}^{-1}$  fordulatszámmal. A gyűrű önindukciós együtthatója  $3 \cdot 10^{-7} \text{ Hy}$ .

- Határozzuk meg a gyűrűben folyó indukált áram effektív értékét.
- Mekkora lenne a gyűrűben folyó áram, ha annak ohmos ellenállása zérus lenne (szupravezető).

(A réz fajlagos ellenállása  $0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ .)

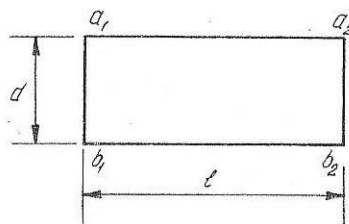
301. Két hosszú párhuzamos vezetőben ugyanolyan intenzitású áram folyik egymással ellenkező irányban. Mindkét vezető keresztmetszetének sugara  $3 \text{ mm}$ , egymástól való távolságuk  $3 \text{ cm}$ . Adjuk meg az elrendezés  $1 \text{ cm}$  hosszúságú darabjának önindukciós együtthatóját.

302. Határozzuk meg a végtelen hosszúnak tekinthető  $a_1 - a_2$  ill.  $b_1 - b_2$  párhuzamos vezetőkből álló rendszerek kölcsönös indukció együtthatóját. A vezetők hossza  $\ell, \ell \gg d$ . (Lásd a 42. ábrát).

303. Egy nagy  $\ell_1$  hosszúságú  $N_1$  menetszámú tekercs belsejében egy kisebb tekercset helyezünk el, amelynek sugara  $r_2$ , menetszáma  $N_2$ . Ha-

tárazzuk meg a kölcsönös indukciós együtthatót, ha a kisebb tekercs tengelye a nagyobbik tengelyével  $\varphi$  szöget alkot. (Lásd a 43. ábrát).

304. Sorbakötünk egy  $R$  ellenállást és egy  $L$  önindukciójú tekercset, és egy állandó feszültségű telepre kapcsoljuk, amely  $\nu$  frekvenciával szinuszosan változik. Ha  $\tau$ -val jelöljük azt az időt, amennyi alatt az áram a stacionárius érték felét éri el, határozzuk meg az áram feszültségéhez képest való késésének  $\varphi$  szögét.



42. ábra

305. 50 periódusú áramkörben 50 ohm ohmikus ellenállás és ismeretlen önindukciós tényezőjű tekercset kapcsolunk sorosan. A fázisszög  $45^\circ$ . Mekkora az önindukciós együttható és mekkora kapacitású kondenzátor soros bekapcsolása szüntetheti meg a fáziseltérést?

306. Egy  $4 \mu F$  kapacitású kondenzátort ismeretlen nagyságú ellenállással sorbakötve 110 V-os, 50 Hz frekvenciájú

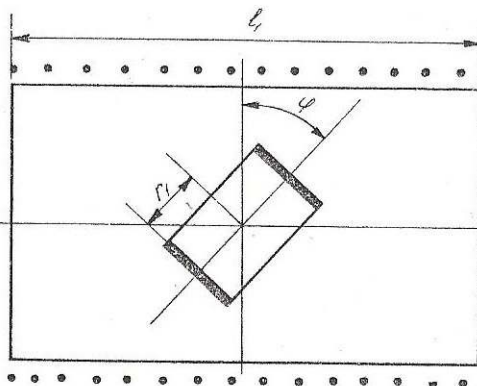
váltakozó áramu hálózatra kapcsolunk. Az ellenállás kapcsain 9000 ohm belső ellenállású voltmérő 88 V feszültséget mutat. Mekkora az ismeretlen ellenállás?

307. Mekkora áram halad át egy sorbakötött  $20 \mu F$ -os kondenzátoron és  $15 \Omega$ -os ellenálláson, ha a 110 V-os,  $50 s^{-1}$  frekvenciájú hálózatra kötjük. Mekkora feszültség esik az egyes kapcsolási elemeken?

308. Egy 50 V feszültségű,  $1000 s^{-1}$  frekvenciájú generátor körében  $100 \Omega$ -os ellenállást, 40 millihenrys tekercset és  $0,12 \mu F$ -os kondenzátort kötöttek sorba. Határozzuk meg a körben folyó áramot és az áram és feszültség közötti fázisszöget. Mekkora a disszipálódó teljesítmény?

309. Állapítsuk meg egy  $10^{-3}$  millihenrys tekercsből és  $6 pF$ -os kondenzátorból álló soros kör rezonancia frekvenciáját.

310. Határozzuk meg a tekercsen disszipálódó teljesítményt, ha a tekercs ohmos ellenállása  $14 \Omega$ , látszólagos ellenállása  $40 \Omega$ , a feszültség 120 V.



43. ábra

311. Mekkora a tekercs induktivitása, ha ohmos ellenállása  $7 \Omega$  és 120 V-os,  $50 s^{-1}$  frekvenciájú hálózatról kivett teljesítménye 600 W?

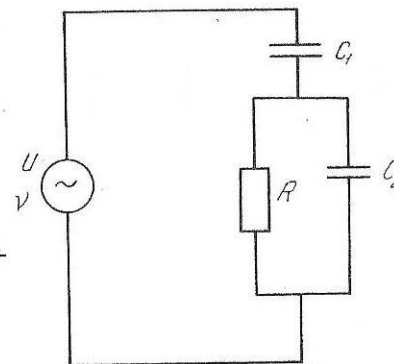
312. Egy 70 V-os és 0,1 A-es fogyasztót akarunk táplálni 220 V-os  $50 s^{-1}$  frekvenciájú hálózatról, tisztán ohmikus előtétellenálláson keresztül. Mennyi energiát takarítunk meg 4 órás üzem esetén, ha az ohmikus ellenállás helyett kapacitív előtétet alkalmazunk? Mekkora ez a kapacitás?

313. 220 V-os  $50 s^{-1}$  frekvenciájú áramforrásra sorbakapcsolunk egy  $200 \Omega$ -os ellenállást és egy fojtótekercset, amelynek ohmikus ellenállása is van. A fojtótekercsre eső feszültség 36 V, az ellenállásra eső 200 V. Mekkora áram folyik a körben? Mekkora teljesítményt ad le a váltakozó áram a fojtótekercsben? Mekkora a fojtótekercs önindukciós tényezője?

314. Egy nem elhanyagolható ohmos ellenállású tekercset párhuzamosan kötünk egy  $25 \Omega$ -os ellenállással. A tekercsen 2,5 A, az ellenálláson 3 A áram halad át, míg az eredő áramerősség 4,5 A. Határozzuk meg a tekercs induktivitását és ohmos ellenállását, ha a frekvencia  $50 s^{-1}$ .

315. Két tekercs, amelyek  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 5 \Omega$  ohmos ellenállásuk és  $L_1 = 0,01$  Hy,  $L_2 = 0,02$  Hy önindukciós tényezővel rendelkeznek, mekkora eredő ellenállást jelentenek egy  $50 s^{-1}$  hálózatra, ha

- sorbakötjük,
- párhuzamosan kapcsoljuk be?



44. ábra

316. Párhuzamosan kapcsolt  $20 \mu F$ -os kondenzátor és  $100 \Omega$  ellenállású  $0,5$  Hy-os tekercset 120 V-os  $50 s^{-1}$  frekvenciájú feszültségre kapcsolunk. Mekkora áram lesz a tekercsben és a kondenzátoron, és mekkora lesz az összáram?

317. Határozzuk meg, hogy a 44. ábra szerinti elrendezésben mekkora áram folyik át

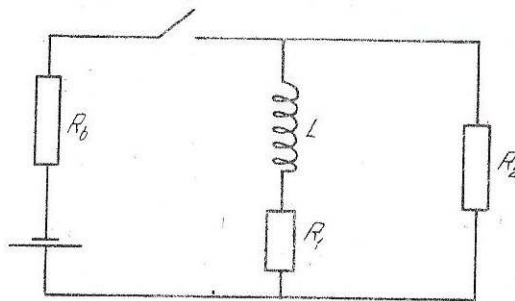
- az  $R$  ellenálláson,
- a  $C_1$  kondenzátoron.

( $U = 120$  V,  $\nu = 50 s^{-1}$ ,  $R = 1000 \Omega$ ,  $C_1 = 2 \mu F$ ,  $C_2 = 5 \mu F$ )

318. Igazoljuk, hogyha egy kondenzátorban levő dielektrikum  $\epsilon$  dielektromos állandóval és  $\varphi$  fajlagos ellenállással rendelkezik, akkor  $\nu$  frekvencia mellett a váltóáramu teljesítménytényező ( $\cos \varphi$ ) nem függ a kondenzátor méreteitől és

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2 \rho^2 v^2}}$$

319. A 45. ábrán látható áramkörnél a kapcsoló nyitásánál mekkora csúcsfeszültség lép fel az indukciós tekercs sarkain?



45. ábra

320. Mekkora  $C$  kapacitással kell söntölni az  $L = 0,1$  Hy önindukciójú tekercset, ha  $10$  A áramerősségnél azt akarjuk, hogy kikapcsoláskor ne lépjen fel  $100$  V-nál nagyobb feszültség?

321. A 46. ábrán látható elrendezésre  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

körfrekvenciájú váltó feszültséget kapcsolunk. Bizonyítsuk be, hogy az  $R$  ellenálláson átfolyó áramnak sem a fázisa, sem a nagysága nem függ  $R$  értékétől.

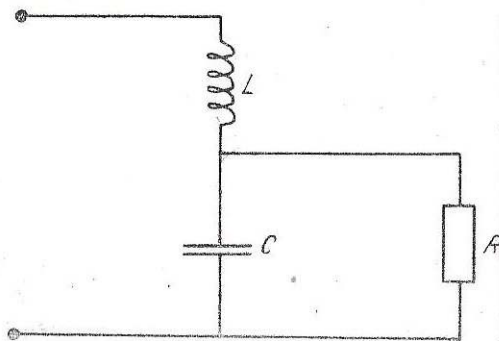
322. Rezgőkör áramerősségének időfüggését a következő kifejezés adja:  $I = -0,02 \sin 400\pi t$  amper. A rezgőkör induktivitása  $1$  Hy. Határozzuk meg

- a rezgőkör frekvenciáját,
- a kondenzátor kapacitását,
- a mágneses erőtér maximális energiáját,
- az elektromos erőtér maximális energiáját.

323. Egy  $0,0121$  Hy induktivitású tekercsen  $I = I_0 \sin \omega t$  alakú váltó áram folyik, ahol  $I_0 = 10$  A,

és  $T = 0,02$  s. Határozzuk meg a tekercs mágneses energiájának időfüggését és számítsuk ki a maximális mágneses energiát.

324. Egy rezgőkör kondenzátorból és  $0,1 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű rézhuzalból csévélte  $40$  cm hosszú tekercsből áll. Mekkora legyen a kondenzátor kapacitása, ha



46. ábra

a)  $T = 2\pi \sqrt{LC}$  képletből számolt periódus időben a megengedett hiba  $1\%$ ?

325. Határozzuk meg, mekkora az eltolási áram olyan sikkondenzátor esetén, amelynek lemezei egymással párhuzamosak maradnak és  $u$  sebességgel távolodnak el egymástól, ha

- az  $\omega$  töltéssűrűség állandó,
- a lemezek közti potenciálkülönbség állandó.

(A kondenzátorlemezek közti  $d$  távolság a lemezek lineáris méreteihez viszonyítva az egész idő alatt kicsi.)

326. Határozzuk meg az  $l = 6$  m hosszú vékony vezeték saját-rezgései esetén az áramerősség frekvenciájának és hullámhosszának eloszlását, ha a vezeték

- a földtől távol van,
- a föld felett függőlegesen helyezkedik el és alsó része földelt.

276.  $U = 0,165.V.$

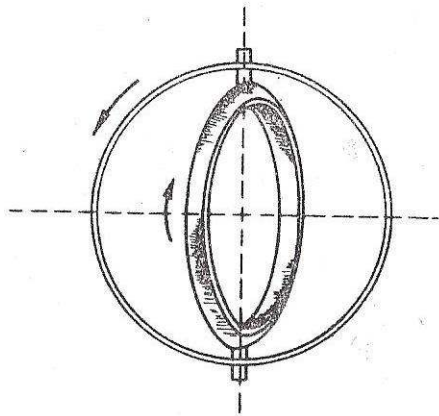
277. a)  $U = 1,08 \text{ mV}$

b) Nem függ, mert az időegység alatt metszett erővonalszám nem változik.

178. Mikor a keret az A helyzeten megy keresztül, az áram az óramutató járásával ellentétes (az északi pólus irányából nézve). A B helyzeten keresztül haladva nem indukálódik áram, míg a C helyzetben az áram iránya az óramutató járásával megegyező.

279. Lásd a 101. ábrát.

280. Az inga mozgása során áram indukálódik a körben az áramkör területének periodikus változása miatt. Olyan irányú áram fog indukálódni, amelynek mágneses erőtere csökkenti a területváltozás során végbement mágneses erővonal változást. Amint az inga olyan irányban mozog, amely növeli az áramkör területét, az áram az óramutató járásával ellentétes irányban folyik. A mágnes és az indukált áram mágneses erőterének kölcsönhatása miatt az inga lengései csökkennek.



101. ábra

$$281. \phi = BA \cos \omega t$$

$$U = n \frac{d\phi}{dt} = 3,14 \text{ V.}$$

$$282. \phi = r^2 \pi B \cos \omega t;$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot r^2 \pi B \omega = 0,35 \text{ V.}$$

$$Q = 0,24 \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \cdot t_1 = 1,74 \cdot 10^3 \text{ cal.}$$

283. a)  $0,8 \pi$  volt,  
b)  $0,60 \pi$  volt,  
c)  $0,4 \pi$  volt,  
d) 0 volt

284. a)  $n = 1$  ford/s

b)  $\frac{\rho_{\text{vas}}}{\rho_{\text{réz}}} = 5,8\text{-szeresre.}$

285. Feküdjön egy zsebóra vízszintesen az asztalon. A vízszintes síkot  $i = 60^\circ$ -os inklinációs szöggel metszik át a  $H = 40 \text{ A/m}$  erősségű földmágnesség erővonalai. Az óra fémből készült,  $r \text{ cm}$  hosszúságú mutatója  $\omega \text{ s}^{-1}$  szögsebességgel jár körül. A mutató mágneses erővonalakat metsz, tehát indukált elektromotoros erő keletkezik benne. Ennek megfigyelésére érintkezzen a mutató vége körív alakú fémvezetékkel. Erről és a tengelyről huzalokat vezetünk az elektromos mérőműszerhez. Az irányszabályokkal megállapítható, hogy a mutatóban a pozitív áramirány a tengelytől a mutató vége felé halad. Az indukált elektromotoros erő:

$$\xi = \mu_0 H \frac{\omega r \cdot r}{2} \sin i.$$

Ugyanis  $H \sin i$  a térerőnek a mozgás síkjára merőleges összetevője,  $\omega r$  az  $1 \text{ s}$  alatt leírt körív hossza,  $\frac{1}{2} \omega r \cdot r$  az áramkör területének  $1 \text{ s}$  alatti növekedése,  $H \sin i \frac{\omega r}{2} r$  pedig az  $1 \text{ s}$  alatt bekövetkezett erővonzatszám változás. Az indukált elektromotoros erő:

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 H \omega r^2 \sin i$$

$$\text{Az óra nagymutatójának a szögsebessége } \omega = \frac{2\pi}{3600} = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

Legyen a mutató hossza  $r = 2 \text{ cm}$ . Ebben az esetben  $U = 15,1 \cdot 10^{-12} \text{ volt}$ . A kismutató esetében a 12-szer kisebb szögsebesség miatt  $U = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ volt}$ .

A mutatóban - mozgása közben - az áramirány mindig ugyanaz marad. A feladatban szereplő gondolat kísérlet az ugynevezett unipoláris indukció egy esete. Ha az óra más síkban fekszik, akkor  $i$  az erővonalaknak a mozgás síkjával bezárt szögét jelenti.

$$286. \xi = abB\omega \sin \left( \frac{1}{k} - t - \frac{1}{k} e^{-kt} \right) \text{ volt.}$$

287. A küllős elrendezés csupán az áramkör szemléltetését szolgálja: a tengely - küllő - érintkezőket összekötő vezeték (voltmérő) adja a zárt áramkört. A küllők száma nem befolyásolja az eredményt, tehát ugyanaz a helyzet egy tömör korongnál is.  $B$  indukcióju mágneses térben  $v$  sebességgel mozgó elektronra  $\vec{v} \times \vec{B}$  erő hat, itt sugárirányban mozgó elektronnál  $\vec{v} \times \vec{B} = v \cdot B$ . Az elektromos térerősség, amely ennek az erőnek megfelelő  $E = vB$ . Itt  $\omega$  állandó lévén,  $r'$  távolságra a tengelytől  $v = r' \omega$ , tehát  $E = r' \omega B$ . A feszültség a tengely és a perem között:

$$U = \int_0^r E dr' = B\omega \int_0^r r' dr' = \frac{B\omega r^2}{2} \text{ volt.}$$

A megadott értékeket beírva:  $U = 7,06 \text{ V}$ .

$$288. 3980 \text{ A/m.}$$

289. Az elektromotoros erő akkor lesz a legkisebb, amikor a vezető keret és az egyenes vezető egy síkban vannak, legnagyobb értékét pedig az erre merőleges helyzetben veszi fel.

290. A fluxus értékét a vezető által létrehozott inhomogén térben a következő integrál adja:

$$\Phi = \int_{b+vt}^{b+vt+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b+a+vt}{b+vt}$$

Az indukált feszültség:

$$U = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi (b+vt)(b+a+vt)}$$

A számértékek behelyettesítése után  $U(0,01 \text{ s}) = 0,0446 \text{ mV}$ .

291. Minthogy  $I = \frac{U}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$  és  $Q = \int_0^1 I dt$

ezért

$$Q = \frac{1}{R} (\Phi_0 - \Phi_1)$$

Esetünkben  $Q = 1,15 \cdot 10^{-2} \text{ C}$ .

292.  $7,1 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ .

293.  $300 \Omega$ .

294. Az előző 291. megoldásnál kaptuk, hogy  $Q = -\frac{1}{R} \Delta\Phi$ , innen

$$\Delta\Phi = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Vs}$$

295.  $Q = 7,36 \cdot 10^{-2} \text{ C}$ .

296. A feszültség a maximális értékről zérusra csökken

$$Q = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

297.  $\Phi = \frac{\mu_0 n I A}{\ell}$ ;  $U_{\max} = -n \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 n^2 I A}{\ell^2} \omega \ell_0 a$

A nevezőben  $\ell^2$  kifejtésénél még az "a"-ban lineáris tag elhagyása is 0,5%-nál kisebb hibát okoz, így

$$U_{\max} = \frac{\mu_0 n^2 I A \omega a}{\ell_0} = 1,256 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

298. a) A 287. feladat megoldásánál vázolt gondolatmenet segítségével, ha  $t = 0$  pillanatban  $\varphi = 0$ , akkor  $U = \ell (\vec{v} \times \vec{B}) = \ell v B \sin \varphi$

b) Az előző kifejezésnél  $B$  helyébe az időfüggő indukciót kell helyettesíteni:

$$U = \ell v B_0 \sin \omega_0 t \sin(\omega t + \varphi) = U_0 \sin \omega_0 t \sin(\omega t + \varphi)$$

Itt már fel kell venni a  $\varphi$  fázisszöveget, mert enélkül a kifejezés azt jelenti, hogy maximális indukció mellett legnagyobb az erővonalmetszés sebessége.

1. Ha  $\varphi = 0$  és  $\omega = \omega_0$ , akkor  $U = U_0 \sin \omega_0 t \cdot \sin \omega t = U_0 \sin^2 \omega t$ , azaz a feszültség 0 és  $U_0$  között változik.

2. Ha  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  és  $\omega = \omega_0$ , akkor  $U = U_0 \sin \omega t \cos \omega t = \frac{U_0}{2} \sin 2\omega t$ ,

azaz a feszültség  $-\frac{U_0}{2}$  és  $+\frac{U_0}{2}$  között változik.  $\omega$  és  $\omega_0$  egymáshoz képesti változásai a feszültségnek igen változatos időfüggést állíthatjuk elő. Ha pl.  $\omega \gg \omega_0$ , akkor az az eset, mintha az  $\omega$  körfrekvenciát az  $\omega_0$  által modulálnánk.

299. a) A 290. feladat megoldásánál szereplő kifejezéshez hasonlóan a fluxus

$$\Phi = \int_d^{b+d} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b+d}{d},$$

az indukált feszültség

$$U = \frac{\mu_0}{2\pi} I_{\text{eff}} a \omega \ln \frac{d+b}{d} = 7,65 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

b) A kölcsönös indukciós együttható

$$L = \frac{U}{\frac{dI}{dt}} = \frac{2I_{\text{eff}} a \omega \ln \frac{d+b}{d}}{\omega \cdot I_{\text{eff}}} = 2a \ln \frac{d+b}{d} = 3,04 \cdot 10^{-7} \text{ Hy}$$

300. a)  $I = 0,072 \text{ A}$

b)  $I = 18,5 \text{ A}$ .

301. Ha a vezetők sugarát  $r$ -rel, a tengelyük között levő távolságot  $d$ -vel jelöljük,  $\ell$  hosszúságu darabjuk által körülzárt fluxus

$$\phi = 2 \int_r^{d-r} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \ell dx = \frac{\mu_0 I}{\pi} \ell \cdot \ln \frac{d-r}{r}$$

Az integrál előtti kettes faktor azért lép fel, mert mindkét vezető létrehoz mágneses erőteret. Minthogy  $d \gg r$ , ezért  $\phi = \frac{\mu_0 I}{\pi} \ell \cdot \ln \frac{d}{r}$ . Az önindukciós együttható értéke:  $L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ell \cdot \ln \frac{d}{r} = 0,92 \cdot 10^{-8} \text{ Hy}$ . (A számításnál a vezető belsejében levő mágneses erőteret elhanyagoltuk, ezért ezt szokás önindukció-együtthatónak nevezni.)

302. Az  $a_1$  vezető fluxusának az  $a$  része hurkolja a  $b_1$ - $b_2$  vezető hurkot, amely a  $d < x < d\sqrt{2}$  sugaru erővonalköröktől származik. Ennek nagysága megfelelő  $\ell$  hosszúságu darabokat véve:

$$\phi = \int_d^{d\sqrt{2}} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \ell dx = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ell \cdot \ln 2$$

Az  $a_2$  vezető fluxusa ugyanekkora, a számbaveendő össz-fluxus és ebből a keresett kölcsönös indukció együttható:

$$L_{ab} = \frac{\mu_0 \ell \cdot \ln 2}{2\pi}$$

303. A mágneses térerősség az  $I$  áramtól átjárt tekercs belsejében:

$$H = \frac{N_1 I}{\ell_1}$$

Igy a kisebb tekercsen keresztülhaladó fluxus:

$$\phi = \mu_0 H A \cos \alpha = \frac{\mu_0 N_1 I}{\ell_1} r_2^2 \pi \cos \alpha$$

A kölcsönös indukció együttható:

$$L_{12} = \frac{N_2 \phi}{I_1} = \frac{\mu_0 \pi r_2^2}{\ell_1} N_1 N_2 \cos \alpha$$

Kis  $\alpha$  szögeknél rövid forgatható tekercsre az összefüggésnek megfelelően  $\alpha$ -val változó kölcsönös indukció értékeket kapunk. Az ilyen változtatható induktivitást variométernek nevezzük.

304. Az  $\varepsilon$  elektromotoros erejű telep bekapcsolása után  $t$  idővel az áramerősség

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t}) \text{ lesz.}$$

Az  $\frac{\varepsilon}{2R}$  értéket az áram  $\tau = \frac{L}{R} \ln 2$  időpontban éri el. A változó áram fáziskésése:

$$\tan \varphi = \frac{2\pi \nu L}{R} = \frac{2\pi}{\ln 2} \nu \tau.$$

305.  $L = 0,159 \text{ Hy}$ ,  $C = 64 \mu\text{F}$ .

306.  $R = 1160 \Omega$ .

307.  $I = 0,5 \text{ A}$ ,  $U_R = 75 \text{ V}$ ,  $U_C = 80 \text{ V}$ .

308.  $I = 0,0463 \text{ A}$ ,  $\varphi = -84,7^\circ$ ,  $P = 0,219 \text{ W}$ .

309.  $f = 6,48 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ .

310.  $P = 126 \text{ W}$ .

311.  $0,035 \text{ Hy}$ .

312.  $R = 1500 \Omega$ , a megtakarítás:  $0,06 \text{ kWh}$ ,  $C = 1,54 \mu\text{F}$ .

313. A teljes körre:  $220 = I_{\text{eff}} \sqrt{(R+200)^2 + L^2 \omega^2}$

$$36 = I_{\text{eff}} \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$$

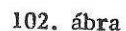
Az ohmos ellenálláson:  $200 = I_{\text{eff}} \cdot 200$ .

Innen:  $I_{\text{eff}} = 1 \text{ A}$

A fenti egyenletek megoldása után:  $R = 18 \Omega$ ,  $L = 0,1 \text{ Hy}$

314. Lásd a 102. ábrát.

$$(R_2 = 25 \Omega, I_1 = 2,5 \text{ A}, I_2 = 3 \text{ A}, I = 4,5 \text{ A})$$



Párhuzamos kapcsolás-  
nál igaz, hogy

$$I_1 \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = U$$

$$I_2 R_2 = U$$

$$I \frac{R_2 \sqrt{R_1^2 + X_L^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_L^2}} = U$$

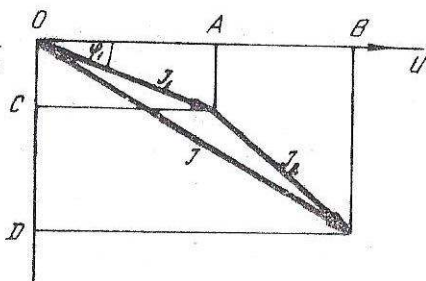
Ezekből  $L = 0,09 \text{ Hy}$  és  $R_1 = 10 \Omega$ .

315. a)  $Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2} =$

$$= 17,7 \Omega.$$

b) A 103. ábra alapján:

$$I = \frac{U}{Z} \sqrt{(OA+AB)^2 + (OC+CD)^2}$$



103. ábra

Est

$$OA = I_1 \cos \varphi = \frac{UR_1}{Z_1^2}$$

$$AB = \frac{UR_2}{Z_2^2}$$

$$Z_1 = \sqrt{\omega^2 L_1^2 + R_1^2}$$

$$OC = I_1 \sin \varphi = \frac{U \omega L_1}{Z_1^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{\omega^2 L_2^2 + R_2^2}$$

$$CD = \frac{U \omega L_2}{Z_2^2}$$

Tehát

$$\frac{U}{Z} = \sqrt{\left(\frac{UR_1}{Z_1^2} + \frac{UR_2}{Z_2^2}\right) + \left(\frac{U\omega L_1}{Z_1^2} + \frac{U\omega L_2}{Z_2^2}\right)^2}$$

Igy

$$Z' = \sqrt{\frac{(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot (R_2^2 + \omega^2 L_2^2)}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}} = 4,8 \, \Omega.$$

316.  $I_C = 0,75 \text{ A}$ ,  $I_A = 0,64 \text{ A}$ ,  $I = 0,4 \text{ A}$

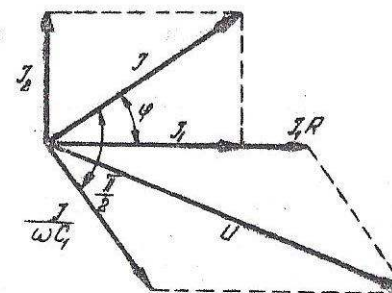
317. a) A 104. ábrán az R-en  
 átfolyó áram  $I_1$ , A  $C_2$ -n  $I_2 = I_1 R \omega C_2$   
 áram megy át.

A  $C_1$ -n átfolyó I áram:

$$I = I_1 \sqrt{1 + R^2 \omega^2 C_2^2}$$

A teljes U feszültségre:

$$U^2 = I_1^2 R^2 + \frac{I^2}{\omega^2 C_1^2} + \frac{2I_1 R I}{\omega C_1} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$$



104. ábra

## Minthogy

$$\cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = \frac{I_2}{I} = \frac{R\omega C_2}{\sqrt{1 + R^2\omega^2 C_2^2}}$$

Ezt és I kifejezését behelyettesítve és átrendezve

$$I_1 = \frac{U \omega C_1}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 (C_1 + C_2)^2}} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

$$b) \quad I = I_1 \sqrt{1 + R^2 \omega^2 C_2^2} = 5,8 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

318. A kapacitív áram  $I_C = U \omega C$ , a vezetési áram  $I_R = \frac{U}{R}$ , a teljes áram  $I = \sqrt{I_C^2 + I_R^2} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}$

A teljesítménytényező:

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}}$$

Itt

$$R = \frac{\rho \cdot d}{s}, \quad C = \frac{\epsilon \cdot s}{d}, \quad \omega = 2\pi \nu$$

Ezeket behelyettesítve:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 \epsilon^2 \rho^2 \nu^2}}$$

319. Ha a kapcsoló nyitása előtt a tekercsben  $I_0$  áram folyt, nyitás után

$$I = I_0 e^{-\frac{R_1 + R_2}{L} t}$$

lesz az áram.

Az  $I_0$  áramot az  $\frac{1}{2} I_0^2 L$  mágneses energia továbbítja. A tekercs sarkain a legnagyobb kapocsfeszültség

$$I_0 R_2 = \frac{\epsilon \cdot R_2^2}{R_b (R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

320. A feszültség:  $L \frac{dI}{dt} = L \omega I_0 \sin \omega t$ , ahol  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$   $U \leq 100 \text{ V}$   
feltételből  $C = 10^3 \mu \text{ F}$ .

321. Ha a tekercs kapcsain  $U_L$ , a kondenzátoron  $U_C$  a feszültség, a csomópontra felírt Kircchoff-törvény

$$\frac{U_L}{j\omega L} = I + j\omega C U_C$$

és mert

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad \text{ezért}$$

$$I = \frac{U_L + U_C}{j\omega L} = \frac{U}{j\omega L}$$

ahol  $U$  a kétpólusra kapcsolt váltófeszültség.

322. a)  $f = 200 \text{ s}^{-1}$

b)  $C = 0,643 \mu \text{ F}$

c)  $W_{\max} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Joule}$ .

d)  $W_{\max} (\text{elektromos}) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Joule}$ .

323. Ha nincs ohmikus veszteség

$$W = \int_0^t U I dt = \int_0^t I \cdot L \frac{dI}{dt} dt = \frac{1}{2} L I^2$$

Itt

$$W = \frac{1}{2} L I_0^2 \sin^2 \omega t$$

A maximális mágneses energia:  $W_{\max} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 1,05 \text{ Joule}$ .

$$324. \text{ A hiba } \delta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}, \quad \text{ahol } T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

a veszteséggel számított periódusidő, míg  $T_1$  az ideális  $T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}}}$  periódusidő.

Egyszerűsítések után  $\delta = 1 - \sqrt{\frac{R^2 C}{4L}}$  amiből  $C = \frac{8 \delta q^2}{\rho^2 \ell}$ ,

ahol  $q$  a tekercshuzal keresztmetszete,  $\ell$  a tekercs hossza és  $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ . Ezekből  $C = 0,63 \mu\text{F}$ .

325. a) Ha a kondenzátorlemez felülete  $A$ , kapacitása  $C = \frac{\epsilon A}{d}$ , ahol  $d = \ell + u$ , t. a télerősség állandó  $\omega$  esetén

$$E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{C d} = \omega A \cdot \frac{d}{\epsilon A} \cdot \frac{1}{d} = \frac{\omega}{\epsilon} - \text{így } \frac{\partial E}{\partial t} = 0, \text{ ezért } I_e = 0$$

b) a potenciál állandó:

$$\frac{\omega}{\epsilon} (\ell + ut) = \text{const}$$

Ezt differenciálva az idő szerint:

$$\frac{1}{\epsilon} (\ell + u \cdot t) \frac{\partial \omega}{\partial t} = - \frac{\omega u}{\epsilon}$$

Elosztva mindkét oldalt  $d$ -vel, és mert

$$\frac{\omega}{\epsilon} = E \rightarrow \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \omega}{\partial t} = - \frac{\omega \cdot u}{\epsilon \cdot d}$$

Ebből

$$\frac{\partial E}{\partial t} = - \frac{\omega \cdot u}{\epsilon \cdot d}$$

vagyis

$$I_e = - A \frac{\omega u}{\epsilon \cdot d}$$

326. a)  $I_x = I_0 \sin \frac{k \pi x}{\ell}$ , ahol  $I_0$  az áram amplitúdója a vezeték középpontjában (az áram amplitúdópontjában),  $x$  a vezeték kezdetétől mért távolság:

$$f_k = \frac{k \cdot c}{2 \ell} = k \cdot 25 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

( $k = 1, 2, 3, \dots$ )

$$\lambda_k = \frac{c}{\nu_k} = \frac{2 \ell}{k} = \frac{12}{k} \text{ m}$$

b)  $I_x = I_0 \cos \omega \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi x}{\ell}$ , ahol  $I_0$  az áram amplitúdója a földelés helyén,  $x$  a földelés helyétől mért távolság

$$f_k = \frac{2k+1}{4} \cdot \frac{c}{\ell} = (2k+1) 12,5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

( $k = 1, 2, 3, \dots$ )

$$\lambda_k = \frac{c}{\nu_k} = \frac{4 \ell}{2k+1} = \frac{24}{2k+1} \text{ m}$$