

Legyen P egy pontszerű tárgy az n_1 törésmutatójú közegben, amelyet egy R sugaru gömbfelület választ el az n_2 törésmutatójú közegtől. (58. ábra).

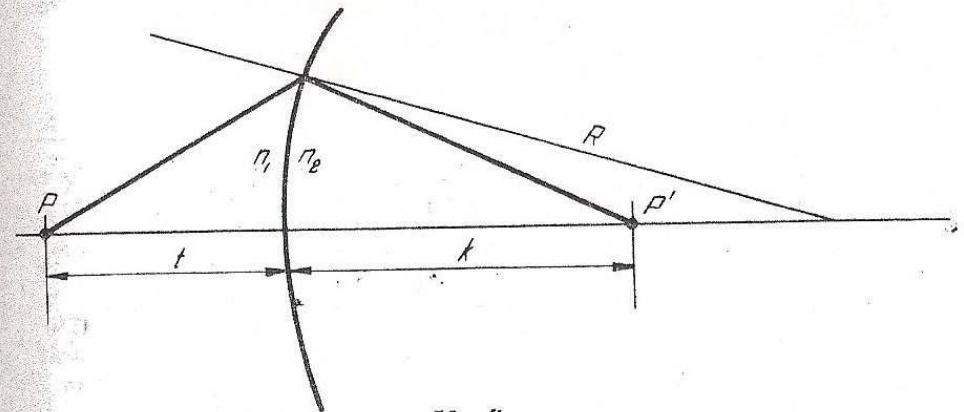
A fénytörés törvényét alkalmazva és feltételezve, hogy a beesés és törés szöge kicsi, kapjuk, hogy

$$\frac{n_1}{t} + \frac{n_2}{k} = \frac{n_2 - n_1}{R},$$

ahol t = a tárgy távolsága a törőfelülettől,

k = a kép távolsága a törőfelülettől.

Az előjelekre a vékony lencsénél ismertetett konvenció érvényes.



58. ábra

Vastag lencse esetén, ha d a lencse vastagsága az optikai tengelye mentén, a fókusz távolság a következő formulával számítható ki:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{n-1}{n} \frac{d}{R_1 R_2} \right).$$

Továbbra is érvényes, hogy

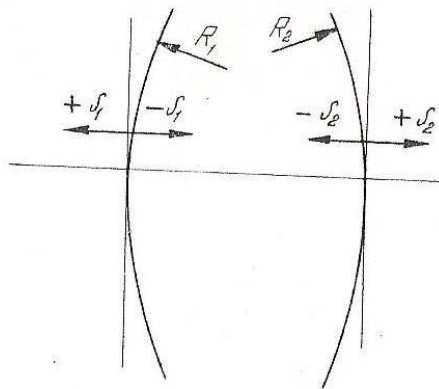
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k},$$

de minden távolság mindkét irányban a megfelelő fókustól mérendő. A fókuszoknak a lencse törőfelületeitől való távolságát a következő összefüggések adják:

$$S_1 = - \frac{R_1 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d}$$

$$S_2 = \frac{R_2 d}{n(R_1 - R_2) - (n-1)d}$$

S_1 és S_2 előjelének értelmezése az 59. ábráról leolvasható.



59. ábra

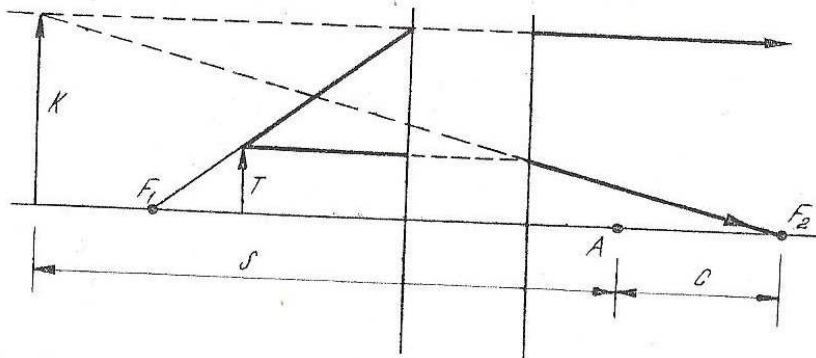
Ha a leképzést két, egymástól d távolságra lévő vékony lencsével végezzük, melyeknek fókusz távolsága f_1 ill. f_2 , akkor az egész rendszer helyettesíthető egy vastag lencsével, melynek fókusz távolsága a következő képlettel határozható meg:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

Az optikai nagyító eszközök célja a látószögnek a megnagyítása.

a) Az egyszerű nagyító

Az egyszerű nagyító egy gyűjtőlencse vagy gyűjtőlencserendszer, mellyel a tárgynak virtuális képét állítjuk elő. A tárgyat a lencse és a gyújtópont közé kell helyeznünk olyan



60. ábra

távolságra, hogy a kép az ún. tisztalátás távolságában jelenjen meg. Ez a távolság egészséges szemnél 25 cm körül van. 60. ábrán jelöljük a szem helyzetét az A ponttal, és a tiszta látás távolságát s -sel. A szem távolsága az F_2 fókusztól legyen c . A nagyítás a következő formulával állítható elő

$$N = \frac{s + c}{f}$$

Ha a szemünket éppen a második gyújtópontba helyezzük, akkor $c = 0$, tehát

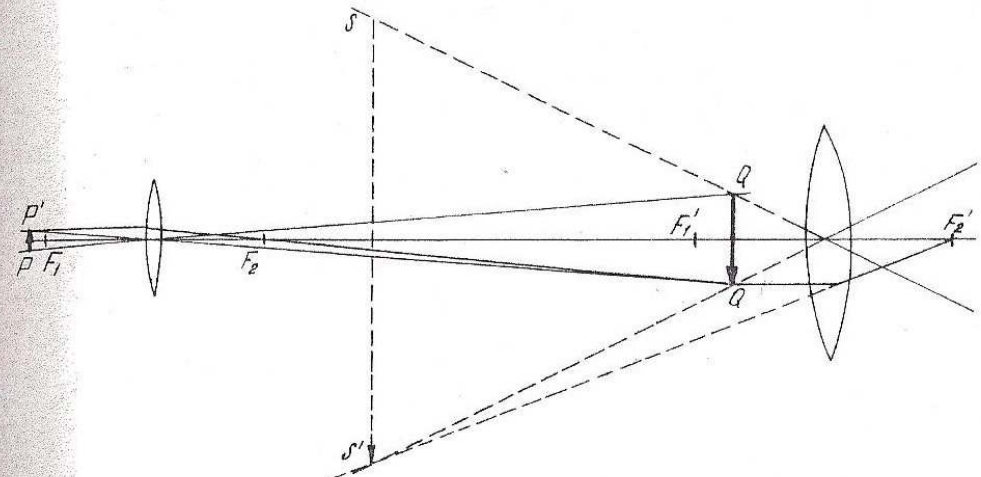
$$N = \frac{s}{f}$$

Ha pedig a lencsét egész közel hozzuk szemünkhöz, akkor c -t egyenlőnek vehetjük f -fel. Ebben az esetben a nagyítás

$$N = \frac{s + f}{f} = 1 + \frac{s}{f}$$

b) A mikroszkóp

A mikroszkóp két közös tengelyű gyűjtőlencserendszerből áll. A tárgy felé fordított lencserendszer az objektív, a szem felé fordított az okulár. Az objektív a tárgynak, PP' -nek nagyított, fordított reális képét állítja elő



61. ábra

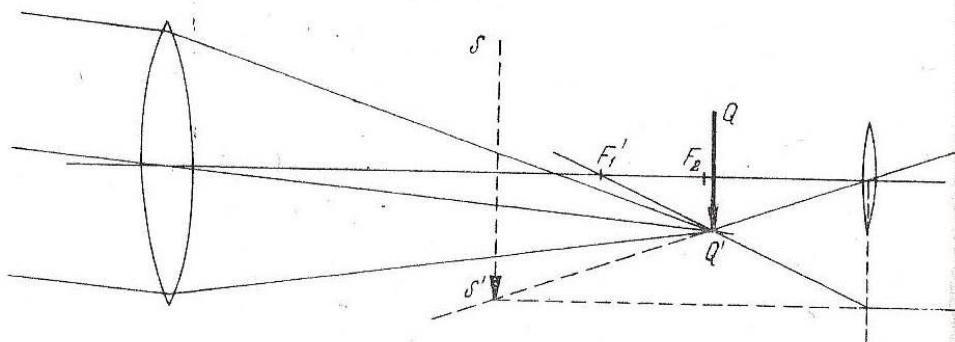
(QQ'). Az objektív által a tárgyról adott reális képet, QQ' -t az okulárral, mint egyszerű nagyítóval nézzük. Az okulár QQ' -nek SS' -ben adja virtuális, nagyított egyenesállású képét. (Lásd 61. ábra). A nagyítás:

$$N = \frac{s D}{f_1 f_2}$$

c) A távcső

A távcső távoli tárgyak látószögének nagyítására szolgál. A távcső általában szintén két lencserendszerből áll; a szemünk felé fordított lencserendszer az okulár, a tárgy felé fordított az objektív.

A csillagászati vagy Kepler-féle távcsőnél az objektív és az okulár gyűjtőlencserendszerek. Az objektív a tárgy reális, kicsinyített és fordított képét igen közel a második fókuszhoz adja. Ezt a képet, mint tárgyat nézzük az okulárral, mint egyszerű nagyítóval. Az okulárt tehát úgy kell elhelyezni, hogy a tárgyról az objektív által adott kép, QQ' az okulár gyújtótávolságán belül jöjjön létre. Az okulár QQ' -ről virtuális, nagyított és egyenes képet ad (SS'). Ez a távcső tehát a tárgyról fordított képet ad. (Lásd 62. ábra.)



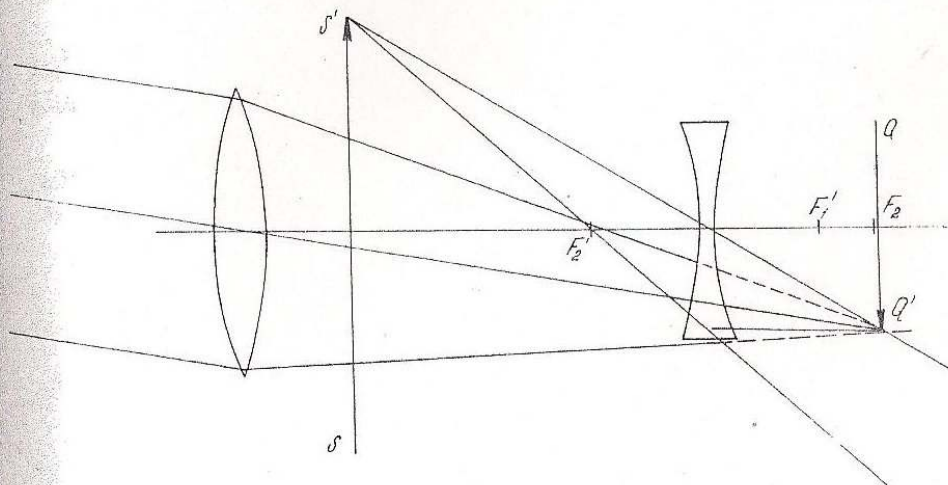
62. ábra

A távcsőnél a nagyításon a kép fél-látószöge tangensének és a tárgy fél-látószöge tangensének a hányadosát értjük. Ennek alapján nyerjük, hogy a nagyítás

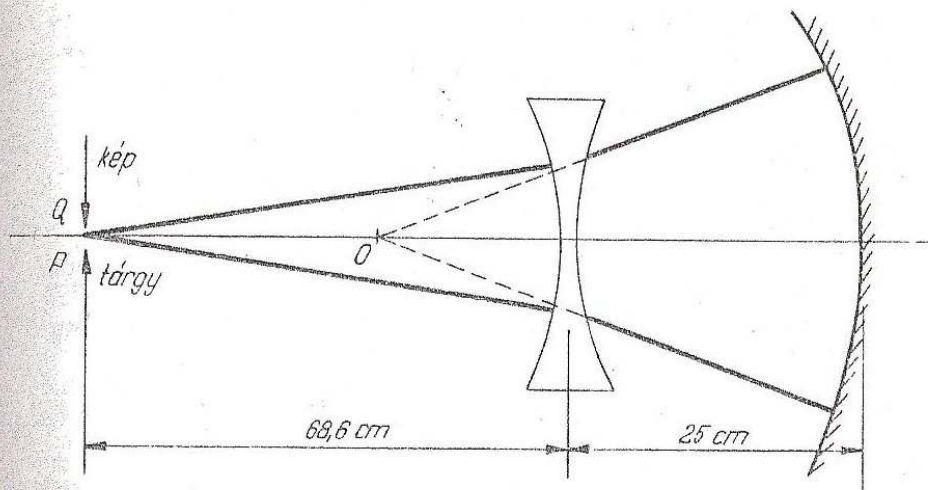
$$N = \frac{f_1}{f_2}$$

ahol f_1 az objektív, f_2 az okulár fókusz távolsága.

A hollandi vagy Galilei féle távcsőnél az objektív egy gyűjtőlencserendszer, az okulár pedig egy szórólencserendszer. Az objektív $Q Q'$ -ben adná a tárgy reális, fordított képét. Ez a kép azonban létre sem jön, mert az okulárt $Q Q'$ és az objektív közé helyezzük úgy, hogy $Q Q'$ az okulár gyújtótávolságán kívül essék. Az okulár $S S'$ -ben adja $Q Q'$ virtuális, nagyított és fordított képét. Mivel az okulár az objektív által adott fordított képet még egyszer megfordítja, ez a távcső a tárgyról egyenes képet ad.



63. ábra



64. ábra

A nagyítás itt is $\frac{f_1}{f_2}$, a távcső hossza $f_1 - f_2$, ez a távcső tehát rövidebb, mint a csillagászati. (Lásd 63. ábra.)

Példa: Egy bikonkáv szórólencse fókusz távolságát határozzuk meg a következő mérési adatok alapján.

Az $f_1 = 20$ cm fókusz távolságú tükört 25 cm-rel a lencse mögött helyezzük el. A P tárgyat olyan helyzetbe hozzuk, hogy a Q képe egybeessen vele. Ekkor a tárgy-lencse távolság 68,6 cm-nek adódik. (62. ábra.)

Megoldás: P-ből kiinduló minden sugárnak a tükörre merőlegesen kell beesnie. Így a P pontnak a lencse által adott, virtuális képe a tükör O görbületi középpontjában lesz, tehát $k = -(2f_1 - 25) = -15$ cm. A lencsetörvényt alkalmazva

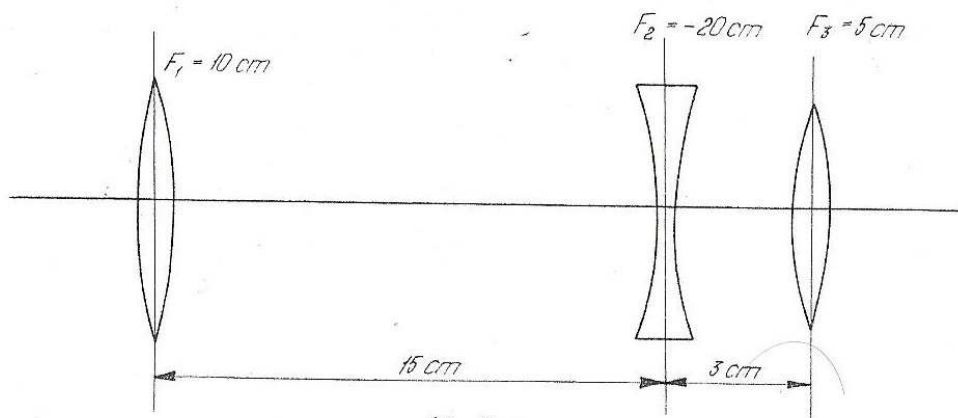
$$\frac{1}{68,6} + \frac{1}{-15} = \frac{1}{f},$$

ahonnan a keresett fókusz távolság

$$f = -19,2 \text{ cm.}$$

Példák:

378. Vékonyfalú üveggömböt vízzel töltünk meg ($n=4/3$). A megfigyelő a gömb átmérőjének irányában néz egy szemcsét, amely ugyanennek az átmérőnek a mentén változtatja helyzetét egyenletes v sebességgel haladva.



65. ábra

Hogyan változik a szemcse képének helyzete az idő függvényében, ha az az átmérőnek a megfigyelőtől számított távolabbi vége felől az átmérő közelebbi vége felé mozog. A gömb átmérője 10 cm.

379. A 65. ábrán látható lencserendszerre balról párhuzamos sugárnyaláb esik. Hol egyesül a sugárnyaláb a rendszeren való áthaladás után?

380. Határozzuk meg annak a pontnak a képét, amely a 66. ábrán látható lencserendszer baloldali szélső lencsétől 10 cm távolságra balra van.

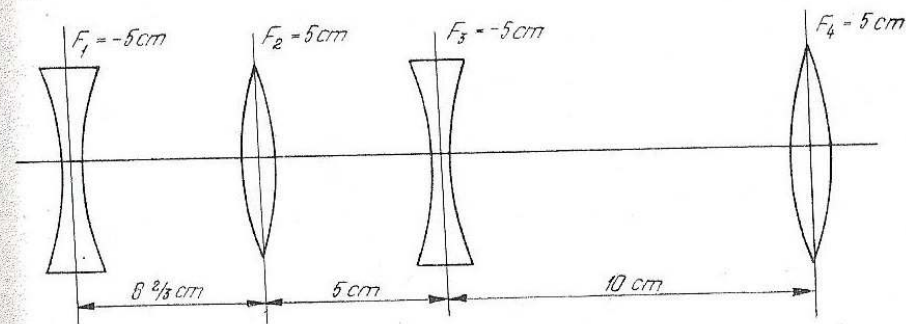
381. Egy lencserendszer áll egy gyűjtőlencséből, melynek fókusz távolsága 10 cm, és 8 cm-rel mögötte egy szórólencséből, melynek fókusz távolsága -3 cm. Mekkora a lencserendszer fókusz távolsága?

382. Határozzuk meg egy gömbalaku vastag lencse fókuszjainak helyzetét. Számítsuk ki fókusz távolságát és a fókuszpontok helyzetét, ha a lencse anyaga

a) víz ($n_v = 4/3$)

b) üveg ($n_u = 1,5$).

Milyen törésmutató esetén esnek a gyújtópontok a gömb felületén belül?



66. ábra

383. Egy vastag lencse fókusz távolsága milyen esetekben nem függ a lencse vastagságától és egyezik meg pontosan egy azonos görbületű felületalakkal bíró vékony lencse fókusz távolságával? Függ-e ebben az esetben a gyújtópontnak a lencséhez viszonyított helyzete a lencse vastagságától?

384. $n = 1,5$ törésmutatójú üvegből készült bikonvex lencse a levegőben milyen esetben fog szórólencseként viselkedni?

385. Milyen esetben viselkedik planparallel lemezként egy olyan bikonvex lencse, amelynek törésmutatója nagyobb a lencsét körülvevő közeg törésmutatójánál?

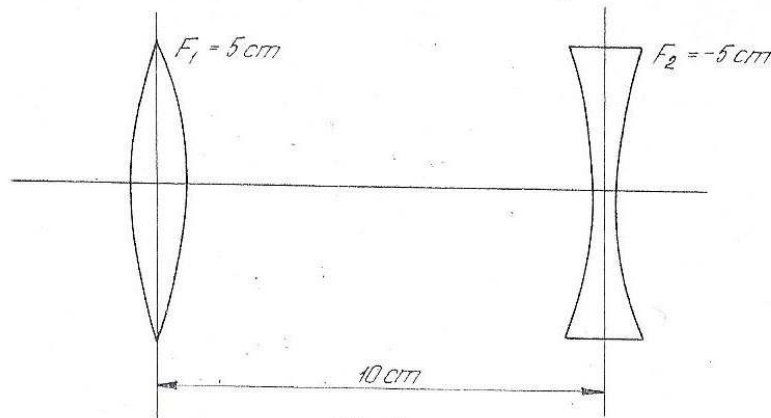
386. $n = 1,52$ törésmutatójú üvegből készült vékony bikonvex lencse egyik oldalán víz ($n_v = 4/3$), másik oldalán levegő van. A lencse mindkét felületének görbületi sugara 20 cm. Határozzuk meg a rendszer fókuszjainak, fókuszszikjainak és csomópontjainak helyzetét.

387. Plankonvex üveglencse ($n = 1,52$) gömbfelületének görbületi sugara $R = 26$ cm; a lencse vastagsága $d = 3,04$ cm. Számítsuk ki a lencse f fókusz távolságát, és határozzuk meg a lencse közelebb eső felületétől 75 cm-re elhelyezett tárgy képének helyzetét, ha a tárgy 1. a domború felület, 2. a sík felület oldalán helyezkedik el.

388. Egy üveggömb ($n=1,5$) sugara $R = 4$ cm. Határozzuk meg a gömb felszínétől 6 cm-re elhelyezett tárgy képének a gömb középpontjától való távolságát. Mekkora a gömb nagyítása?

389. Mekkora egy vastag bikonvex lencse f fókusz távolsága és milyen a fókuszjainak helyzete, ha $n=1,5$, $R_1=10$ cm, $R_2=-4$ cm, $d = 2$ cm.

390. Határozzuk meg a 67. ábrán feltüntetett rendszer fókuszjainak és gyújtópontjainak helyzetét, valamint fókusz távolságát.



67. ábra

391. Határozzuk meg két vékony plankonvex lencséből álló rendszer f fókusz távolságát, ha a lencsék fókusz távolsága f_1 ill. f_2 , a lencsék egymástól való távolsága d , a lencsék sík felületeiket egymás felé fordítják és a köztük levő teret víz (n) tölti ki.

392. Egy konkáv - konvex lencse gyűjtő vagy szóró lencse lesz-e, ha mindkét felületének görbületi sugara egyenlő? Határozzuk meg a lencse fókuszjainak helyzetét és fókusz távolságát, ha a lencse vastagsága d , mindkét felület görbületi sugara R , a lencse törésmutatója pedig $n > 1$.

393. Egy lencse törőfelületei koncentrikus gömbfelületek. A nagyobbik

görbületi sugár R , a lencse vastagsága d , törésmutatója $n > 1$. Határozzuk meg a lencse fókuszjainak helyzetét és fókusz távolságát.

394. Egy kilencszeres nagyítású Galilei távcső hossza 40 cm. A távcső objektívjét és okulárját egyaránt gyűjtőlencsékkel cseréljük fel úgy, hogy a távcső hossza és nagyítása ne változzék. Határozzuk meg ezeknek a lencséknek f'_1 és f'_2 fókusz távolságát, továbbá a Galilei-féle távcső objektívének f_1 és okulárjának f_2 fókusz távolságát.

395. Egy távcső tárgylencséjének fókusz távolsága $f=50$ cm. A távcsövet végtelenre állítjuk be. Mennyivel kell a távcső szemlencsét eltolni, hogy az 50 m távolságra levő tárgyak tisztán láthatóvá váljanak?

396. Távcső tárgylencséjének fókusz távolsága 150 cm, szemlencséje 10 cm fókusz távolságú. Mekkora szög alatt látszik holdtöltek a Hold a távcsőben, ha szabad szemmel a látószöge $31'$?

397. Mekkora a nagyítása és az optikai tubushossza egy mikroszkópnak, mely $f_1=5$ mm fókusz távolságú tárgylencséből és $f_2=40$ mm fókusz távolságú szemlencséből áll, ha a tárgy a tárgylencsétől 5,1 mm-re van, s a megfigyelő a képet (a szemlencsétől) 240 mm távolságban látja?

398. Egy mikroszkóp tárgylencséjének fókusz távolsága 1 cm, szemlencséjének fókusz távolsága 3 cm, a két lencse közötti távolsága 20 cm. Mekkora d távolságra kell elhelyezni egy tárgyat, hogy végső képe a szemtől 20 cm távolságban legyen. A szem a szemlencse helyén van. Mekkora ekkor a lineáris nagyítás?

399. Egy csillagászati látcső objektívjének fókusz távolsága $f_1=350$ cm, az okulár $f_2=4$ cm. A 32 cm átmérőjű objektív egy állócsillagot képez le. Mekkora az átmérője a szemlencséből kilépő fénynyalábnak, és a távcső mekkora fényerőnövekedést hoz létre, ha a megfigyelő szempupillája 8 mm átmérőjű? Az elnyelés és visszaverés okozta fényerőcsökkenést hanyagoljuk el.

400. Egy fényképezőgép tárgylencséjének fókusz távolsága 12 cm. A fényképezőgéppel, amelyet 20 cm-re lehet kihuzni, olyan tárgyat kell lefényképezni, amely a tárgylencsétől 15 cm távolságra van. Milyen előtétlencsét kell alkalmazni, hogy a kép a gép lehető legnagyobb kihuzása esetén éles legyen?

401. Hogyan mozdul el a fényképezőgép gyújtópontja, ha a fénysugarak útjába a gépen belül (az optikai tengelyre merőlegesen) $d=6$ mm vastagságú és $n=1,5$ törésmutatójú planparallel üveglemez helyezünk el. Az objektívet erősen lerekeszeljük.

402. Egy 20 cm fókusz távolságú fényképezőgép homályos lemezét úgy állítjuk be, hogy az 5 m távolságra levő tárgy élesen jelenik meg rajta.

Mekkora d átmérőre kell összezární a tárgylencse rekeszét, hogy ne kapjunk észrevehető elmosódottságot azoknál a tárgyaknál, amelyek $0,5\text{ m}$ -el közelebb vannak a fényképezőgéphez az előbb említett tárgynál. Az elmosódottságot akkor tekintjük észrevehetetlennek, ha a részletek összeolvadása nem nagyobb $0,1\text{ mm}$ -nél.

403. Egy fényképezőgép teleobjektívját alkotó lencsék fókusz távolságai $f_1 = 10\text{ cm}$ és $f_2 = -5\text{ cm}$, a köztük levő távolság $d = 6\text{ cm}$. Milyen távol legyen az első lencse a fényérzékeny lemeztől, hogy az igen távoli tárgyakat élesen képezze le. Hányszor nagyobb képet kapunk a tárgyról annál, amelyet egy ugyanilyen kihuzatu egyszerű objektívvel készítünk.

összefüggést, ahol $n_2 = 1$, $n_1 = 4/3$, $R = -5$ cm, $t = s$, kapjuk, hogy

$$K = -15 \frac{10-s}{10+s}.$$

A kezdő időpontban $S = 0$, így a szemcse 15 cm távolságban látszik.

379. Válasszuk az optikai tengelyt X tengelynek és kezdőpontját tegyük az első lencse helyére. Ekkor a párhuzamos sugárnyaláb $X_1 = 10$ cm helyen egyesül, ezt a második lencse X_2 helyre képezi le:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{X_2 - 15} = -\frac{1}{20}, \quad X_2 = 11 \text{ cm}.$$

Ez a pontot a harmadik lencse X_3 helyre képezi:

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{X_3 - 18} = \frac{1}{5}$$

$$X_3 = 35,5 \text{ cm}.$$

Tehát a sugárnyaláb a harmadik lencse mögött 17,5 cm távolságban egyesül.

380. Az első lencse leképzésére felírhatjuk, hogy

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{k} = -\frac{1}{5},$$

$$k = -\frac{10}{3} \text{ cm}.$$

A második lencsére:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{k} = \frac{1}{5},$$

$$k = 10 \text{ cm}.$$

A harmadik lencsére:

$$-\frac{1}{5} + \frac{1}{k} = -\frac{1}{5}.$$

378. A szemcse t idő alatt megtesz $s = vt$ utat. Alkalmazva az

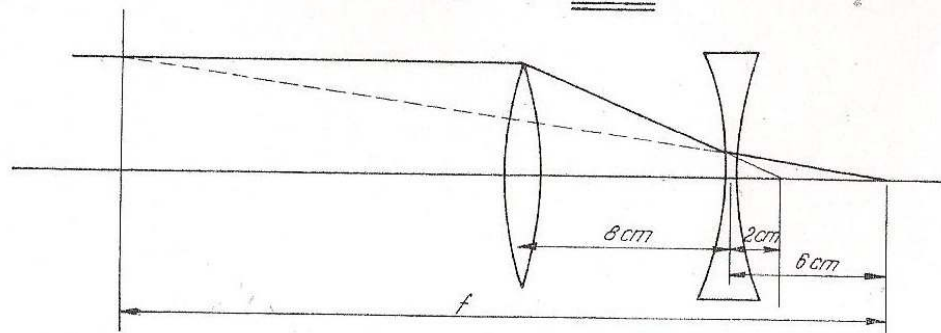
$$\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_1}{t} + \frac{n_2}{k}$$

$$k = \infty.$$

A parallel sugárnyaláb a negyedik lencse mögött 5 cm-re, annak gyújtópontjában egyesül, tehát a kép itt keletkezik.

381. Először meghatározzuk a gyűjtőlencse oldaláról beeső párhuzamos sugarak fókuszpontját. Ez a szórólencse mögött 6 cm-re van. A lencserendszer fókusz távolságán ennek a megfelelő eredő fősíktól való távolságát értjük. A 109. ábra alapján

$$10 : 2 = f : 6, \quad f = \underline{30 \text{ cm.}}$$



109. ábra

382. A két fősík egybeesik és a gömb középpontján halad át:

a) $f = \frac{R}{2} \cdot \frac{n}{n-1} = 2R$, tehát a gyújtópontok a gömbön kívül, a gömb felületétől R távolságra helyezkednek el.

b) $f = 1,5R$, a gyújtópontok a gömbön kívül a gömbfelülettől $R/2$ távolságra vannak. A gyújtópontok akkor vannak a gömbfelületen belül, ha

$$n > 2.$$

383. Plankonvex és plankonkáv lencse esetén független a fókusz távolság a lencse vastagságától, azaz, amikor R_1 ill. $R_2 = \infty$. Ha a fény a gömbfelület felől esik be, akkor a gyújtópontnak a lencséhez viszonyított helyzete függ a lencse vastagságától; ha a síkfelület felől, akkor nem.

384. Amikor a lencse vastagsága

$$d > \frac{n}{n-1} (R_1 - R_2) = 3(R_1 - R_2).$$

R_1 és R_2 előjelesen helyettesítendők.

385. Amikor a lencse vastagsága

$$d = \frac{n}{n-1} (R_1 - R_2).$$

386. A fősíkok a lencse középpontjával egybeesnek. A fókuszpontok a levegőben a lencsétől 28,2 cm, a vízben pedig 37,5 cm távolságra vannak. A csomópontok egybeesnek és a lencsétől 9,3 cm távolságra vannak a vízben.

387. $f = 50$ cm. A fősíkok helyére kapjuk, hogy

$$S_1 = 0, \quad S_2 = -2 \text{ cm.}$$

1. $t = 75$ cm,

$k = \frac{ft}{t-f} = 150$ cm a második fősíktól mérve, tehát a síkfelülettől 148 cm-re van a kép.

2. $t = 77$ cm, $k = 143$ cm, ami egyben a gömbfelülettől mért távolság is ($S_1 = 0$).

388. A két fősík egybeesik és a gömb középpontján halad keresztül. Mivel $t = 10$ cm, és $f = 6$ cm,

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6},$$

innen

$$x = \underline{15 \text{ cm.}}$$

A nagyítás

$$N = -\frac{x}{t} = -\underline{1,5}.$$

389. $f = 6$ cm, $S_1 = -1$ cm, $S_2 = -0,4$ cm, tehát mindkét fősík a lencsén belül van.

390. $f = 2,5$ cm. A gyújtópontok és fősíkok helyzetét a 110. ábrán láthatjuk.

391. A vízréteg optikailag egy $\frac{d}{n}$ vastagságú levegőréteggel helyettesíthető. Ekkor pedig az eredő fókusz távolság

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - \frac{d}{n}}$$

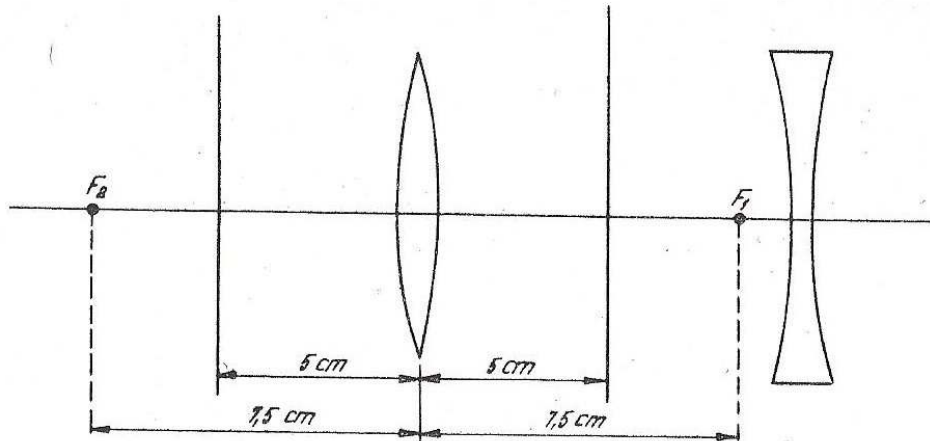
392. $f = \frac{n R^2}{(n-1)^2 d} > 0$, tehát a lencse mindenképpen gyűjtőlencse.

Mivel

$$S_1 = \frac{R}{n-1} \quad \text{és} \quad S_2 = -\frac{R}{n-1},$$

a fókuszok a domboru felület oldalán, egymástól d távolságra vannak. Az első fókusz $\frac{R}{n-1}$ távolságra van a domboru felülettől.

393. A lencse szórólencse. Fókuszai egybeesnek és a lencse felületeinek közös görbületi középpontján mennek át.



110. ábra

$$f = -\frac{nR(R-d)}{(n-1)d}.$$

394. $f_1 - f_2 = 40$, $\frac{f_1}{f_2} = 9$. Innen $f_1 = \underline{45 \text{ cm}}$, $f_2 = \underline{5 \text{ cm}}$.

Az objektív és okulár cseréje után

$$f'_1 + f'_2 = 40, \quad \frac{f'_1}{f'_2} = 9. \quad \text{Innen} \quad f'_1 = 36 \text{ cm}, \quad f'_2 = 4 \text{ cm}.$$

395. A szemlencsét 0,505 cm-rel kell eltolni.

396. A szögnyagyítás 15-szörös. Így a látószög $\alpha = \underline{70'45''}$.

397. Az első lencse nagyítása $N_1 = \frac{f_1}{f_1 - t} = -50$

A második lencse nagyítása $N_2 = \frac{f_2 - k}{f_2} = 7$

A mikroszkóp teljes nagyítása $N = N_1 N_2 = -350$.

Az optikai tubushossz $D = 234,3 \text{ mm}$.

398. $d = 1,062 \text{ cm}$ a tárgy távolsága az objektívtől.
A lineáris nagyítás $N = 125,6$.

399. $d = \frac{4}{350} \cdot 32 = 0,366 \text{ cm}$. A fényerőnövekedés szorzószáma az objektív és a pupilla keresztmetszetének viszonya: $X = 1600$.

400. A szükséges eredő fókusz távolság a lencsetörvény alapján:

$$f = \frac{t k}{t + k} = 8,67 \text{ cm}.$$

Feltételezve, hogy az előtétlencsét szorosan az objektívre illesztjük:

$$f_e = \frac{f \cdot f_o}{f_o - f} = \underline{30,9 \text{ cm}}.$$

401. A gyújtópont $\frac{d(n-1)}{n} = 2 \text{ mm}$ -el mozdul el.

402. A 4,5 m-re levő tárgy éles képe

$$k_1 = \frac{f t_1}{t_1 - f} = 20,930 \text{ cm}$$

távolságban jelenik meg.

A homályos lemez viszont az objektívtól

$$k_2 = \frac{f t_2}{t_2 - f} = 20,833 \text{ cm}$$

távolságban van.

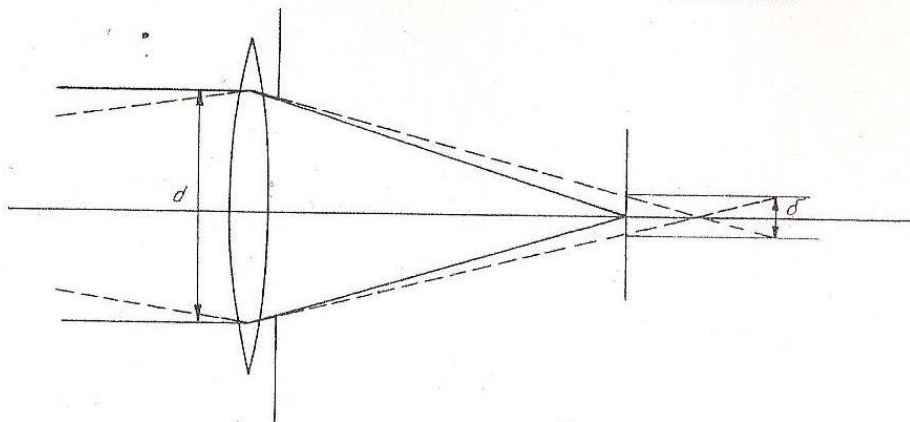
A 111. ábra alapján, felhasználva a háromszögek arányosságát felírható, hogy

$$d : \delta = k_1 : (k_1 - k_2).$$

Innen $d = \underline{\underline{2,16 \text{ cm.}}}$

Ez megfelel $\frac{f}{d} = 9,25$ -ös fényerőnek.

403. A teleobjektív fókuszpontja az első lencsétől 26 cm távolságban van. A tényleges fókusz távolság a főtől mérendő: $\underline{\underline{f = 50 \text{ cm.}}}$



111. ábra

Az elérhető képnagyság kerekén 2-szer nagyobb annál, amelyet egy egyszerű ugyanilyen kihuzatu (26 cm) objektívvel készíthetünk.