

### Mágneses erőter

A mágneses erőteret jellemző  $\vec{B}$  indukció vektor az  $I$  erősségű,  $dA$  felületet átfogó köráramra ható  $\vec{M}$  forgatónyomatékkal definiálható:

$$\vec{M} = I d\vec{A} \times \vec{B}$$

szerint, ahol  $d\vec{A}$  az elemi  $dA$  felület vektora.  $B$  értékét  $\frac{Vs}{m}$  -ben kapjuk, ha MKS- egységeket használunk.

A mágneses erőter másik jellemzője a  $\vec{H}$  mágneses térerősség. Vákuumban  $\vec{B}$  és  $\vec{H}$  között a  $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$  összefüggés áll fenn.  $H$ -t MKS rendszerben  $\frac{A}{m}$  -ben kapjuk;  $\mu = 4 \pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ .

$I$  erősségű áram mágneses erőterét a

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{I} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Biot-Savart törvényből, vagy a

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

gerjesztési törvényből számíthatjuk. Az előbbiben  $\vec{r}$  a kérdéses pontba mutató helyvektor,  $I d\vec{l}$  az áramelemet jelöli, míg az utóbbi formulában a körintegrált az  $I$  áramot körülfogó  $L$  zárt görbére kell kiterjeszteni.

A mágneses fluxust, az  $A$  felületen áthaladó indukciójonalak számát a

$$\phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

integrál definiálja.

Anyag jelenlétében a  $\vec{B}$  és  $\vec{H}$  közötti kapcsolatot a

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

összefüggés fejezi ki, ahol  $\mu$  az anyag permeabilitása, míg a dimenzió nélküli  $\mu_r$  a relatív permeabilitás.

Különböző permeabilitású anyagok határfelületén a  $B$  vektor normális komponense és a  $\vec{H}$  vektor tangenciális komponense megy át folytonosan.

$$B_{1n} = B_{2n} \quad \text{és} \quad H_{1t} = H_{2t}, \quad \text{míg}$$

$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{és} \quad \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Egy  $I$  áramtól átjárt vezető  $d\vec{l}$  hosszúságu darabjára ható  $d\vec{F}$  erő:

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

A  $\vec{H}$  erősségű és  $\vec{B}$  indukcióju mágneses erőter energiája  $V$  térfogatban:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV$$

A  $\vec{v}$  sebességgel mozgó  $Q$  töltésre  $\vec{B}$  indukcióju mágneses és  $\vec{E}$  térerőségu elektromos erőterben ható erő

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$$

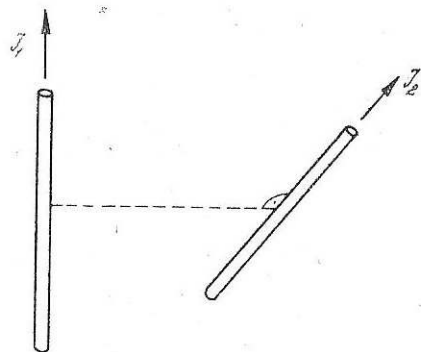
208. Két, egymásra merőleges, szabadon elmozdulni képes egyenes vezetőn áramot bocsátunk keresztül. (22. ábra.) Hogyan fog megváltozni helyzetük az áram által létesített mágneses erőter hatására?

209. Egy bármilyen irányban elmozdulni képes egyenes vezetőt mágnespatkó fölé helyezünk a 23. ábrának megfelelő módon. Mi lesz a hatása annak, ha a vezetőben a nyíl irányában áramot bocsátunk keresztül?

210. Határozzuk meg egy végtelen hosszú egyenes vezető mágneses erőterét mint a vezetőtől mért távolság függvényét. A vezetőben  $I$  erősségű áram folyik. A számításokat végezzük

- a Biot-Savart törvény,
- a gerjesztési törvény segítségével.

211. Határozzuk meg a  $H$  mágneses erőteret egy derékszögben meghaj-



22. ábra

213. Két végtelen hosszú vezető merőleges egymásra és két egymásra merőleges síkban helyezkedik el. (Lásd a 25. ábrát.) Határozzuk meg a mágneses térerősséget az  $M_1$  és  $M_2$  pontokban, ha  $I_1 = 2 \text{ A}$ ,  $I_2 = 3 \text{ A}$ ,  $AM_1 = AM_2 = 1 \text{ cm}$  és  $AB = 2 \text{ cm}$ .

214. Két igen hosszú egyenes vezető közötti távolság  $8 \text{ cm}$ . A vezetőkben ellenkező irányú  $I_1 = I_2 = 10 \text{ A}$  erősségű áramok folynak. Határozzuk meg a mágneses erőter irányát és nagyságát a mindkét vezetőtől  $8 \text{ cm}$  távolságban levő pontban.

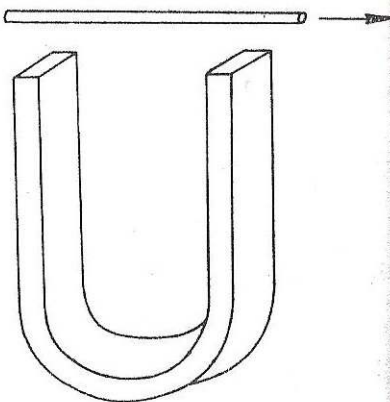
215. Igen hosszú függőleges vezetőben lefelé  $10 \text{ A}$  erősségű áram halad. A vezetőtől mekkora  $r_0$  távolságban lesz a földmágnesség és a vezető mágneses erőtere eredőjeként kialakuló mágneses erőter függőleges irányú? A Föld mágneses erőterének vízszintes összetevője  $16 \text{ A/m}$ .

216. Három egy síkban levő párhuzamos vezető egymástól  $3 \text{ cm}$ -re van. A baloldali vezetőben és a középsőben  $I$ , a harmadikban  $-2I$  áram folyik. Határozzuk meg azon egyenes helyzetét, amely mentén a mágneses térerősség zérus.

217. Határozzuk meg egy egyenes vezető  $AB$  szakasza által keltett  $H$  mágneses erőteret a szakasz felezőpontján keresztülmenő merőleges egyenesnek a vezetőtől mért  $10 \text{ cm}$  távolságra  $C$  pontjában. A vezetőben  $25 \text{ A}$

litott igen hosszú egyenes vezető esetében abban a pontban, amely az egyik szakasz meghosszabbításában fekszik a derékszög csúcsától  $r_0 = 2 \text{ cm}$  távolságban. A vezetőben  $I = 20 \text{ A}$  áram folyik.

212. Két igen hosszú vezető egymásra merőlegesen egy síkban helyezkedik el. (Lásd a 24. ábrát.) Határozzuk meg a mágneses térerősséget az  $M_1$ ,  $M_2$  pontokban, ha  $I_1 = 2 \text{ A}$ ,  $I_2 = 3 \text{ A}$ ,  $AM_1 = AM_2 = 1 \text{ cm}$  és  $CM_2 = 2 \text{ cm}$ .



23. ábra

erősségű áram halad, a vezető tekintett szakasza a kérdéses pontból  $\beta = 60^\circ$ -os szög alatt látszik.

218.  $4 \text{ cm}$  oldalú négyzet alakú fémkeretben  $20 \text{ A}$  erősségű áram folyik. Határozzuk meg a keret geometriai középpontjában a  $H$  mágneses térerősséget.

219. Határozzuk meg a mágneses térerősséget egy  $a = 16 \text{ cm}$ ,  $b = 30 \text{ cm}$  oldalú téglalap alakú vezető középpontjában, ha benne  $6 \text{ A}$  áram folyik.

220. Határozzuk meg a mágneses térerősséget

a) egy  $30 \text{ cm}$  oldalú szabályos háromszög középpontjában, ha azt egy  $5 \text{ A}$  áramtól átjárt vezetőből állítottuk elő.

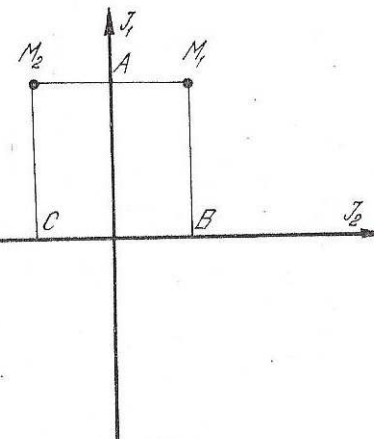
b) annak a szabályos tetraédernek a csúcspontjában, amelynek e csúcsponttal szemközt oldala az előbbi háromszög.

221. Egyenlő hosszú drótdarabokból kockát forrasztunk össze. Az egyik testátló szemben fekvő  $A$  és  $B$  végeihez elektromotoros erőt kapcsolunk. Mekkora a kocka középpontjában a mágneses térerősség?

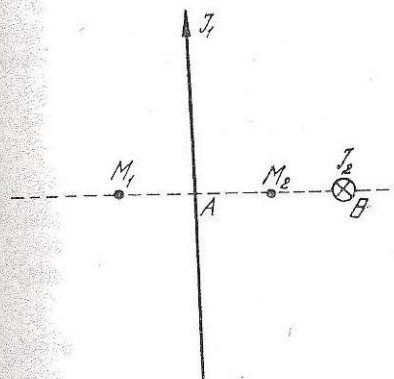
222.  $4 \text{ cm}$  oldalú szabályos hatszög alakú fémkeretben  $20 \text{ A}$  erősségű áram folyik. Határozzuk meg a  $H$  mágneses térerősséget a keret geometriai középpontjában.

223.  $I$  erősségű áram folyik az  $R$  sugarú, egyenesvonalú hengeres homogén vezetőben a tengely irányában. Határozzuk meg a vezetőn belül és kívül a tengelytől  $r$  távolságban, a  $H$  mágneses térerősséget.

224. Egy  $5 \text{ cm}$  átmérőjű és  $7 \text{ cm}$  külső átmérőjű üreges hengerben  $I = 20 \text{ A}$  erősségű áram folyik. Határozzuk meg a  $H$  mágneses térerőssé-



24. ábra



25. ábra

get a vezető tengelyétől mért 2, 3, és 4 cm távolságban. Feltételezzük, hogy a vezetőben az árameloszlás egyenletes.

225. Számítsuk ki egy 1 cm sugaru tömör vezető 1 méteres darabjának belsejében az indukciófluxust, ha a vezetőben az áramerősség 100 A.

226. Határozzuk meg egy körvezető mágneses erőterét a körvezető tengelyén a középponttól  $d$  távolságra levő  $M$  pontban. A vezetőben  $I$  erősségű áram folyik.

227.  $I = 20$  A erősségű áram  $A = 10 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű vastag körvezetőn folyik keresztül. Az áram által keltett mágneses erőter értéke a körvezető középpontjában  $H = 178 \text{ A/m}$ . Mekkora feszültséget kapcsolunk a körvezető végeire? A körvezető anyagának fajlagos ellenállása  $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ .

228. Határozzuk meg egy körvezető mágneses erőterét a körvezető tengelyén a középponttól 5 cm távolságban levő pontban, ha a körvezető sugara 3 cm és benne 20 A áram folyik.

229. Egy körvezető sugara 11 cm, középpontjában a mágneses térerősség  $64 \text{ A/m}$ . Határozzuk meg a  $H$  mágneses térerősséget a körvezető tengelyén a körvezető síkjától 10 cm távolságban.

230. Egy darab huzalból  $R$  sugaru körmenetet készítettünk és ezt egy állandó elektromotoros erővel bíró áramforráshoz kapcsoljuk. Hogyan változik a kör középpontjában a mágneses erőter erőssége, ha ugyanabból a huzalból  $R/2$  sugaru kétmenetű tekercset készítettünk?

231. Laboratóriumi mérés alkalmával a földmágnesség vízszintes összetevőjének mérésekor tangens galvanométerrel  $I = 0,5 \text{ A}$  áramerősség mellett  $\alpha = 44,6^\circ$  szögkitérést mértek. A galvanométer menetszáma  $n = 12$ , közepes sugara  $r = 13,6 \text{ cm}$ , a mágnesű tengelye és a tekercs síkja közötti közepes távolság  $d = 6 \text{ cm}$ . Ezen adatok alapján határozzuk meg a földmágnesség vízszintes komponensét.

232. Egy  $15 \Omega$  ellenállású tangens galvanométert sorbakötünk egy  $50 \Omega$ -os ellenállással és rákapcsoljuk egy elhanyagolható belső ellenállású, 2 V elektromotoros erejű akkumulátorra. A galvanométer  $53^\circ$ -os kitérést jelez. Mekkora lesz a kitérés, ha a galvanométert egy  $10 \Omega$ -os ellenállással sorbakötjük?

233. A földmágnesség adatait egy helyen meghatároztuk és azt találtuk, hogy a deklináció  $12^\circ 30'$  nyugatra, az inklináció  $64^\circ 20'$  és a vízszintes térerősség  $15,12 \text{ A/m}$ . (26. ábra.) Később kiderült, hogy a mérések alkalmával mágnes volt a közelben, amit nem vettünk észre és amelytől a mérés helyén  $3,18 \text{ A/m}$  vízszintes térerősség származott kelet felé. Számítsuk ki a földmágnesség adatainak helyes értékeit.

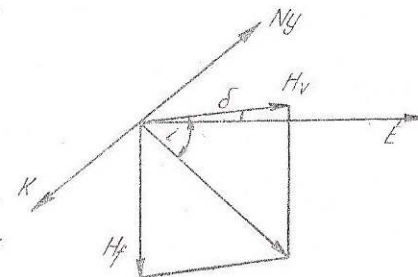
234.  $d_1 = 4 \text{ mm}$  és  $d_2 = 2 \text{ mm}$  átmérőjű rézvezetőt a 27. ábrán lát-

ható módon összeforrasztunk és csatlakoztatunk két végtelen hosszúnak tekinthető vezetőhöz, amelyben  $I = 15 \text{ A}$  erősségű áram folyik. Határozzuk meg a mágneses térerősség nagyságát és irányát a körvezető középpontjában, ha annak sugara 3 cm.

235. Határozzuk meg a  $H$  mágneses erőter nagyságát egy  $n$  menetű  $l$  hosszúságú szolenoidban, amelyben  $I$  erősségű áram folyik. A számításokat végezzük

- a gerjesztési törvény,
- a Biot-Savart törvény alapján.

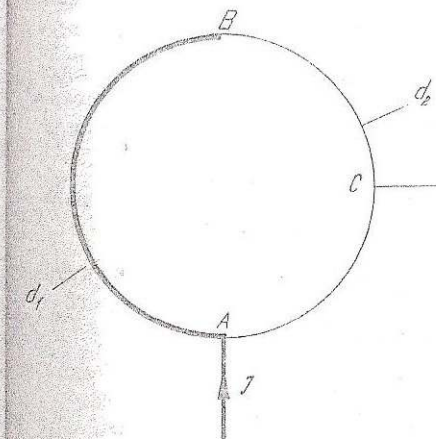
Vizsgáljuk meg a mágneses erőter eloszlását a szolenoid tengelye mentén véges hosszúságú tekercs esetén.



26. ábra

236. Egy szolenoid tekercselése 0,8 mm átmérőjű huzalból készült. Az egyes menetek szorosan illeszkednek egymáshoz. Mekkora lesz a  $H$  mágneses erőter értéke a tekercs belsejében 1 A erősségű áram esetén?

237. Szolenoid készítéséhez 1 mm átmérőjű huzal áll rendelkezésünkre, amelyben maximálisan 6 A erősségű áram haladhat át. Hány rétegből áll a tekercs, ha belsejében 24 000 A/m erősségű mágneses erőteret kell gerjesztünk. A menetek szorosan illeszkednek.



27. ábra

238. 20 cm hosszú és 5 cm átmérőjű szolenoidot kell készítenünk, amely 1000 A/m erősségű mágneses teret hoz létre. Határozzuk meg

- az ampermenetszámot,
- mekkora feszültséget kell kapcsolni a tekercsre, ha készítésekor 0,5 mm átmérőjű rézhuzalt használunk.

239. Egy  $l_1 = 10 \text{ cm}$  hosszúságú,  $d = 3 \text{ cm}$  átmérőjű  $n = 2000$  menetű szolenoidban  $I = 20 \text{ mA}$  áram folyik. A szolenoidban helyezünk egy ugyanolyan vastag  $l_2 = 2 \text{ cm}$  hosszúságú vashengert, amelynek relatív mágneses permeabi-

litása 500. Határozzuk meg a  $H$  mágneses térerősség és a  $B$  mágneses indukció értékét a szolenoidban a vason belül és kívül.

240.  $\ell = 20$  cm hosszúságú,  $d = 10$  mm átmérőjű szolenoid menetszám  $n = 2000$ . A szolenoidban  $I = 100$  mA áram folyik. A szolenoidba helyezünk egy  $\ell$  hosszúságú,  $d_1 = 4$  mm átmérőjű vashengert, amelynek relatív mágneses permeabilitása 50. Határozzuk meg a tekercs indukciófluxusát.

241. Számítsuk ki a  $H$  mágneses térerősséget és a  $B$  mágneses indukciót a 6 cm sugarú toroid belsejében, ha menetszáma 50, a benne folyó áram erőssége 2 A, és a belsejét kitöltő anyag relatív mágneses permeabilitása 500. Hogyan módosulnak az eredmények egy 0,5 cm-es légrés esetében?

242. Egy toroidban a vasmag hossza 60 cm, a légrés szélessége 0,1 cm, menetszáma 1000. A toroidban 1 A erősségű áram folyik. A vasmag relatív mágneses permeabilitása 600. Határozzuk meg a  $H$  mágneses térerősséget vasmag nélküli és vasmaggal ellátott toroidban.

243. 251 cm hosszú toroid légrése 1 cm, menetszáma 1000. Ha a toroidban 20 A erősségű áram folyik, a mágneses indukció a légrésben  $1,6$  Vs/m<sup>2</sup>. Határozzuk meg a vasmag relatív mágneses permeabilitását.

244. Az előző feladat adatai alapján határozzuk meg a mágneses fluxust valamint a mágneses erőtér energiasűrűségét a légrésben és a vasmagban. A vasmag keresztmetszete  $10$  cm<sup>2</sup>.

245. Egy vasgyűrű középpontján a gyűrű síkjára merőlegesen egy egyenes vezető halad át, amelyben 25 A erősségű áram folyik. A gyűrű keresztmetszete téglalap, a gyűrű sugarai 18 mm és 22 mm, vastagsága 5 mm, a relatív mágneses permeabilitása 3600.

a) Határozzuk meg a  $B$  mágneses indukciót a gyűrű középvonala mentén.

b) A mágneses indukció értékét a gyűrűben közelítőleg tekintjük egyenlőnek, (a középvonalhoz tartozó érték) és határozzuk meg a gyűrű indukciófluxusát.

246. Toroid alakú elektromágnesset méreteztünk, a légrésben  $1,4$  Vs/m<sup>2</sup> indukciót kell biztosítanunk. A vasmag hossza 40 cm, relatív mágneses permeabilitása 1400, átmérője 5 cm. A pólusok közötti rész 1 cm hosszú. Határozzuk meg

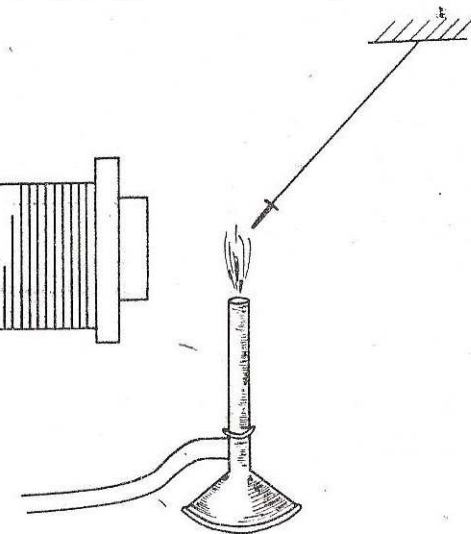
a) az elektromágnes tekercsére mekkora feszültséget kell kapcsolni, hogy a szükséges mágneses indukciót biztosítsuk, ha a tekercseléshez  $1,71 \cdot 10^{-6} \Omega$  cm fajlagos ellenállású,  $1$  mm<sup>2</sup> keresztmetszetű rézhuzal áll rendelkezésünkre.

b) mekkora lesz a tekercselés minimális vastagsága, ha a megengedett áramsűrűség  $3$  A/mm<sup>2</sup>.

247. Egy magas hőmérsékletet tűró vékony fonálra felfüggesztünk egy vasszeget. A 28. ábra szerint helyeztük el egy erős elektromágnessel és egy bunsen-égővel együtt. A mágnes bekapcsolásakor a szeg a láng fölé kerül; egy idő múlva hirtelen visszalendül függőleges helyzetbe, majd újra kitér és a láng fölé jut. Értelmezzük ezt a periódikus mozgást.

248. Egy igen hosszú, áramtól átjárt vezetővel párhuzamos szálon egy derékszögű vezetőkeretet felfüggesztünk fel a 29. ábrán látható módon. Mi történik, ha a rajz szerinti irányban áramot engedünk keresztül a kereten?

249. Elektromágnes pólusai között  $0,1$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú homogén mágneses erőtér létesítünk. A mágneses erőtérben az erővonalakra merőlegesen elhelyezünk egy 70 cm hosszú ve-



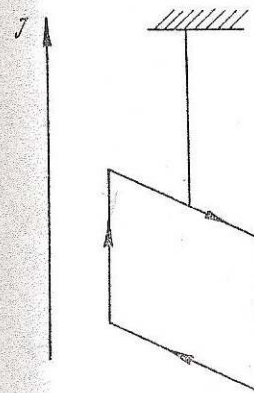
28. ábra

tőt, amelyben 70 A erősségű áram halad. Mekkora  $F$  erő hat a vezetőre?

250. Igen hosszú vezetőben  $I_1 = 30$  A erősségű áram folyik, a vezető mellett elhelyezünk egy négyzet alakú vezetőkeretet, amelyben  $I_2 = 10$  A áram halad (Lásd a 30. ábrát). A keret oldala  $\ell = 2$  cm, a vezető és az keret közelebbi oldala közötti távolság  $r_0 = 1$  cm. Határozzuk meg a vezető és a keret közti erőt.

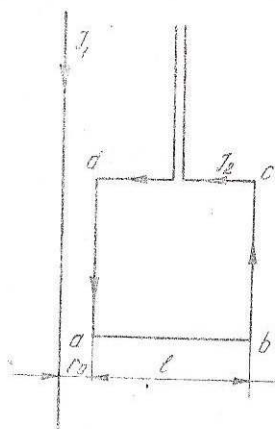
251. Az előző feladat adatai alapján határozzuk meg a keret indukciófluxusát ( $I_2 = 0$ ).

252. Három párhuzamos egy síkba eső vezetőben  $I_1 = 6$  A,  $I_2 = -12$  A és  $I_3 = 6$  A erősségű áram halad. Az 1. és a 2. vezető közti távolság 2 cm, a 2. és a 3. közti távolság pedig 3 cm. (A 2. vezető közepén.) Milyen irányú és mekkora erő hat a középső vezető 50 cm hosszú darabjára?



29. ábra

253. Egy négyzetes vasból patkó alakban készült elektromágnes a 31. ábrán cm-ekben feltüntetett mérettel. A menetek száma  $N = 200$ . Az áramerősség  $I = 2$  A. Mekkora az elektromágnes  $F$  emelő ereje, ha a relatív permeabilitás 200?

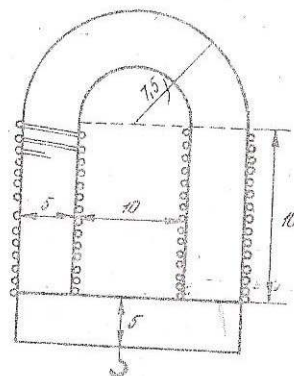


30. ábra

A folyadékban  $I = 5$  A erősségű elektromos áram halad  $\ell$  irányában. A folyadék homogén mágneses térben van, amely merőleges  $\ell$ -re: az indukció erőssége  $B = 0,1$  Vs/m<sup>2</sup>. Mekkora a folyadék hidrosztatikai nyomása az edény alján?

257. 20 cm hosszú huzalból egy négyzet alakú és egy kör alakú keretet készítettünk, majd  $0,1$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú mágneses térbe helyeztük. A vezetékben  $2$  A erősségű áram halad, a keret síkja mindkét esetben  $45^\circ$ -os szöget képez a mágneses erőter irányával. Határozzuk meg a két keretre ható forgatónyomatékokat.

258. Egy szolenoidban  $I_1 = 10$  A erősségű áram folyik, 1 cm-re 10 menet jut. A szolenoid belsejébe helyeztünk egy  $A = 10$  cm<sup>2</sup> területű  $n_2 = 5$  menetből álló tekercset. A tekercset egy torziószállra függesztjük fel, amelynek állandója  $k = 1$  pcn/rad. Ha a tekercsben áram nem folyik, a tekercs síkja párhuzamos a szolenoid tengelyével. Mekkora  $\varphi$  szöggel fordul el a tekercs a szolenoid tengelyéhez képest, ha rajta  $I_2 = 1$  A erősségű áram halad



31. ábra

259. Egy  $1$  mm<sup>2</sup> keresztmetszetű alumíniumvezetékét vízszintes síkban függesztünk fel a mágneses meridiánra merőlegesen. A vezetékben (nyugatról keletré)  $1,6$  A erősségű áram folyik. Az alumínium sűrűsége  $2,7$  g/cm<sup>3</sup>, a földmágnesség vízszintes összetevője  $16$  A/m. Határozzuk meg, hogy a Föld mágneses tere részéről ható erő a vezeték súlyának hány %-a.

260. Galvanométer tekercsének menetszáma 400. A tekercs hossza  $3$  cm, szélessége  $2$  cm. A tekercs egy fonálra függ egy  $0,1$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú mágneses erőterben, benne  $10^{-7}$  A erősségű áram folyik. Határozzuk meg a tekercsre ható forgatónyomatékokat, ha

- a) a tekercs síkja párhuzamos a mágneses erőter irányával
- b) a tekercs síkja  $60^\circ$ -os szöget zár be a mágneses erőter irányával.

261. Határozzuk meg a  $0,12$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú homogén mágneses erőteret előállító elektromágnes  $400$  cm<sup>3</sup> térfogatú belsejében tárolt mágneses energiát.

262.  $0,5$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú homogén mágneses erőterben egy  $10$  cm hosszúságú egyenes vezető mozog  $20$  cm/sec állandó sebességgel, a sebesség a mágneses erőter irányára merőleges. A vezetékben  $2$  A erősségű áram folyik. Határozzuk meg

- a) a vezető elmozdulása közben  $10$  s alatt végzett munkát (W)
- b) a mozgásra fordított teljesítményt (P)

263. Mutassuk ki, hogy homogén mágneses erőterben az erővonalakra merőleges  $v$  sebességgel belőtt részecske a mágneses erőterben körpályán halad változatlan  $v$  sebességgel. Határozzuk meg a részecske által befutott kör területét és a részecske keringési idejét.

264. Vizsgáljuk meg a  $B$  indukciójú homogén mágneses erőterben  $v$  sebességgel belőtt részecske mozgását, ha a sebesség az erőter irányával  $\beta$  szöget zár be, és  $\beta \neq 90^\circ$ .

265. Egy elektront  $1000$  V potenciálkülönbséggel felgyorsítunk és sebességére merőleges homogén mágneses térbe irányítunk. A mágneses tér erősség  $947,5$  A/m. Határozzuk meg

- a) a pálya görbületi sugarát (r)
- b) az elektron keringési idejét (T)

266.  $\alpha$ -részecske-nyalábot egy millió volt feszültséggel gyorsítunk fel, utána a részecskék  $1,5$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú mágneses erőterbe kerülnek. A részecskék sebessége merőleges a mágneses erőter irányára. Mekkora  $F$  erő hat a részecskékre?

267. Egy proton  $1$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú homogén mágneses erőterben  $60$  cm sugarú körpályán mozog. Mekkora a kinetikus energiája?

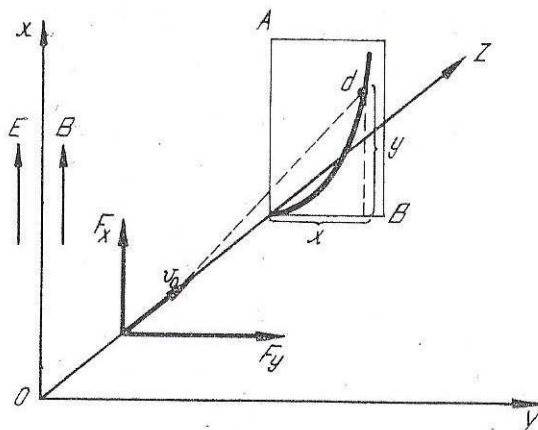
268. Azonos sebességgel mozgó proton és elektron homogén mágneses erőterbe repül. Hányszor nagyobb a proton pályájának sugara az elektron pályájának sugaránál?

269. Egy protont és egy elektront azonos feszültséggel gyorsítunk fel, majd homogén mágneses erőterbe irányítjuk. Hányszor nagyobb a proton pályájának sugara az elektron pályájának sugaránál?

270. Egy 500 eV kinetikus energiájú  $\alpha$ -részecske a sebességére merőleges homogén mágneses erőterbe repül, amelynek indukciója  $0,1 \text{ Vs/m}^2$ . Határozzuk meg

- a részecskére ható erőt (F),
- a részecske pályájának sugarát (r),
- a részecske keringési idejét (T).

271. Két párhuzamos vezető, amelyekben egyirányú áramok folynak, vonzza egymást, míg két párhuzamos katódsugárnyaláb taszítja egymást. Miért?



32. ábra

272. Sebességszelektáló készülék központi része egy sikkondenzátor. Az elektromos erőterre merőlegesen homogén mágneses teret kapcsolunk. Az elektromos erőteret  $10\,000 \text{ V/cm}$  és  $15\,000 \text{ V/cm}$  között, a mágneses indukciót pedig  $0,1 \text{ Vs/m}^2$  és  $0,3 \text{ Vs/m}^2$  között folytonosan változtathatjuk. Milyen sebességhatárok közötti elektronokat tudunk a készülékkel szelektálni?

273. Egy  $Q_e$  töltésű

$m$  tömegű részecske az

OZ tengely irányában mozog  $v_0$  kezdősebességgel. (Lásd a 32. ábrát.)

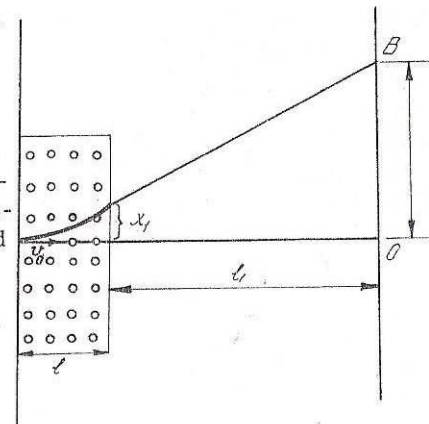
Az E elektromos télerősség és a B mágneses indukció az OX tengely irányába mutat, mindkettő azonos tartományon belül fejt ki hatást a részecskére. A különböző  $v_0$  kezdősebességű részecskék útjába a Z tengelyre merőlegesen egy fényképezőlemez helyezünk. A lemezen a részecskenyomok összessége egy meghatározott görbét képez. Határozzuk meg a görbe egyenletét. (A feladat a Thomson-féle parabola-módszer alapfogolatával kapcsolatos.)

274. Határozzuk meg az  $Q_e/m$  viszonyt:

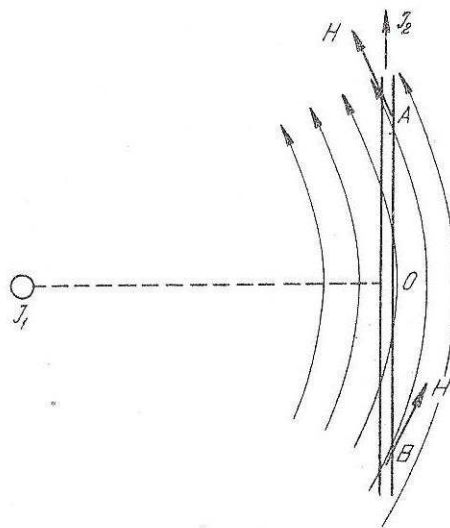
- elektron, proton és  $\alpha$ -részecske esetében,
- egy töltéssel rendelkező részecske esetében, amely egy  $0,25 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses erőterbe repül be a mágneses erővonalakra merőlegesen  $10^6 \text{ m/s}$  sebességgel. A pálya sugara  $8,3 \text{ cm}$ .

275. Elektronnyalábot  $U = 300 \text{ V}$  feszültséggel gyorsítunk fel. Az elektronok e feszültség befutása után homogén mágneses erőterbe repülnek. (lásd a 33. ábrát), amely a rajz síkjára merőleges és felénk mutat. Az erőter szélessége  $l = 6 \text{ cm}$ . Mágneses erőter nélkül az elektronnyaláb képe a mágneses erőter mögött az  $l_1 = 12$

cm-re elhelyezett fluoreszkáló ernyőn az O pontban jelenik meg. A mágneses erőter bekapcsolásakor a kép a B pontba tolódik el. Az O és B pontok közötti távolság  $x = 3 \text{ cm}$ . Határozzuk meg a mágneses erőter indukcióját.



33. ábra



91. ábra

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

Biot-Savart törvény alapján számíthatjuk. A 93. ábra jelöléseivel

$$H = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\ell \sin \alpha}{r^2}$$

ahol

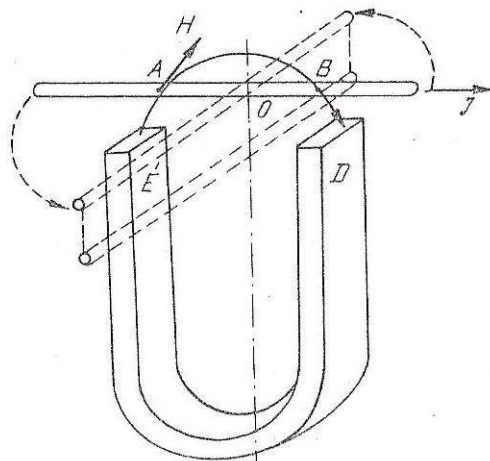
$$d\ell = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}, \quad r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$$

Helyettesítsük be ezeket az értékeket H kifejezésbe, akkor az egyszerűsítések után kapjuk

208. A vezetők úgy mozdulnak el, hogy egy síkban kerüljenek, majd az egyirányú áramok révén vonzani fogják egymást. A 91. ábrán az  $I_1$  által keltett tér és az  $I_2$  áram helyzetéből látszik a párhuzamos helyzetbe állítás tendenciája.

209. A vezető először vízszintes síkban az óramutató járásával ellenkező irányban elfordul (felülről nézve), majd lefelé mozog. A 92. ábrán berajzolt mágneses erőter és áramirányokból az erők irányára már könnyű következtetni.

210. a) Az áram mágneses erőterét a



92. ábra

$$H = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \frac{I \sin \alpha}{r_0} d\alpha = \frac{I}{2\pi r_0}$$

b) A gerjesztési törvény szerint a H térerősség görbe menti komponensének a zárt görbére kiterjesztett vonalintegrálja független a görbe alakjától. Ez lehetőséget ad egy a céljainknak megfelelő alakú görbe felvételére. Tudjuk, hogy egy igen hosszú egyenes vezető mágneses erővonalrendszere koncentrikus körök rendszerével ábrázolható, egy tet-szőleges, esetünkben  $r_0$  sugaru kör mentén  $H_s = H = \text{állandó}$ , az iv-

elemek integrálja a zárt görbére a görbe (kör) területét adja. Tekintsük tehát zárt görbének az  $r_0$  sugaru kört, ekkor

$$\oint H_s ds = I = H 2\pi r_0$$

93. ábra

Ebből

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}$$

a példából látható, hogy a gerjesztési törvény alkalmazása igen hamar célhoz vezet, ha a mágneses erőter menetét eleve ismerjük.

211. Itt a mágneses erőter a vezető hosszának csak a felétől származik,

$$H = \frac{I}{4\pi r_0} = 79,6 \text{ A/m}$$

$$212. H_1 = 8 \text{ A/m}, \quad H_2 = 56 \text{ A/m}.$$

$$213. H_1 = 35,6 \text{ A/m}, \quad H_2 = 57,4 \text{ A/m}$$

214.  $H = 20 \text{ A/m}$ , a mágneses erőter merőleges a két vezetón átfektett síkra.

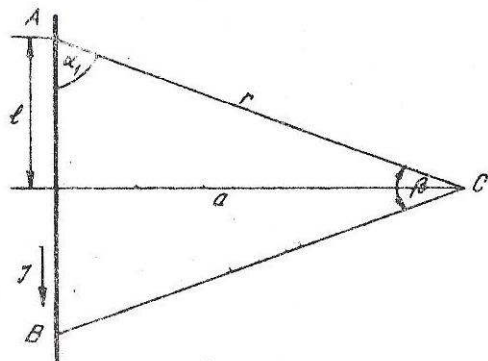
$$215. r_0 = 10 \text{ cm}.$$

216. A baloldali és a középső vezeték között, a középsőtől 1 cm távolságban elhelyezkedő egyenes mentén.

217. A H térerősség a C pontban

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Ennek abszolút értéke (lásd a 94. ábrát)



94. ábra

$$H = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\ell \sin \alpha}{r^2}$$

Viszont egy tetszőleges  $\ell$  koordinátára

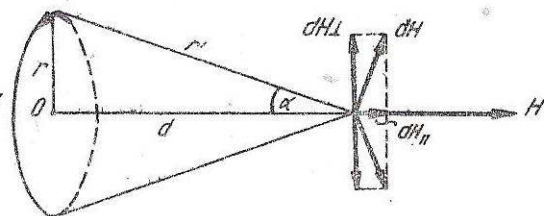
$$-\ell = a \cdot \text{ctg } \alpha; \quad d\ell = \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

és

$$r = \frac{a}{\sin \alpha}.$$

Helyettesítsük be ezeket az értékeket H kifejezésbe. Az integrációs határok  $\alpha_1$ -től  $\frac{\pi}{2}$ -ig a vezető szakasz felének hatását veszik figyelembe, az eredő mágneses erőter ennek kétszerese:

$$H = \frac{I}{2\pi a} \int_{\alpha_1}^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha d\alpha = \frac{I}{2\pi a} \cos \alpha_1 \approx 20 \frac{A}{m}$$



95. ábra

218.  $H = 450 \text{ A/m}$

219.  $H = 27 \text{ A/m}$

220. a)  $H_1 = 24 \text{ A/m}$

b)  $H_2 = 1,5 \text{ A/m}$

221.  $H = 0$

222.  $H = 276 \text{ A/m}$

223. A vezetőn belül  $H = \frac{I \cdot r}{2\pi R^2}$ , kívül  $H = \frac{I}{2\pi r}$

224.  $H_2 = 0$ ,  $H_3 = 48 \text{ A/m}$ ,  $H_4 = 79,6 \text{ A/m}$

225.  $d\phi = \frac{\mu_0 I}{2r_0 \cdot \pi} \cdot r \ell dr$ ,

amiből

$$\phi = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} = 10^{-5} \text{ Vs.}$$

226. Válasszuk ki egy  $I d\vec{l}$  áramelemet a körvezető tetszőleges szakaszán. Ennek mágneses erőtere az M pontban a Biot-Savart törvény szerint

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}'}{r'^3}$$

Tehát merőleges az  $I d\vec{l}$  és az  $\vec{r}'$  vektorok által kifeszített síkra (lásd a 95. ábrát). Az egyes  $I d\vec{l}$  áramelemek által létrehozott elemi  $d\vec{H}$  mágneses erőtereknek csak a körvezető tengelyének irányába eső komponensét kell számítanunk, hiszen a tengelyre merőleges  $dH_{\perp}$  komponensek a szimmetrikusan elhelyezkedő  $I d\vec{l}$  áramelempároknál kioltják egymást. Vegyük továbbá figyelembe, hogy az  $I d\vec{l}$  és az  $\vec{r}'$  vektorok közötti szög  $90^\circ$ . Ekkor

$$dH_{\parallel} = dH = \frac{I d\ell}{4\pi r'^2} \sin \alpha = \frac{I r d\ell}{4\pi (r^2 + d^2)^{3/2}}.$$

Ezt integrálva

$$H = \frac{r^2 I}{2(r^2 + d^2)^{3/2}}.$$

$d = 0$  esetben a körvezető középpontjában kapjuk a H mágneses térerősség értékét:

$$H = \frac{I}{2r}$$

227. A körvezető középpontjában a mágneses erőtér értéke

$$H = \frac{I}{2r_0},$$

ahol  $r_0$  a kör sugara. Másrészt

$$U = IR = I \rho \frac{2\pi r}{A}.$$

Végülis kapjuk, hogy:

$$U = \frac{\pi I^2 \rho}{A \cdot H}$$

A számértékek behelyettesítése után az  $U = 0,012$  V eredményt kapjuk.

228.  $H = 13,5$  A/m

229.  $H = 25,8$  A/m

230. Négyszeresre növekedik.

231. A tangens-galvanométer tekercse néhány körvezetéből áll, benne és környezetében a mágneses erőtér iránya megegyezik a tekercs tengelyének irányával. Ha tehát a tekercs síkja egybeesik a mágneses meridián síkjával, akkor a mágnesűre két egymásra merőleges erő hat (a tekercs mágneses tere  $H_t$  és a Föld mágneses tere  $H_f$  részéről), amelynek irányába áll be a mágnesű. A  $H_t$  földmágnesség vízszintes komponense és az eredő térerősség közti szöget  $\alpha$ -val jelölve

$$H_f = \frac{H_t}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Viszont  $n$  darab körvezetéből álló, megfelelő módon kiképzett tekercs (a tangens galvanométer esetében kup alakú) mágneses erőtere a kérdéses pontban

$$H_t = \frac{\pi n^2 I}{2(r^2 + d^2)^{3/2}},$$

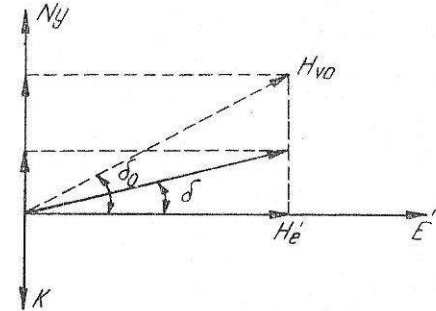
Tehát a földmágnesség horizontális komponense

$$H_f = \frac{\pi n^2 I}{2(r^2 + d^2)^{3/2} \operatorname{tg} \alpha} = A \frac{I}{\operatorname{tg} \alpha} = 17 \frac{A}{m}.$$

232.  $31,5^\circ$

233. Zavartalan esetben legyen a földmágnesség függőleges összetevője  $H_f$ , a vízszintes síkban északra mutató összetevő  $H_e$ , a nyugatra mutató összetevő  $H_{ny}$ .

A kelet felé irányuló  $H_z$  zavaró térerő csak az irányába eső  $H_{ny}$  összetevőt befolyásolja, a másik két összetevőt nem változtatja meg. Ezért a feladat adataiból kiszámított  $H_e$  és  $H_f$  értékek helyes értékek.



$$H_e = 15,12 \cdot \cos 12^\circ 30' = 14,8 \text{ A/m}$$

96. ábra

$$H_f = \frac{H_v}{\operatorname{ctg} i} = \frac{15,12}{\operatorname{ctg} 64^\circ 20'} = 31,47 \text{ A/m}$$

Az észlelés esetén tapasztalt nyugati összetevő

$$15,12 \cdot \sin 12^\circ 30' = 3,27 \text{ A/m}.$$

Ez a valódi nyugati összetevő és a zavaró térerő különbsége:

$$H_{ny} - 3,18 = 3,27$$

$$H_{ny} = 6,45 \text{ A/m}$$

A deklináció helyes értéke (96. ábra)

$$\operatorname{tg} \delta_o = \frac{H_{ny}}{H_e} = \frac{6,45}{14,8} = 0,436$$

$$\delta_o = 23^\circ 34'$$

A vízszintes összetevő helyes értéke

$$H_{vo} = \frac{H_e}{\cos \alpha_o} = 16,13 \text{ A/m}$$

Ennek segítségével az inklináció helyes értéke:

$$\operatorname{tg} \alpha_o = \frac{H_f}{H_{vo}} = \frac{31,47}{16,13} = 1,95; \quad \alpha_o = 63^\circ 45'$$

234. A körvezető mágneses erőterének kiszámításához ismernünk kell az egyes szakaszokon átfolyó áramerősségeket. Ezeket abból a felismerésből kiindulva határozzuk meg, hogy a körvezető ABC és AC szakaszán a feszültségesegek megegyeznek. Tehát

$$I_1 R_1 + I_2 \frac{R_2}{2} = I_2 \frac{R_2}{2},$$

ahol  $R_1$  az ABC és  $R_2$  az AC szakasz ellenállása,  $I_1$  és  $I_2$  pedig az  $R_1$  és  $R_2$  ellenállású szakaszon átfolyó áram erőssége. Másrészt

$$R = \frac{4 \rho r}{d^2}.$$

Behelyettesítve a megfelelő  $R$  értékeket

$$I_1 \left( \frac{4 \rho r}{d_1^2} + \frac{2 \rho r}{d_1^2} \right) = I_2 \cdot \frac{2 \rho r}{d_2^2}$$

ahol  $I_2 = I - I_1$ . Az egyenletekből  $I_1$ -t kifejezve

$$I_1 = \frac{I d_1^2}{2(d_1^2 + d_2^2)} = 6 \text{ A}$$

és  $I_2 = 9 \text{ A}$ .

A körvezető középpontjában a térerősség:

$$H = \frac{I}{2R}$$

Esetünkben

$$H = H_1 - H_2 = \frac{1}{2r} \left( \frac{3}{4} I_1 - \frac{1}{4} I_2 \right) = 37,5 \text{ A/m}.$$

235. a) Rajzoljuk be az erővonalak kvalitatív elrendezését az ábra szerint és alkalmazzuk a gerjesztési törvényt a 97. ábrán feltüntetett 1-2-3-4-1 zárt görbére. A

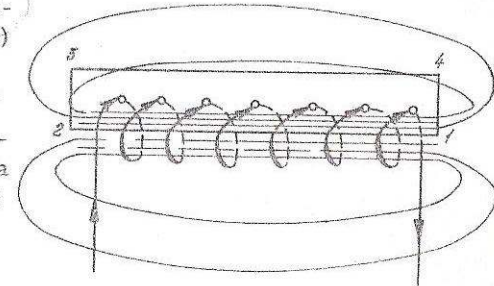
$$\oint H_s ds = nI$$

vonalintegrál négy részre bontható:

$$\oint H_s ds = \int_{12} H_s ds + \int_{23} H_s ds + \int_{34} H_s ds + \int_{41} H_s ds$$

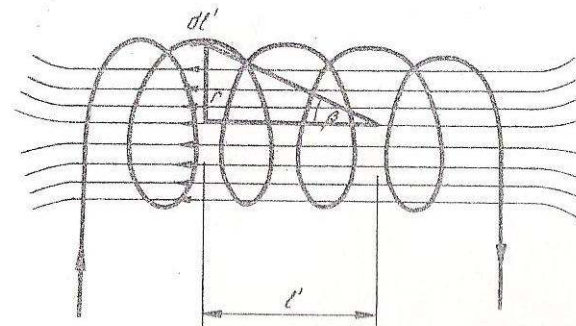
A négy integrál közül az első (az 1-2 szakaszra vonatkozó) egyszerűen meghatározható.

Ugyanis  $H_s = H = \text{állandó}$ , mivel a tekercs belsejében a mágneses erőtér iránya egybeesik a görbe irányával, amely mentén az erőtér állandó,



97. ábra

$$\int_{12} H_s ds = H \int_0^l dl = Hl = nI,$$



98. ábra

ahol  $l$  a tekercs hossza. A másik három integrál értékét zérusnak vehetjük, hiszen a mágneses erőter egy az átmérőjéhez képest igen hosszú tekercs esetén a tekercsen kívül gyakorlatilag zérus. Így a mágneses erőter a szolenoid belsejében

$$H = \frac{nI}{l}.$$

b) A számításoknál vegyük figyelembe, hogy a mágneses térerősség a szolenoid belsejében az egyes menektől mint körvezetőktől származik. Válasszunk ki a szolenoidban egy  $dl'$  elemi hosszúságú szakaszt (98. ábra).

Ezen a szakaszon  $\frac{n}{l} dl'$  menet van, a szolenoidban  $I$  áram folyik. Így a  $dl'$  hosszúságú szolenoidot köráramnak foghatjuk fel, amely által keltett mágneses erőter a szolenoid tengelyének egy tetszőleges, a köráram síkjától  $l'$  távolságra levő pontjában

$$dH = \frac{r^2 I}{2(r^2 + l'^2)^{3/2}} \cdot \frac{n}{l} dl$$

Jelöljük a tekintett pontból a  $dl'$  szakaszhoz huzott rádiuszvektor és a szolenoid tengelye közötti szöget  $\beta$ -val. Ekkor

$$l' = r \operatorname{ctg} \beta,$$

ahonnan

$$dl' = -r \frac{d\beta}{\sin^2 \beta},$$

továbbá

$$r^2 + l'^2 = \frac{r^2}{\sin^2 \beta}$$

Helyettesítsük be  $dl'$  és  $r^2 + l'^2$  értékeit  $dH$  kifejezésébe:

$$dH = - \frac{nI}{2l} \sin \beta d\beta.$$

Miután az összes  $dl'$  szakaszoktól származó mágneses térerősség a te-

kintett pontban tengelyirányú, ezért az eredő erőteret  $dH$  integrálásával kaphatjuk meg, amikor is az integrálást  $\beta$  minden értékére el kell végezni. Jelöljük a szolenoid két végpontjához tartozó szöget  $\beta_1$  és  $\beta_2$ -vel,

$$H = - \frac{nI}{2l} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta = \frac{nI}{2l} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)$$

Vegyük figyelembe, hogy az utolsó egyenlőség által meghatározott  $H$  mágneses erőter értéke függ a vizsgált pont helyétől. Végtelen hosszú szolenoid esetén (gyakorlatilag ez azt jelenti, hogy a tekercs hossza nagy az átmérőjéhez képest)  $\beta_1 = 0$  és  $\beta_2 = \pi$ , tehát

$$H = \frac{nI}{l}.$$

Természetesen minden véges méretű tekercs esetén a térerősség a tekercs belsejében kisebb lesz a végtelen hosszú tekercs erőterénél. Sőt, a tengely mentén állandónak sem tekinthető, maximális értéket a tekercs középpontjában vesz fel. A tekercs valamelyik végpontján a mágneses erőteret úgy határozhatjuk meg, hogy a  $H$ -ra kapott egyenletben például a

$\beta_2 = \frac{\pi}{2}$  helyettesítést elvégezzük. Ekkor

$$H = \frac{nI}{2l} \cos \beta_1.$$

Ha a szolenoid igen hosszú,  $\cos \beta \sim 1$ - és

$$H = \frac{nI}{2l},$$

azaz egy hosszú szolenoid szélén a mágneses térerősség a középpontban mérhető értéknek csak a felét teszi ki.

236.  $H = 1256 \text{ A/m}$ .

237. 4 réteg

238. a) 200 ampermenet; b) 2,7 V

239. A megoldásnál kihasználjuk a mágneses erőter  $H$  és  $B$  vektoraira vonatkozó határfeltételeket. Mint ismeretes, két különböző permeabilitású közeg határfelületén a mágneses indukció vektornak a felületre merőleges összetevője változatlan,

$$B_{1n} = B_{2n},$$

Míg a  $B$  vektornak a határfelülettel párhuzamos, ugynevezett tangenciális komponense egyik közegből a másikba átmenve a

$$\frac{B_{1t}}{\mu_1} = \frac{B_{2t}}{\mu_2}$$

összefüggés értelmében ugrást szenved, ahol  $\mu_1$  és  $\mu_2$  a két közeg relatív mágneses permeabilitása.

A mágneses erőter  $H$  vektorának a határfelületre merőleges komponense a

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$$

összefüggés szerint változik, ugyanakkor

$$H_{1t} = H_{2t}$$

azaz  $H$  tangenciális komponense mindkét közegben azonos.

Miután esetünkben a térerősség párhuzamos a tekercs tengelyével, a két közeg (levegő, vas) határfelülete merőleges az erővonalakra, a fentiek értelmében az indukcióvonalak száma a vasban és levegőben megegyezik, a gerjesztéstörvényben az integrál két részre bomlik, ugyanis a mágneses térerősség a vasban és a levegőben különbözik. Tehát

$$\oint H_s ds = I_n = \int_{\text{vas}} H_s ds + \int_{\text{lev}} H_s ds$$

$$H_v l_2 + H_l (l_1 - l_2) = I_n$$

Mivel

$$\beta_v = \beta_l = \mu_0 \mu_r H_v = \mu_0 H_l$$

Ezért

$$H_l = \frac{I_n}{\frac{l_2}{\mu_r} + l_1 - l_2} = 500 \text{ A/m}$$

$$240. \quad \phi = 8,8 \cdot 10^{-7} \text{ Vs.}$$

$$241. \text{ Légrés nélkül } H = 265 \text{ A/m, } B = 1/6 \text{ Vs/m}^2 \\ \text{Ha légrés is van } H = 35 \text{ A/m, } B = 0,022 \text{ Vs/m}^2$$

$$242. \text{ Vasmag nélkül } H = 1670 \text{ A/m} \\ \text{Vasmaggal } H = 5 \cdot 10^5 \text{ A/m}$$

$$243. \quad \mu_r = 436$$

$$244. \text{ A légrésben } W_c = 1,02 \text{ Joule/cm}^3, \text{ a vasmagban } W = 2,34 \cdot 10^{-3} \text{ J/cm}^3; \\ \phi_a = \phi = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Vs.}$$

$$245. \quad B = 0,9 \text{ Vs/m}^2$$

$$\phi = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Vs.}$$

$$246. \text{ a) } U = 31 \text{ V}$$

$$\text{b) } 1,2 \text{ cm.}$$

247. A jelenség oka a ferromágneses anyagok mágnesezettségének hőmérsékletfüggése. (Ferromágneses Curie-pont)

248. Bármilyen kezdeti helyzetből olyan irányú elfordulást szenved, hogy a keretnek a hosszú vezetővel megegyező irányú áramirányt jelentő oldala a lehető legközelebb kerüljön az egyenes vezetőhöz.

$$249. \quad F = 0,5 \text{ kp.}$$

250. Az  $ab$  és  $cd$  oldalakra ható erők egyenlő nagyságúak és ellenkező irányúak. Az  $ad$  oldalra ható erő

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\text{ahol } B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \text{ E két összefüggés alapján}$$

$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r_0} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ N.}$$

A  $bc$  szakaszra ható erő

$$F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi(r_0 + l)} = 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

A két erő eredője

$$F = F_1 - F_2 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Ezzel az erővel vonzza a vezető a négyszög alakú keretet.

251. A  $d\phi$  mágneses indukciófluxus a keret egy  $dA$  elemi felületén

$$d\phi = B_n dA = \mu_0 H dA = \mu_0 H \ell dx$$

ahol

$$H = \frac{I}{2\pi x}$$

$$\phi = \int_{r_0}^{r_0 + \ell} \mu_0 \frac{I \cdot \ell}{2\pi x} dx = 1,32 \cdot 10^{-7} \text{ Vs.}$$

252.  $F = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ N.}$

253.  $F = 5 \text{ kp.}$

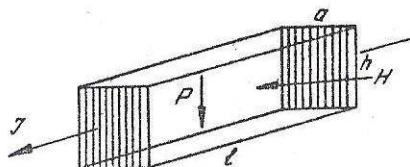
254. A végzett munka

$$W = \int_{d_1}^{d_2} F dx = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi x} dx$$

A vezető hosszegységére vonatkoztatott munka

$$\frac{W}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1} = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ J/m}$$

255.  $F = 20 \text{ p.}$



99. ábra

256. A 99. ábra szerinti elrendezés mellett az irányszabályokból következik, hogy az áram mágneses hatása a mágneses erőteret okozó északi pólust felfelé akarja mozgatni. Ugyanakkor a vezetőre ugyanilyen nagyságú, lefelé ható erő működik, amely negyven a folyadék súlyát. Ennek az erőnek a nagysága az áram mágneses hatásának a törvénye szerint:

$$F = B \cdot I \cdot \ell$$

Ez az erő feladatunk esetében  $F = 0,15 \text{ N.}$  Ennyivel növekszik a fenékre ható nyomóerő. A kádban lévő folyadék térfogata  $900 \text{ cm}^3$ , súlya  $990 \text{ p.}$  Ehhez hozzáadva az elektromágneses eredetű, lefelé ható erőt, a fenékre ható teljes nyomóerő:  $1005,3 \text{ p.}$  A nyomást megkapjuk, ha osztunk az alapterülettel:  $p = 11,17 \text{ pond/cm}^2$ . (Mágneses erőtér hatása nélkül a nyomás csak  $11 \text{ pond/cm}^2$  lett volna).

Ha vagy az áramnak, vagy a mágneses erőtérnek az iránya ellentétes az ábrában feltüntetett irányhoz képest, akkor ugyanilyen mértékű fajsúly-, illetve nyomáscsökkenés mutatkozik.

Az áram mágneses hatásából eredő erő az áram hordozóra (az ionokra esetleg az elektronokra) hat, azonban ezeket nagy surlódási erő kapcsolja a folyadékhoz, így az erő átadódik a folyadéknak.

257.  $M_1 = 3,6 \text{ p.cm}$  és  $M_2 = 4,6 \text{ p.cm}$

258. A tekercset egyes keretek szuperpozíciójaként fogva fel

$$M = n_2 I_2 B A \sin \alpha$$

Itt  $B = \mu_0 H$ . A térerősség pedig

$$H = \frac{I_1 n_1}{\ell}$$

tehát

$$M = \frac{\mu_0 n_1 n_2 I_1 I_2 A}{\ell} \sin \alpha$$

Az itt felírt forgatónyomatékkal a torziósál  $k\varphi$  forgatónyomatéka tart egyensúlyt,

$$\frac{\mu_0 n_1 n_2 I_1 I_2 A}{\ell} \sin \alpha = k\varphi$$

Vegyük figyelembe, hogy  $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$  és vezessük be a

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2 n_1 n_2 A}{\ell} = b$$

jelölést. Így  $b \cdot \cos \varphi = k\varphi$ , ahonnan  $\frac{\cos \varphi}{\varphi} = \frac{k}{b}$

Végezzük el a közelítő jellegű  $\cos \varphi \sim 1 - \frac{\varphi^2}{2}$  helyettesítést. Ekkor  $\varphi$ -re egy másodfokú egyenletet kapunk:

$$\varphi^2 + 2 \frac{k}{b} \varphi - 2 = 0$$

ahonnan

$$\varphi = -\frac{k}{b} \pm \sqrt{\frac{k^2}{b^2} + 2}$$

A számértékek behelyettesítése után  $\varphi$ -re

$$\varphi = -1,56 \pm 2,17$$

eredmény adódik. A két megoldás közül azt kell választanunk, amelyre  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ . Ebből a feltételből  $\varphi = 0,55$  rad, vagy  $\varphi \sim 31^\circ$ .

259. 0,12 %.

260. a)  $2,4 \cdot 10^{-9}$  Nm,  
b)  $1,2 \cdot 10^{-9}$  Nm,

261.  $L = 1,9$  Joule

262. a)  $L = 0,2$  Joule  
b)  $P = 2,7 \cdot 10^{-5}$  LE.

263. Induljunk ki a mágneses erőterben  $v$  sebességgel mozgó töltésre ható erőt kifejező

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

egyenletből.

Mint ahogy  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ , ezért  $\vec{a} = \frac{Q}{m} (\vec{v} \times \vec{B})$

Ebből következik, hogy  $\vec{a}$  mindig merőleges  $\vec{v}$ -re, tehát

$$a_t = 0,$$

$$a_n = a = \frac{Q}{m} v \cdot B \cdot \sin \beta,$$

ahol  $\beta$  a  $\vec{v}$  és  $\vec{B}$  vektorok közötti szög,  $a_t$  a gyorsulás tangenciális,  $a_n$  a normális komponense. Mivel

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0,$$

$v = \text{állandó}.$

Másrészt, mivel  $a_n = \frac{v^2}{r}$ , ezért

$$\frac{v^2}{r} = \frac{Q}{m} \cdot v \cdot B \cdot \sin \beta$$

Ebből

$$r = \frac{mv}{QB \sin \beta}$$

A kezdeti feltétel szerint  $\vec{v} \perp \vec{B}$ . De  $\vec{F}$  és  $\vec{a}$  szintén merőleges  $\vec{B}$ -re, a  $\vec{v}$  sebességvektor tehát továbbra is merőleges lesz  $\vec{B}$ -re, azaz a pálya a mágneses erőterre merőleges síkban fekszik. Ekkor viszont  $\sin \beta = 1$ . Tehát

$$r = \frac{mv}{QB} = \text{állandó}.$$

A pálya görbületi sugara állandó, maga a pálya pedig  $r$  sugarú kör,

amelynek kerülete  $K = 2\pi \frac{mv}{QB}$ .

A részecske keringési ideje pedig  $T = 2\pi \frac{m}{QB}$ .

264. A  $\vec{v}$  vektort két komponensre bonthatjuk: az erőter irányára merőleges  $v_\perp$  és azzal párhuzamos  $v_\parallel$  összetevőkre. Értékük a 100. ábra szerint

$$v_\parallel = v \cos \beta \quad \text{és} \quad v_\perp = v \sin \beta.$$

A részecskére ható erő

$$F = Q \cdot B \cdot v \cdot \sin \beta = QB v_\perp$$

a  $B$ -re merőleges síkban fekszik, nagyságát  $v_\perp$  határozza meg. A részecske mozgását mint két egymástól független mozgás eredőjét foghatjuk fel. Az egyik  $B$ -re merőleges síkban a másik  $B$ -vel egyező irányban megy

végbe. A B-re merőleges síkban hat az F erő, ennek hatására a részecske egy

$$r = \frac{mv_{\perp}}{QB} = \frac{mv \sin \beta}{QB}$$

sugaru körpályán mozog. Mivel  $\vec{F} \perp \vec{v}_{\parallel}$ , a részecske a mágneses erőter irányában állandó  $v_{\parallel}$  sebességgel halad. E két mozgás eredőjeként a részecske egy csavarvonal mentén mozog, amelynek menetemelkedése

$$h = v_{\parallel} T = 2\pi \frac{mv}{QB} \cos \beta.$$

265. a)  $r = 9 \text{ cm}$ ,  
b)  $T = 3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ .

266.  $F = 4,7 \cdot 10^{-12} \text{ N}$ .

167.  $W = 17,3 \text{ MeV}$

268.  $\frac{r_1}{r_2} = 1840$

269.  $\frac{r_1}{r_2} = 42,9$ .

270. a)  $F = 5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$   
b)  $r = 3,2 \text{ cm}$   
c)  $T = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ .

271. Az árammal átfolyt vezetőkben a térfogati elektromos töltés nulla, mivel az elektronok száma és a pozitív ionok száma minden térfogategységben azonos. Elektromos töltések csak a vezetők felületén lehetnek, de nem nagyon nagy potenciálkülönbségeknél ezek nem nagyok, és a közöttük fennálló kölcsönható erők elenyészőek. Ezért vannak túlsúlyban a mágneses erők, azaz, ha az áramok egyforma irányúak, a vonzóerő. Ezzel szemben katód-sugár nyálábokban a térfogati elektromos töltés nem nulla, (mivel csak elektronok vannak jelen) és az egymással töltések között a kölcsönható erők taszító erők. Viszont a katód-sugár nyálábok mágneses erőterei gyöngék.

272.  $v_{\min} = \frac{1}{3} \cdot 10^7 \text{ m/s}$ ,  $v_{\max} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

273. Az elektrosztatikus erőter részéről a részecskére az x tengely irányába mutató

$$F_x = e E$$

állandó erő hat. A mágneses erőter részéről az

$$\vec{F} = e(\vec{v}_0 \times \vec{B})$$

Lorentz-féle erő hat, amely a vektori szorzat értelmezéséből következően az y tengely irányába mutat. Mivel  $\vec{v} \perp \vec{B}$ ,

$$F_y = e v_0 B$$

Az elektromos és mágneses erőter tehát két egymásra merőleges irányban téríti el a részecskét, így az az XOY síkkal párhuzamos AB lemeznek egy d pontjában csapódik be, amelynek koordinátái x és y. A m tömegű részecske  $a_x$  gyorsulása

$$a_x = \frac{e}{m} E$$

állandó, tehát a részecske x irányu elmozdulására érvényesek az egyenletesen gyorsuló mozgás összefüggései.

Legyen egy Z távolság megtételéhez szükséges idő t. Ez alatt az idő alatt a részecske eltérül az x tengely irányában.

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E t^2$$

távolságra. Viszont a z tengely irányában a részecskére nem hat erő, tehát  $t = \frac{Z}{v_0}$ , így

$$x = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E Z^2 \frac{1}{v_0^2}$$

Ebben a kifejezésben az  $\frac{1}{2} E Z^2$  tényező egy adott kísérlet esetén állandó, jelöljük  $C_1$ -gyel. Ekkor a részecskenyom x koordinátája

$$x = C_1 \frac{e}{m} \frac{1}{v_0^2}$$

Hasonló gondolatmenettel határozhatjuk meg a részecskenyom y koordinátáját:

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{e}{m} v_0 B$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} HZ^2 \frac{1}{v_0}$$

amelyben  $\frac{1}{2} HZ^2 = C_2$ . Ekkor

$$y = C_2 \frac{e}{m} \frac{1}{v_0}$$

Látható, hogy a különböző sebességű részecskék az AB lemeznek más és más koordinátájú pontjaiba csapódnak be. Ezek a pontok egy meghatározott görbe mentén helyezkednek el, amelynek egyenletét megkapjuk, ha x és y kifejezéseiből a sebességet kiküszöböljük. Eredményünk

$$y^2 = \frac{C_2^2}{C_1} \cdot \frac{e}{m} \cdot x,$$

egy parabola egyenlete.

274. a)  $1,76 \cdot 10^{11}$  C/kg,  $0,963 \cdot 10^8$  C/kg,  $0,482 \cdot 10^8$  C/kg.

b)  $0,482 \cdot 10^8$  C/kg.

275. Az elektronnyaláb eltolódását (lásd a 33. ábrát) az alábbi módon határozhatjuk meg gyakorlatilag jó közelítéssel:

$$v_0 t = l$$

$$x_1 = \frac{F t^2}{2m} = \frac{Q \cdot v_0 B \cdot t^2}{2m}$$

Ezekből

$$x_1 = \frac{QB l^2}{2mv_0}$$

a teljes eltolódás  $x = x_1 + x_2$ , ahol  $x_2 = l \cdot \tan \alpha$ . Viszont  $\tan \alpha = \left( \frac{dx}{dz} \right)_{z=l}$  az elektron pályájának egyenlete a mágneses térben

$$x = \frac{QBz^2}{2mv_0}$$

ahonnan

$$\tan \alpha = \left( \frac{dx}{dz} \right)_{z=l} = \frac{QB l}{mv_0}$$

Következésképp

$$x = \frac{QB l^2}{2mv_0} + \frac{QB l^2}{mv_0}$$

A  $v_0$  sebességet a

$$v_0 = \sqrt{\frac{2QU}{m}}$$

kifejezést felhasználva

$$x = \frac{B l \sqrt{Q}}{\sqrt{2mU}} \left( l_1 + \frac{l}{2} \right)$$

innen pedig

$$B = \frac{\sqrt{2mU} x}{l \sqrt{Q} (l_1 + l/2)} = 1,95 \cdot 10^{-4} \frac{Vs}{m^2}$$