

Stacionárius áramok

Ha az áramot mint töltések áramlását tekintjük, akkor az áramerősség a vezető egy kiszemelt keresztmetszetén időegység alatt áthaladó töltésmennyiséget jelenti. Általánosan

$$I = \frac{dQ}{dt} .$$

Az áramsűrűség az egységnyi keresztmetszeten áthaladó áramerősség, vagyis

$$I = \int J_n \, dA,$$

ahol az áramsűrűség felületre merőleges J_n komponensét az egész A felületre kell integrálni.

Stacionárius az áram akkor, ha I időben állandó. Valamely vezetőnél az áram arányos a vezetőre adott feszültséggel.

$$I = \frac{1}{R} U$$

A fenti Ohm törvényben szereplő R a vezető ellenállása. Az Ohm-törvény általánosabb érvényű megfogalmazása az \vec{E} térerősség és \vec{J} áramsűrűség segítségével

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

ahol γ a fajlagos vezetőképesség, a φ fajlagos ellenállás reciproka.

Zárt áramkörök jellemzői közti összefüggéseket a Kirchhoff-törvények rögzítik:

1. Az áramkör bármely csomópontjában az áramok algebrai összege zérus:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

2. Egy zárt hurokra nézve a feszültségek összege zérus:

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

Vagy szétválasztva a generátorok és ellenállások feszültségére:

$$\sum \varepsilon_k + \sum R_k J_k = 0$$

Az áramkör egy bizonyos t idő alatt végzett munkája:

$$L = \int_0^t U \cdot I \cdot dt$$

A teljesítménysűrűség az \vec{E} térerősséggel és \vec{J} áramsűrűséggel kifejezve:

$$P = \gamma \vec{E}^2 = \vec{J} \vec{E}.$$

Ha az I áram elektroliton halad át, a t idő alatt kivált anyagmennyiség:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} \cdot I \cdot t$$

ahol M a grammolekulasúly, Z a vegyérték, $\frac{M}{Z}$ tehát a garmmegyenértéksúly. F a Faraday-féle univerzális állandó $F = 96494 \text{ C}$.

Az J áramsűrűség az elektrolitekben:

$$J = q \cdot n \cdot (u_+ + u_-) E = \gamma E$$

Itt q az ion töltése, n a térfogategységenkénti molekulaszám, u_+ , u_- az ion-mozgékonyságok, α a disszociációs együttható (disszociált molekulák/oldott molekulák) E a térerősség. Gázoknál az Ohm-törvény még egyszerűbb alakú

$$J = q \cdot n \cdot (u_+ + u_-) E$$

de itt n a térfogategységben levő ionok száma. Az ionmozgékonyság az elektromos erőter hatására nyert sebességre jellemző

$$v_+ = u_+ E; \quad v_- = u_- E$$

A gázmolekulák ionizálásához szükséges munka

$$L = q \cdot U_i$$

ahol U_i az ionizációs potenciál.

128. Elektroncső anódárama 20 mA . Hány elektron éri az anódot 1 s alatt (n)?

129. Mekkora a $\varphi = 0,0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ fajlagos ellenállású 1 mm^2 keresztmetszetű rézvezetőben az elektromos térerősség, ha benne 3 A áram folyik?

130. Egy sík által határolt végtelen félteret φ fajlagos ellenállású homogén vezető közeg tölt ki. A féltérben r_0 sugarú félgömb alakú elektród nyulik, a gömb középpontja a határsíkban fekszik. A félgömböt állandó U

feszültségen tartjuk a vezető féltér végtelen távoli pontjához képest. Mekkora intenzitású áram folyik át az elektróda felületén?

131. Hengeres cső-alaku vezető hossza ℓ , a felületek sugarai r_1 és r_2 ($r_2 > r_1$), a cső anyagának fajlagos ellenállása ρ . A cső hengeralaku felületeire potenciálkülönbséget kapcsolunk, így a cső falán áram folyik keresztül egyik hengerfelülettől a másikhoz. Határozzuk meg a cső R ellenállását.

132. Egy gömbkondenzátor belső terét ρ fajlagos ellenállású anyag tölti ki. A gömbfelületek sugarai r_1 és r_2 ($r_2 > r_1$). Mekkora a gömbreteg ellenállása?

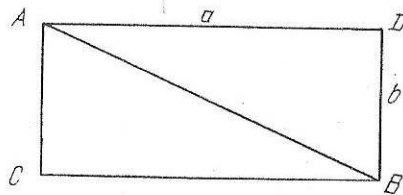
133. Egy elektromos áramkör 3 egyenlő hosszúságú, azonos anyagból készült és sorosan kapcsolt vezetékdarabból áll. A három szelvény keresztmetszete különböző: 1 mm^2 , 2 mm^2 és 3 mm^2 . Az áramkör végein a potenciálkülönbség 12 V . Határozzuk meg az egyes vezetőkre eső U feszültségesést?

134. Bizonyos kísérletnél az ellenállást az áramkörbe sorosan, egymással párhuzamosan kapcsolt 4 izzóval változtatjuk. Az izzók ellenállása egyenként 400Ω . Határozzuk meg az elrendezés ellenállását, ha

1. mindegyik izzó ég,
2. két izzót kiiktatunk,
3. három izzót kiiktatunk.

135. Egy huzalból a 9. ábrán látható téglalap alaku keretet állítjuk elő egyik átlójával. Határozzuk meg az ellenállását, ha egységnyi hosszúságú darabja γ ellenállású, és az áramforrást

- a) az AB sarkokra,
- b) a CD sarkokra kötjük.



9. ábra

136. Határozzuk meg a 10. ábra szerinti ohmos ellenállásokból álló végtelen hosszú lánc eredő ellenállását.

137. 6 db 1Ω -os ellenállásból mint élekből tetraédert állítunk össze. A be és kivezető drótokat két csúcra kapcsoljuk. Mennyi az eredő ellenállás?

138. 12 db 1Ω -os ellenállásból mint élekből kockát állítunk össze. A be és kivezető drótokat

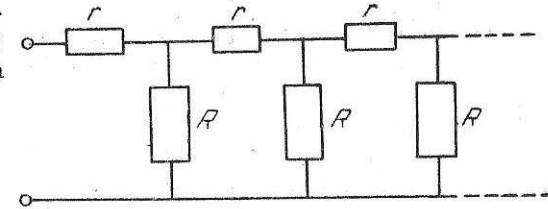
- a) az egyik él végpontjaihoz,
- b) az oldallapátló végpontjaihoz,
- c) a testátló végpontjaihoz

kapcsoljuk. Mekkora az eredő ellenállás?

139. $1,1 \text{ V}$ elektromotoros erejű és 1Ω belső ellenállású telepet egy 9Ω külső ellenállással rövidre zártak. Határozzuk meg

- a) az áramkörben folyó áram erősségét (I),
- b) a feszültségesést az áramkör-külső szakaszán (U_k),
- c) a feszültségesést a telep belsejében (U_b)
- d) a telep hatásfokát (η).

140. Egy telepre 10Ω ellenállást kapcsolunk, ekkor 3 A erősségű áramot szolgáltat. Ha ugyanerre a telepre 20Ω ellenállást kapcsolunk, akkor a mért áramerősség $1,6 \text{ A}$. Számítsuk ki a telep elektromotoros erejét (\mathcal{E}) és belső ellenállását (R_b).

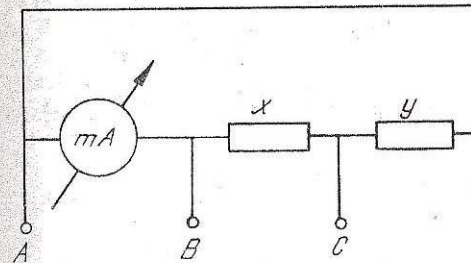


10. ábra

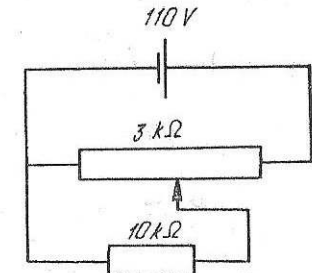
141. 2 V elektromotoros erejű telep belső ellenállása $0,5 \Omega$. Az áramerősség $0,25 \text{ A}$. Határozzuk meg a feszültségesést a telepben (U_b) és az áramkör külső ellenállását (R_k).

142. A kísérletezőnek voltmérőt, ismert R ellenállást és galvánelemet adunk. Meg tudja-e határozni az elem belső ellenállását?

143. Milliampermérő belső ellenállása 50Ω . A műszer végkitérése minden sönt nélkül 1 mA . A 11. ábra szerinti kapcsolásban a be és kivezetést az A és B ponthoz kapcsolva a végkitérés 10 mA , az A és C ponthoz kapcsolva pedig 100 mA . Mekkora az x és y ellenállás?



11. ábra



12. ábra

144. Egy $10 \text{ k}\Omega$ -os ellenállást úgy kötünk egy $3 \text{ k}\Omega$ -os potencióméterhez, hogy épp a potencióméter középpontjához csatlakozzék. (12. ábra). Határozzuk meg a $10 \text{ k}\Omega$ -os ellenálláson eső feszültséget, ha a potencióméterre 110 V feszültséget adunk.

145. Mekkora R söntöt kell kapcsolnunk ahhoz a galvanométerhez, amelynek 100 rovátkás, 10^{-6} A fokbeosztású skálája és $150\ \Omega$ belső ellenállása van, hogy azt 1 mA-ig terjedő erősségű áramok mérésére felhasználhassuk.

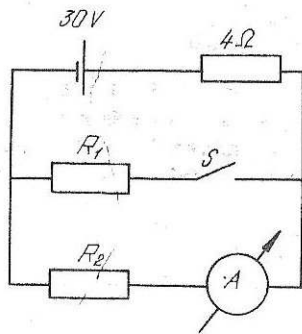
146. Az árammérő műszer belső ellenállása R_b , a műszerrel I Erősű áramot akarunk mérni. Határozzuk meg, mekkora R_s ellenállást kell párhuzamosan kötnünk a műszerrel.

147. Az $\mathcal{E} = 6\text{ V}$ elektromotoros erejű akkumulátor telepre két sorosan kapcsolt ellenállást kötünk. Ellenállásuk egyenként $r = 5000\ \Omega$. Mit jelez az egyik ellenállás kapcsaihoz kötött voltmérő, ha a voltmérő ellenállása:

- $R = 100\ 000\ \Omega$,
- $R = 10\ 000\ \Omega$?

A telep belső ellenállása kicsi.

148. Mekkora R előtétellenállást kell sorbakötnünk egy feszültségmérő műszerrel ha a műszeren fellépő feszültségesés nem lehet nagyobb U_b -nél?



13. ábra

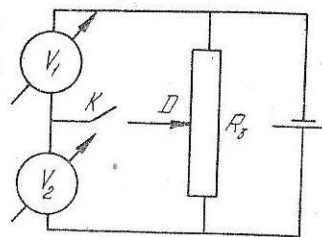
149. Elhanyagolhatóan kis belső ellenállású akkumulátorra egy $1000\ \Omega$ -os és egy $2000\ \Omega$ -os ellenállást kapcsolunk sorba. Az $1000\ \Omega$ -os ellenállás két vége között voltmérőnkkel megmérjük a feszültségkülönbséget és ezt az elektromotoros erő 30%-ának találjuk. Mennyi a voltmérő belső ellenállása?

150. A 13. ábrán látható kapcsolásnál az S kapcsoló nyitott állásánál az ampermérő 3 A áramot jelez, a kapcsoló zárt állásakor 1,5 A-t. Állapítsuk meg az R_1 és R_2 ellenállások értékét, és zárt kapcsoló állásnál a telepen átfolyó áramot.

151. Két egyenként $\mathcal{E} = 2\text{ V}$ elektromotoros erejű, $R_b = 0,3\ \Omega$ belső ellenállású elem áll rendelkezésünkre. Párhuzamos vagy soros kapcsolásuk esetén mérhetünk-e nagyobb áramot?

- $R_k = 0,2\ \Omega$
- $R_k = 16\ \Omega$

Számítsuk ki mindkét esetben az áramerősséget!



14. ábra

152. Egy akkumulátor elektromotoros erejének meghatározásához azt egy 2 V-os elektromotoros erejű telephez kapcsoljuk, egyszer sorba, egyszer pedig ellentett polaritással. Az áramok rendre 0,2 A és 0,08 A. Mekkora a keresett elektromotoros erő?

153. A 14. ábrán látható áramkörnél a telep feszültsége 180 V, $R_3 = 10\text{ k}\Omega$, az 1. voltmérő ellenállása $6\text{ k}\Omega$, a 2.-é $4\text{ k}\Omega$,

- Mit mutatnak a voltmérők, ha K nyitva van?
- Mit mutatnak zárt kapcsolóállásnál, mikor D éppen felezi R_3 -at.
- Ha D -t addig mozgatjuk, amíg a két voltmérő egyforma feszültséget mutat, D milyen arányban fogja osztani R_3 -at?

154. Az áramkörbe párhuzamosan kapcsoltak be két galvánelemet, amelyeknek elektromotoros ereje $\mathcal{E}_1 = 1,9\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1,1\text{ V}$, belső ellenállásuk pedig $R_{b1} = 0,1\ \Omega$, ill. $R_{b2} = 0,8\ \Omega$.

A telepet $R = 10\ \Omega$ külső ellenálláson át zárták. Határozzuk meg

- az egyes elemeken keresztül folyó I_1 és I_2 áramot,
- az U_k feszültségesést az áramkör külső szakaszán.

155. Két különböző elektromotoros erejű galvánelemet, amelyek belső ellenállása $0,8\ \Omega$, illetőleg $0,2\ \Omega$, sorbakapcsolunk $4\ \Omega$ külső ellenállással. Ha a galvánelemek különböző sarkait kötjük egymáshoz, akkor az áramerősség $0,6\text{ A}$, ha pedig az egyező sarkokat, akkor az áramerősség $0,16\text{ A}$.

- Mekkora az elemek elektromotoros ereje?
- Mekkora a kapcsolófeszültség mindegyik esetben az elemek sarkain?

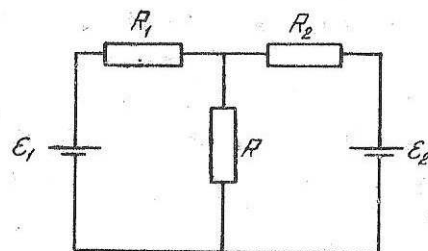
156. Két, \mathcal{E}_1 és \mathcal{E}_2 elektromotoros erejű, r_1 és r_2 belső ellenállású galvánelemet párhuzamosan kötünk. A külső ellenállás R .

- Határozzuk meg az elemeken átfolyó I_1 és I_2 , valamint az ellenálláson átfolyó I áramerősségeket.
- Állapítsuk meg a helyettesítő telep \mathcal{E} elektromotoros erejét és r ellenállását.

- Mi lesz, ha $R \rightarrow 0$?
- Mi lesz, ha $R \rightarrow \infty$?
- Mikor nem lesz a második elemben áram?
- Mekkorák lesznek az áramok, ha a második elemet ellenkező polaritással kötjük be.

157. Hány db 2 V elektromotoros erejű, $0,2\ \Omega$ belső ellenállású akkumulátort kell sorbakötnünk, hogy 5 A áramerősség mellett 110 V feszültség essen a külső körben?

158. Egy 5Ω ellenállású körben 8 A áramerősségre van szükség. Legalább hány 2 V elektromotoros erejű $0,5\Omega$ belső ellenállású akkumulátorra van ehhez szükség, és hogyan kell ezeket kapcsolni?



15. ábra

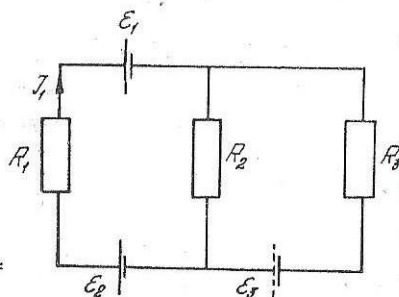
Mekkora ez a maximális áram? (Adatok: $R = 0,3\Omega$, $\mathcal{E}_0 = 2\text{ V}$, $r_0 = 0,2$, $N = 6$.)

160. Két áramkörben az $R = 100\Omega$ ellenállás közös szakasz (lásd a 15. ábrát). Az $R_1 = 50\Omega$, $R_2 = 80\Omega$.

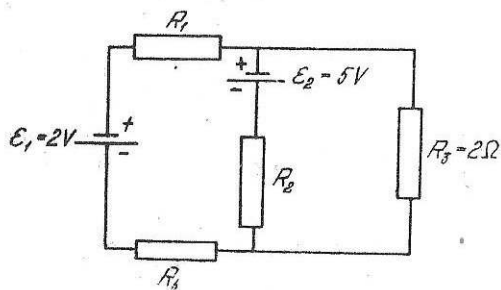
A telepeket egymással szemben kapcsoljuk, elektromotoros erejük $\mathcal{E} = 1,5\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1\text{ V}$. Számítsuk ki az

R ellenálláson átfolyó áram I áramerősségét, továbbá határozzuk meg, hogy mi a feltétele annak, hogy az \mathcal{E}_2 telepen ne folyék át áram.

161. Határozzuk meg a 16. ábrán látható hálózatban az \mathcal{E}_3 elektromotoros erőt polaritásával együtt, ha $\mathcal{E}_1 = 6\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 3\text{ V}$, $R_1 = 150\Omega$, $R_2 = R_3 = 50\Omega$ és $I_1 = 10\text{ mA}$ az adott iránnyal. Mekkora az R_2 ellenálláson leadott N teljesítmény?



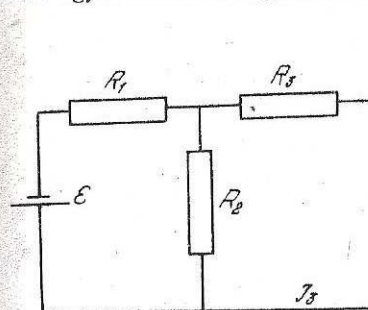
16. ábra



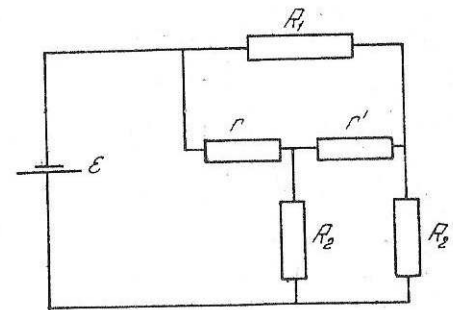
17. ábra

162. A 17. ábrán mutatott kapcsolás ellenállásait úgy választottuk meg, hogy az $\mathcal{E}_1 = 2\text{ V}$ elektromotoros erejű telepen nem folyik keresztül áram.

Mekkora az U_2 feszültség az R_2 ellenállás végei között, és mekkora az R_3 ellenálláson keresztül folyó áram I_3 erőssége? A telep belső ellenállását figyelmen kívül hagyhatjuk.



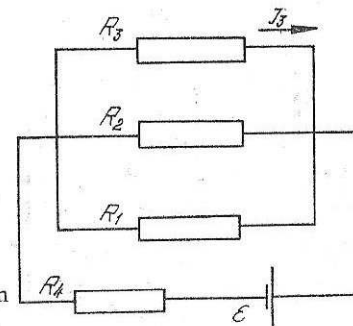
18. ábra



19. ábra

163. A 18. ábrán látható kapcsolásban adott az R_1 , R_2 , R_3 ellenállás és az R_3 ellenálláson keresztül folyó I_3 áram. Határozzuk meg a R_1 és R_2 ellenálláson keresztül folyó I_1 és I_2 áramot és a telep \mathcal{E} elektromotoros erejét.

164. Adva van egy egyenáramú áramkör (19. ábra) $\mathcal{E} = 10\text{ V}$, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = R_2' = 1\Omega$, $r = r' = 3\Omega$. A telep belső ellenállását ne vegyük tekintetbe. Számítsuk ki mindegyik elágazásban az áramerősséget.



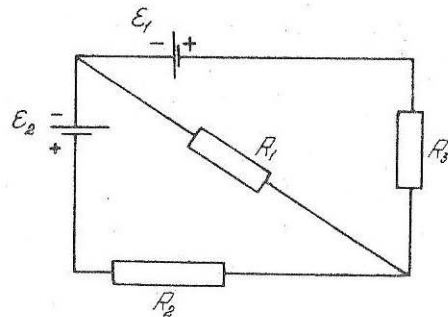
20. ábra

165. A 20. ábrán megadott kapcsolás esetén határozzuk meg az egyes ágakban folyó áramerősségek nagyságát és irányát, továbbá a telep belső ellenállását.

Adatok: $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $\mathcal{E} = 1,1\text{ V}$, $I_3 = 0,18\text{ A}$.

166. A 21. ábrán látható hálózatban $\mathcal{E}_1 = 2,1\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1,9\text{ V}$, $R_1 = 45\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 10\Omega$. Az elemek belső ellenállását elhanyagolhatjuk. Határozzuk meg az áramerősségeket az egyes ágakban.

167. Egyvezetékes táviró vonalon R földelési ellenállású sérülés következett be. Határozzuk meg, hogy hol kell bekövetkeznie a sérülésnek, hogy a vonal felvevő végén az ampermérő a legkisebb áramot jelezze. Az ampermérő ellenállása a vonal ellenállása mellett elhanyagolható.



21. ábra

168. Adva van 110 V feszültségre kalkulált 3 villanyégő, melyek teljesítménye 50, 50 és 100 W. Milyen kapcsolással kapcsolhatjuk be ezeket a villanyégőket a 220 V feszültségű hálózatba úgy, hogy mindegyik teljes izzással égjen?

169. Sorbakapcsolunk egy $R_1 = 40 \text{ k}\Omega$ -os $P_1 = 4 \text{ W}$ teherbírásu és egy $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ -os $P_2 = 2 \text{ W}$ teherbírásu ellenál-

lást. Mekkora U feszültség kapcsolható a rendszer sarkaira?

170. Párhuzamosan kapcsolunk egy $2,7 \text{ k}\Omega$ -os, 3 W teherbírásu és egy $5 \text{ k}\Omega$ -os 2 W teherbírásu ellenállást. Mekkora áram folyhat át a rendszeren?

171. 5 W teljesítményt kell továbbítanunk egy 110 V feszültségű áramforrástól 5 km távolságra. Mekkora d minimális átmérőjének kell lennie a rézvezetéknek, hogy a hálózathelyi energiavesztés a továbbítandó teljesítmény 10% -át meg ne haladja? A réz fajlagos ellenállása $0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

172. $P = 500 \text{ kW}$ teljesítményt kell továbbítanunk az $U = 11 \text{ kV}$ feszültségű áramforrástól $l = 5 \text{ km}$ távolságra. A vezetékben a megengedett feszültségvesztés 1% . Számítsuk ki a rézvezeték erre a célra alkalmas minimális keresztmetszetét. A réz fajlagos ellenállása $0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

173. Számítsuk ki, hány-szorosa legyen az R_k terhelő ellenállás egy telep R_b ellenállásának, hogy a hasznos teljesítmény maximum legyen.

174. Wolframszál izzó 120 V , 60 W felirást olvashatunk. Wheatstone-hiddal megmérve az izzó ellenállását 20Ω értéket kaptunk. Mekkora a szál T normális izzási hőmérséklete, ha a Wolfram ellenállásának hőmérsékleti tényezője $5 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/\text{C}^\circ$.

175. Wolframszál izzó ellenállása 20 C° -on $35,8 \Omega$. 120 V -os hálózatba kapcsolva az izzó $0,33 \text{ A}$ áram folyik át. A szál ellenállásának hőmérsékleti tényezője $4,6 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/\text{C}^\circ$. Mekkora a szál hőmérséklete?

176. A wolfram izzószál lámpa menetes részén 120 V , 100 W olvasható. Ellenállása izzó állapotban 10-szer nagyobb, mint hidegen. Számít-

suk ki a hidegállapotbeli R ellenállását és a hőmérsékleti tényezőt, ha a szál izzási hőmérséklete 2000 C° .

177. Izzólámpa ellenállása függ az izzószál hőmérsékletétől, emiatt az izzólámpa ellenállása közelítően a teljesítmény negyedik gyökével arányos. Pl. 15 W -os izzólámpa esetében $R = 1500$. $\sqrt[4]{P}$, 200 W -os izzólámpa esetében $R = 60$. $\sqrt[4]{P}$. (R ellenállás Ω -ban, P teljesítmény wattban.) Ezt a két izzólámpát sorbakötve 220 V -os feszültségre kapcsoljuk. Hogyan oszlik meg a feszültség a két izzólámpa között, és mekkora lesz az áramerősség?

178. $r_0 = 1,5 \text{ mm}$ sugarú vezetőben $I = 3 \text{ A}$ áram folyik, a vezető homogén, fajlagos ellenállása $\rho = 1,2 \text{ ohm mm}^2/\text{m}$, a hővezetési együttható $\lambda = 0,019 \text{ cal/cm s grad}$. Számítsuk ki a hőmérsékletkülönbséget a vezető tengelye és széle között.

179. Határozzuk meg a hidrogénatom tömegét, ha a hidrogén elektrokémiai egyenértéke $0,01042 \text{ mg/C}$.

180. A nikkel atomsúlya $56,68 \text{ g}$, vegyértéke 2 . Mennyi nikkel rakódik le 2 perc alatt az elektródon, ha az áramerősség $1,6 \text{ A}$?

181. Egy gyártmány nikkelezése 4 óra hosszat tartott, $0,4 \text{ A/mm}^2$ áramsűrűségnél. Milyen vastag lett a nikkelréteg?

182. Hány amperóra szükséges ahhoz, hogy a galvánelem elektródájára valamely anyag grammegyenérték-súlynyi mennyisége lerakódjon?

183. Cinkszulfát elektrolízisének az áram 100 Wh munkát végzett. Mennyi cinket termeltünk, ha az elektródákra kapcsolt feszültség 4 V ?

184. Ezüstnitrát oldatot tartalmazó elektrolitikus fürdővel sorbakapcsolt ampermérő $0,9 \text{ A}$ -t mutat. Hiteles-e az ampermérő, ha 5 perc alatt 316 mg ezüst vált ki az elektrolitból? Az ezüst atomsúlya 108 .

185. Ezüstnitrát és rézsulfát oldatot tartalmazó két elektrolitikus fürdőt sorbakapcsolunk. Mennyi réz válik ki 180 mg ezüst kiválási ideje alatt? Az ezüst atomsúlya 108 g , a réz atomsúlya $63,6 \text{ g}$.

186. Elektrolízises alumíniumgyártásnál használt áram erőssége $2 \cdot 10^4 \text{ A}$, az elektródokra kapcsolt feszültség 5 V , az alumínium atomsúlya 27 . Mennyi idő alatt nyerünk 1 t alumíniumot? Határozzuk meg az 1 t alumínium termeléséhez szükséges villamos energiát.

187. 100 V elektromotoros erejű és 2Ω belső ellenállású dinamó 5 óra alatt 75 V elektromotoros erejű és $0,15 \Omega$ belső ellenállású telepet tölt. Az összekötő vezeték ellenállása $0,35 \Omega$. Mekkora

- a dinamó kapocsfeszültsége,
- a telep kapocsfeszültsége,
- a telep által tárolt elektromosság?

188. A savanyított vizen keresztül haladó áram 3 perc alatt 150 cm^3 robbanó gázt váltott ki, s a kísérlet végén a voltaméterben a víz szintje 12 cm -rel lett alacsonyabb a külső szintnél. A légköri nyomás a kísérlet ideje alatt 750 Hgmm , a savanyított víz fajsúlya $1,13 \text{ kp/dm}^3$. Határozzuk meg az I áramerősséget.

189. Határozzuk meg a Daniell-féle elem \mathcal{E} elektromotoros erejét, ha tudjuk, hogy 1 grammegyenértékű cink kénsavval való vegyülésénél 124 kcal hő válik szabaddá, míg egy grammegyenértékű réznek a CuSO_4 -ból való kiválasztásához $99,7 \text{ kcal}$ szükséges.

190. Két molekula víznek hidrogénből és oxigénből való képződésekor 137 kcal hőmennyiség szabadul fel. Mekkora minimális U feszültségnél indul meg a víz elektrolizises felbontása?

191. $7,5 \text{ V}$ feszültséget szolgáltató dinamóval elektrolizist végzünk. Az elektrolizáló kád ellenállása $3,5 \text{ ohm}$, a dinamó belső ellenállása $0,5 \text{ ohm}$. Az elektrolizis folyamán 10 perc alatt $0,297 \text{ g}$ réz válik ki. A réz elektrokémiai egyenértéke $0,33 \text{ mg/C}$. Határozzuk meg az U polarizációs feszültséget.

192. Határozzuk meg az ezüstnitrát oldatból elektrolizisnél 1 óra alatt kivált ezüst mennyiségét. Az elektrolizáló kád ellenállása $1,2 \Omega$, a kád kapcsain a feszültség $1,5 \text{ V}$, a polarizációs feszültség pedig $0,8 \text{ V}$. Az ezüst atomsúlya 108 .

193. NO_3^- és H^+ ionok mozgékonyága $u_- = 0,00064 \text{ cm}^2/\text{V s}$ és $u_+ = 0,00326 \text{ cm}^2/\text{V s}$. Határozzuk meg az igen gyenge salétromsav oldat ekvivalens elektromos vezetőképességét.

194. Egyoldalasan egyenirányított váltóáram (az egyenirányító csak az egyik irányban enged át áramot) esetében határozzuk meg az áram maximális értékét, ha az áram CuSO_4 oldatából 10 perc alatt 200 mg rezet választ ki.

195. Mennyi ion van az atmoszféra nyomású röntgensugárral ionizált levegő 1 cm^3 -ében, ha az egymástól 2 cm távolságra levő 300 cm^2 területű lemezek között $4 \mu\text{A}$ áram folyik. A feszültség az elektródák között 150 V . (Telítési áram csak jóval nagyobb feszültség esetén folyik.)

196. Gázt tartalmazó edényt röntgenfényvel világítunk meg, ennek következtében cm^3 -enként 10^{10} molekula ionizálódik. A rekombináció révén bekövetkezett egyensúlyi állapotban köbcentiméterenként 10^8 pozitív és ugyanannyi negatív ion van. Határozzuk meg a rekombinációs együtthatót.

197. Ionizációs kamrában az elektródok felülete 100 cm^2 , egymástól való távolságuk $6,2 \text{ cm}$. Egységnyi idő alatt 1 cm^3 -ben mindkét előjelu ionból 10^9 keletkezik. Egyvegyértékű ionok esetén mekkora a telítési áram?

198. Határozzuk meg a maximálisan lehetséges ionpárok számát térfogategységenként az előző feladat ionizációs kamrájában, ha a rekombinációs együttható 10^{-6} .

199. Határozzuk meg egy 84 cm hosszú és 5 mm^2 keresztmetszetű ionizált levegőt tartalmazó kisülési cső R ellenállását. Az ionizáció következtében egyensúlyi állapotban köbcentiméterenként 10^7 ionpár található, az ionok egyvegyértékűek, mozgékonyaságuk $u_+ = 1,3 \text{ cm}^2/\text{V s}$ és $u_- = 1,8 \text{ cm}^2/\text{V s}$.

200. Egy ionizációs kamrában az elektródok felülete 100 cm^2 , a köztük levő távolság $6,2 \text{ cm}$. Egységnyi idő alatt térfogategységenként 10^9 ionpár keletkezik. Az elektródokra kapcsolt feszültség 20 V , telítés nem következett be. Az ionok mozgékonyasága $u_+ = u_- = 1 \text{ cm}^2/\text{V s}$, a rekombinációs együttható 10^{-6} . Határozzuk meg az I áramerősséget. A fellépő áramerősség hányad része az I_t telítési áramnak?

201. Mekkora v^+ ill. v^- térirányu sebességgel rendelkeznek a pozitív ill. negatív ionok levegőben egy 1 cm sugaru, 4500 V feszültségre töltött gömbtől 15 cm távolságban.

(A mozgékonyaságok: $u_+ = 1,37 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$
 $u_- = 1,91 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$)

202. Mekkora az ionmozgékonyaság levegőben 1 Hgmm nyomásnál, ha normál állapotban

$$u_+ = 1,37 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$$

$$u_- = 1,91 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$$

203. Mekkora minimális sebességgel kell rendelkeznie egy elektronnak, hogy ionizálhassa a hidrogénatomot? A hidrogénatom ionizációs potenciálja $U = 13,5 \text{ V}$.

204. Normális légköri nyomásnál az elektron szabad uthossza levegőben $0,005 \text{ mm}$. Az ütközési ionizáció létrejöttéhez az elektronnak $24 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$ energiával kell rendelkeznie. Határozzuk meg az E elektromos térerősséget.

205. Mekkora T hőmérsékleten rendelkeznek a higanyatomok az ütközési ionizációhoz szükséges átlagos kinetikus energiával, ha a higany ionizációs potenciálja $10,4 \text{ V}$.

206. A héliumatom ionizációs potenciálja 24,5 V. Fejezzük ki az ionizációs energiát ergekben.

207. Az elektron mellett $\ell = 2 \cdot 10^{-9}$ cm távolságra $2 \cdot 10^6$ m/s sebességgel halad egy α -részecske. Ha az elektron kezdeti sebességét nullának vesszük

- Mekkora az elektronnak átadott impulzus?
- Mekkora az elektron kinetikus energiájának megváltozása?
- Elegendő-e az energia a 13 V ionizációs potenciálú oxigén ionizálásához?

Mágneses erőter

A mágneses erőteret jellemző \vec{B} indukció vektor az I erősségű, dA felületet átfogó köráramra ható \vec{M} forgatónyomatékkal definiálható:

$$\vec{M} = I d\vec{A} \times \vec{B}$$

szerint, ahol $d\vec{A}$ az elemi dA felület vektora. B értékét $\frac{Vs}{m}$ -ben kapjuk, ha MKS- egységeket használunk.

A mágneses erőter másik jellemzője a \vec{H} mágneses térerősség. Vákuumban \vec{B} és \vec{H} között a $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ összefüggés áll fenn. H -t MKS rendszerben $\frac{A}{m}$ -ben kapjuk; $\mu = 4 \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$.

I erősségű áram mágneses erőterét a

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{I} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Biot-Savart törvényből, vagy a

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

gerjesztési törvényből számíthatjuk. Az előbbiben \vec{r} a kérdéses pontba mutató helyvektor, $I d\vec{l}$ az áramelemet jelöli, míg az utóbbi formulában a körintegrált az I áramot körülfogó L zárt görbére kell kiterjeszteni.

A mágneses fluxust, az A felületen áthaladó indukciójonalak számát a

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

integrál definiálja.

Anyag jelenlétében a \vec{B} és \vec{H} közötti kapcsolatot a

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

összefüggés fejezi ki, ahol μ az anyag permeabilitása, míg a dimenzió nélküli μ_r a relatív permeabilitás.

Különböző permeabilitású anyagok határfelületén a \vec{B} vektor normális komponense és a \vec{H} vektor tangenciális komponense megy át folytonosan.

$$B_{1n} = B_{2n} \quad \text{és} \quad H_{1t} = H_{2t}, \quad \text{míg}$$

$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{és} \quad \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Egy I áramtól átjárt vezető $d\vec{l}$ hosszúságú darabjára ható $d\vec{F}$ erő:

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

A \vec{H} erősségű és \vec{B} indukcióju mágneses erőter energiája V térfogatban:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV$$

A \vec{v} sebességgel mozgó Q töltésre \vec{B} indukcióju mágneses és \vec{E} térerősségű elektromos erőterben ható erő

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$128. n = 1 \cdot 10^{17}$$

$$129. E = \rho \frac{I}{q} = 0,052 \text{ V/m}$$

130. a) A áramerősség Ohm törvényéből

$$I = \frac{U}{R}.$$

A vezető félter $A = A(r)$ ekvipotenciális felületei koncentrikus fél-gömbök. Az ellenállás

$$R = \int \frac{\rho}{A(r)} dr = \int \frac{\rho}{2\pi r^2} dr = \frac{\rho}{2\pi r_0}$$

ezt behelyettesítve

$$I = \frac{2\pi r_0 u}{\rho}$$

b) A féltér ellenállását másképp is meghatározhatjuk, bár ehhez ismerni kell az elrendezés kapacitását. Mivel ez számos probléma esetén könnyen meghatározható, ismerkedjünk meg ezzel a módszerrel is. Gauss tétele értelmében

$$\int_A E_n dA = \frac{Q}{\epsilon}$$

szorozzuk meg az egyenletet a σ fajlagos vezetőképességgel és vegyük figyelembe, hogy ekkor az egyenlet baloldala az áramerősséget szolgáltatja. Tehát

$$I = \frac{Q}{\epsilon} \sigma$$

viszont

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\epsilon U}{Q} \frac{I}{\sigma} = \frac{\epsilon \rho}{C}$$

131. Az ekvipotenciális $A = A(r)$ felületek jelen esetben koaxiális hengerpalást felületek. Tehát

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho}{2\pi r \ell} dr = \frac{\rho}{2\pi \ell} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Vagy az előző feladat b. eredményét felhasználva és figyelembe véve, hogy a kondenzátor kapacitása

$$C = \frac{2\pi \epsilon \ell}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \rightarrow R = \frac{\epsilon \rho}{C} = \frac{\rho}{2\pi \ell} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

132.

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_2 \cdot r_1}$$

$$133. U_1 = \frac{72}{11} \text{ V}, U_2 = \frac{36}{11} \text{ V}, U_3 = \frac{24}{11} \text{ V}.$$

$$134. R_1 = 100 \Omega, R_2 = 100 \Omega, R_3 = 400 \Omega.$$

$$135. a) R = \gamma \frac{(a+b)\sqrt{a^2 + b^2}}{a + b + 2\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$b) R = \gamma \frac{2ab + (a+b)\sqrt{a^2 + b^2}}{a+b + 2\sqrt{a^2 + b^2}}$$

136. A keresett x ellenállás az

$$x = r + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{x}}$$

vagyis az $x^2 - rx - rR = 0$ másodfoku egyenlet pozitív gyöke:

$$x = \frac{r + \sqrt{r^2 + 4Rr}}{2}$$

$$137. 1/2 \Omega.$$

$$138. a) 7/12 \Omega.$$

$$b) 3/4 \Omega,$$

$$c) 5/6 \Omega.$$

$$139. I = 0,11 \text{ A}; U_k = 0,99 \text{ V}; U_b = 0,11 \text{ V}; \eta = 90\%$$

$$140. \epsilon = 34,3 \text{ V}; R_b = 1,43 \Omega.$$

$$141. U_b = 0,125 \text{ V}; R_k = 7,5 \Omega.$$

142. Először lemérjük a terheletlen elem sarkai közötti feszültséget, vagyis az elektromotoros erőt; ez ϵ volt. Ezután terheljük az elemet az ismert R ellenállással, és újra lemérjük a feszültségét, vagyis az U kapocsfeszültséget. Ismeretes, hogy R_b belső ellenállás mellett a kapocsfeszültség:

$$U = \epsilon \frac{R}{R + R_b},$$

Innen a belső ellenállás:

$$R_b = R \left(\frac{\xi}{U} - 1 \right)$$

Ez az eljárás csak akkor használható, ha a voltmérő belső ellenállása nagy a feladatban szereplő többi ellenálláshoz képest.

143. Ha a műszert az A és B pontok közé kapcsoljuk, akkor a sönt $x + y$. Mivel ekkor a mérési területet 10-szeresre terjesztettük ki, az áramelágazás törvénye szerint

$$1 : 9 = (x + y) : 50$$

Ha a műszert az A és C pontok közé kapcsoljuk, akkor a műszer ellenállása x -szel több és a sönt y . Mivel ezzel a mérési területet 100-szorosra terjesztjük ki, az áramelágazás törvénye szerint

$$1 : 99 = y : (50 + x)$$

Kétismeretlenes egyenletrendszerünket megoldva:

$$x = 5 \Omega,$$

$$y = \frac{5 \Omega}{9}.$$

144. 51,2 V

145. $R = 16,7 \Omega$.

146. A műszeren egy bizonyos I_b értéknél nagyobb áram nem folyhat át, ennél az áramnál a műszer végkitérést mutat. Az áram másik része a műszerrel párhuzamosan kapcsolt söntnek nevezett ellenálláson folyik keresztül. Kirchhoff törvényei alapján

$$I = I_b + I_s$$

$$I_b R_b = I_s R_s$$

E két egyenletből

$$R_b = \frac{I_b}{I - I_b} R_s$$

147. a) $U = 2,93 \text{ V}$.

b) $U = 2,4 \text{ V}$.

148. A voltmérőre U_b -nél nagyobb feszültséget nem kapcsolhatunk.

Ennél nagyobb feszültség mérésekor a műszerrel sorbakapcsolunk egy R_e előtétellenállásnak nevezett ellenállást, így az összefeszültségnek egy része erre jut. Az R_3 számítása:

$$U = U_b + U_e = IR_b + IR_e,$$

$$R_e = \frac{U}{I} - R_b.$$

viszont

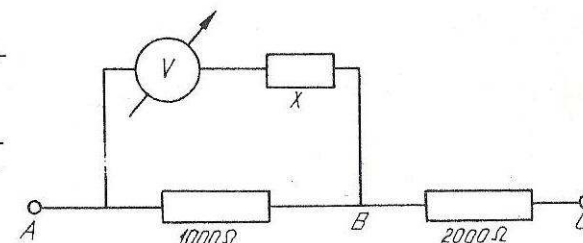
$$I = \frac{U_b}{R_b},$$

tehát

$$R_e = \left(\frac{U}{U_b} - 1 \right) \cdot R_b.$$

149. Az AB pontok közötti ellenállás

(87. ábra) a párhuzamosan kapcsolt ellenállások szabálya szerint $1000x/(1000+x)$. Az AC-re eső egész elektromotoros erőnek 0,3-szerese jut az AB-re. Ezért az AB ellenállás is 0,3-szerese az egész AC közötti ellenállásnak:



87. ábra

$$\frac{1000x}{1000+x} = 0,3 \cdot \left[\frac{1000x}{1000+x} + 2000 \right].$$

Ebből az egyenletből a voltmérő ellenállása $x = 6000 \Omega$. Az akkumulátornak azért kell kis belső ellenállásnak lennie, hogy a voltmérő rákapcsolása ne változtassa meg az AC pontok közötti feszültséget.

$$180. R_2 = 6 \Omega, \quad I = 5,25 \text{ A}, \quad R_1 = 2,4 \Omega$$

151. Soros telekapcsolás esetén

$$I = \frac{2\varepsilon}{2R_b + R_k}$$

Párhuzamos telekapcsoláskor

$$I = \frac{\varepsilon}{0,5 R_b + R_k}$$

$$a) I = 5 \text{ A, illetve } I = 5,7 \text{ A}$$

$$b) I = 0,24 \text{ A, illetve } I = 0,124 \text{ A}$$

Tehát kis külső ellenállás esetén a párhuzamos telekapcsolás, nagy külső ellenállás esetén pedig a soros telekapcsolás célszerűbb.

$$152. 4,7 \text{ V}$$

$$153. a) \quad U_1 = 108 \text{ V}, \quad U_2 = 72 \text{ V}$$

$$b) \quad U_1 = U \frac{R_1(R_3 + 2R_2)}{(R_2 + R_1)R_3 + 4R_1R_2} = 99 \text{ V}$$

$$U_2 = \frac{R_2(R_3 + 2R_1)}{(R_2 + R_1)R_3 + 4R_1R_2} = 81 \text{ V}$$

$$c) \quad 4 \text{ k}\Omega, \quad 6 \text{ k}\Omega,$$

$$154. \quad I_1 = 1,04 \text{ A}; \quad I_2 = 0,87 \text{ A}, \quad U_k = 1,7 \text{ V}.$$

155. Az áramkör teljes ellenállása mindegyik esetben $0,8 + 0,2 + 4 = 5 \Omega$. A teljes elektromotoros erő ezen az ellenálláson hajtja át az áramot

Az első esetben a teljes elektromotoros erő az egyes elektromotoros erők összege:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0,6 \cdot 5 = 3 \text{ V}.$$

A második esetben a teljes elektromotoros erő az egyes elektromotoros erők különbsége:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0,6 \cdot 5 = 0,8 \text{ V}.$$

Ennek az egyenletrendszernek a megoldása adja az egyes elemek elektromotoros erejét:

$$\varepsilon_1 = 1,9 \text{ volt},$$

$$\varepsilon_2 = 1,1 \text{ volt}.$$

Az első esetben az első elem belső ellenállására jutó feszültségkülönbség $0,6 \cdot 0,8 = 0,48 \text{ volt}$. Ezt levonva az elem elektromotoros erejéből, megkapjuk a kapocsfeszültségét: $1,9 - 0,48 = 1,42 \text{ volt}$. A második elem belső ellenállására jutó feszültségkülönbség $0,6 \cdot 0,2 = 0,12 \text{ volt}$, kapocsfeszültsége: $1,1 - 0,12 = 0,98 \text{ volt}$. A második esetben az első elem belső ellenállására jutó feszültségkülönbség $0,6 \cdot 0,8 = 0,128 \text{ volt}$. Ezt levonva az elem elektromotoros erejéből, kapjuk a kapocsfeszültségét: $1,9 - 0,128 = 1,772 \text{ volt}$. A második elem belső ellenállására jutó feszültségkülönbség $0,6 \cdot 0,2 = 0,032 \text{ volt}$. Ezen az elem fordítva megy át az áram ahhoz az esethez képest, amikor ez az elem áramot ad. Tulajdonképpen ezt az elemet töltjük. Ezért a belső ellenállásra jutó feszültségkülönbséget hozzá kell adni az elektromotoros erőhöz, hogy megkapjuk a kapocsfeszültséget: $1,1 + 0,032 = 1,132 \text{ volt}$.

$$156. a) \quad I_1 = \frac{\varepsilon_1 r_2 + R(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 r_1 + R(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

$$I = \frac{\varepsilon_2 r_1 + \varepsilon_1 r_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

$$b) \quad r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}; \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

$$c) \quad I_1 = \frac{\varepsilon_1}{r_1}, \quad I_2 = \frac{\varepsilon_2}{r_2}$$

$$d) \quad I_1 = -I_2; \quad I = 0$$

e) ha $r_2 \rightarrow \infty$, ekkor $I_1 = \frac{\varepsilon}{r_1 + R}$; ha $\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1}{r_1 + R} R$

$$f) \quad I_1 = \frac{\varepsilon_1 r_2 + R(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 r_1 - R(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

157. 110 db.

158. 40 sorbakapcsolt csoport, amelyek mindegyike 4 párhuzamosan kötött akkumulátort tartalmaz, vagy 4 párhuzamosan kötött, egyenként 4 soros akkumulátort tartalmazó csoport. Összesen 160 akkumulátor.

159. Az áram Ohm törvényéből

$$I = \frac{N \varepsilon_o}{mR + \frac{Nr_o}{m}}$$

Ez akkor maximális, ha a nevező minimális, amire szélsőérték számítással:

$$m = \sqrt{\frac{Nr_o}{R}}; \quad n = \frac{N}{m} \sqrt{\frac{NR}{r_o}}$$

$$I_{\max} = \frac{N \varepsilon_o}{2\sqrt{NR} r_o}$$

$$(m = 2, n = 3, I_{\max} = 10 \text{ A})$$

160. A feladatot Kirchhoff törvényei alapján oldjuk meg. Az egyes menységek előjeleinek megállapításakor a következőkre kell tekintettel lennünk: tetszőleges körúljárási irányt felvéve pozitívoknak tekintjük a körúljárási irányval megegyező irányú áramokat, negatívoknak a körúljárási irányval ellentétes irányú áramokat. Pozitív előjellel szerepeltetjük továbbá azokat az elektromotoros erőket, amelyek a körúljárási irányban növelik

a potenciált, azaz a felvett irányban haladva a hurok mentén az elem belsejében annak negatív pólusától tartunk a pozitív pólus felé.

Vegyük fel tehát a körúljárási irányt és az áramokat Kirchhoff huroktörvénye alapján a baloldali áramkörre

$$I_1 R_1 + IR = \varepsilon_1,$$

a jobboldalira

$$I_2 R_2 + IR = \varepsilon_2,$$

majd Kirchhoff csomóponti törvénye szerint

$$I = I_1 + I_2.$$

Ez három egyenlet három ismeretlennel. Az egyenletrendszer megoldása után $I = 10 \text{ mA}$.

Az egyenletekből I_2 -t kifejezve:

$$I_2 = \frac{\varepsilon - IR}{R_2}$$

$I_2 = 0$, ha a számláló zérus, azaz $\varepsilon_2 = IR$. Az ε_2 telepen tehát áram abban az esetben nem folyik, ha az R ellenálláson létrejövő feszültségesés megegyezik a telep ε_2 elektromotoros erejével.

$$161. \quad \varepsilon_3 = 2,5 \text{ V}, \quad P = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ W}.$$

$$162. \quad U_2 = 3 \text{ V}, \quad I_3 = 1 \text{ A}.$$

$$163. \quad \varepsilon = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} I_3$$

$$I_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_2} I_3, \quad I_2 = \frac{R_3}{R_2} I_3$$

$$164. \quad I_1 = 1,64 \text{ A}, \quad I_r = 2,54 \text{ A}, \quad I_2 = 2,36 \text{ A}.$$

$$I'_r = 0,18 \text{ A}, \quad I'_2 = 1,82 \text{ A}.$$

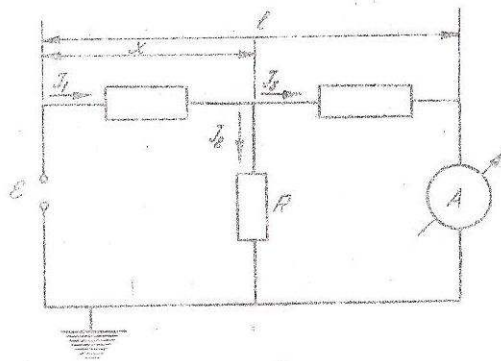
165. $I_1 = 0,36 \text{ A}$, $I_2 = 0,24 \text{ A}$, $R_D = 0,49 \Omega$.

166. Kirchoff törvényeinek felhasználásával

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}; \quad I_2 = \frac{I_1 R_1 - \varepsilon_2}{R_2}; \quad \frac{\varepsilon_1 - I_1 R_1}{R_3}$$

Az adatok behelyettesítése után $I_1 = 0,04 \text{ A}$, $I_2 = -0,01 \text{ A}$ és $I_3 = 0,03 \text{ A}$.

Az I_2 értéke előtti negatív előjel azt jelenti, hogy az I_2 áram az általunk bejelölt iránnyal ellentétes irányban folyik.



88. ábra

167. Jelöljük a sérülés helyének a vonal elektromotoros erőt tartalmazó részétől mért távolságát x -szel, a vonal hosszegységének ellenállását R_0 -al, a vonal hossza legyen l . A 88. ábra alapján a következő Kirchoff törvényeket írhatjuk fel:

$$I_1 \cdot x \cdot R_0 + I_2 R = \varepsilon,$$

$$I_3 \cdot (l - x) R_0 = I_2 R_1,$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Ezekből az egyenletekből az ampermérő által jelzett áram

$$I_3 = \frac{\varepsilon}{R_0 R l + R_0^2 (l x - x^2)}$$

Mivel I_3 minimális értékét keressük

$$\frac{dI_3}{dx} = -\varepsilon \frac{R_0^2 (l - 2x)}{[R_0 R l + R_0^2 (l x - x^2)]^2} = 0$$

12.

amiből $x = \frac{l}{2}$.

168. Lásd a 89. ábrát.

169. $U = 500 \text{ V}$

170. $i = 51,3 \text{ mA}$

171. $d = 3,3 \text{ cm}$

172. $s = 8,5 \text{ mm}^2$

173. A hasznos teljesítmény

$$P = I^2 R_k = \frac{\varepsilon^2 R_k}{R_k + R_D}$$

Jelöljük a keresett viszonyszámot x -szel, tehát $R_k = x R_D$. Behelyettesítés és átalakítás után

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_D} \frac{x}{(x+1)^2}$$

A

$$\frac{dP}{dx} = 0$$

feltételből $x = 1$ adódik.

174. $T = 2220 \text{ C}^\circ$.

175. $T = 2020 \text{ C}^\circ$.

176. $R = 14,4 \Omega$, $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{C}^\circ}$.

177. A légüres terű izzólámpába bevitt elektromos teljesítmény főként sugárzással távozik. Ha az izzó testre érvényes a Stefan-Boltzmann törvény, akkor a felületegységen kisugárzott teljesítmény arányos az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával. Ebből következik, hogy az abszolút hőmérséklet a teljesítmény negyedik gyökével arányos. Mivel az ellenállás közelítően az abszolút hőmérséklettel arányos, így következik a feladat szövegében szereplő összefüggés. (Valójában a 15 wattos izzó tényleg légüres, de a 200 wattos gáztöltésű.)

Az egyes izzólámpákra eső feszültségek arányosak az ellenállásokkal:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Felhasználva a feladat feltételét:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1500 \sqrt[4]{P_1}}{60 \cdot \sqrt[4]{P_2}}$$

Az egyes izzók teljesítményei $P_1 = U_1 I$; $P_2 = U_2 I$. (Az áramerősség egyenlő.) Ezt felhasználva

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1500 \cdot \sqrt[4]{U_1 I}}{60 \cdot \sqrt[4]{U_2 I}},$$

Átalakítva:

$$\left(\frac{U_1}{U_2}\right)^4 = 25^4 \cdot \frac{U_1}{U_2},$$

$$\frac{U_1}{U_2} = 25^{\frac{4}{3}} = 73,1.$$

Ezzel megvan a feszültségek aránya. A feszültségek összege:

$$U_1 + U_2 = 220.$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$U_1 = 216,99 \text{ volt},$$

$$U_2 = 3,01 \text{ volt}.$$

Látható, hogy a nagyobb teljesítményű izzólámpa alig kap feszültséget. Az áramerősség kiszámítására a feszültségösszeg egyenletébe beírjuk az

$$U_1 = IR_1 = I \cdot 1500 \sqrt[4]{P_1}$$

és

$$U_2 = IR_2 = I \cdot 60 \sqrt[4]{P_2}$$

értékeket:

$$1500 \cdot I \cdot \sqrt[4]{P_1} + 60 \cdot I \cdot \sqrt[4]{P_2} = 220.$$

Azonban $P_1 = U_1 I$ és $P_2 = U_2 I$, ezért

$$1500 \cdot I \cdot \sqrt[4]{U_1 I} + 60 \cdot I \cdot \sqrt[4]{U_2 I} = 220.$$

Felhasználva U_1 és U_2 számértékeit:

$$5753 \cdot I^{\frac{5}{4}} + 79,03 \cdot I^{\frac{5}{4}} = 220, \quad I^{\frac{5}{4}} = 0,03772.$$

az áramerősség $I = 0,07267$ amper. Az egyes izzók ellenállásai sorbakapcsolt üzemeltetéssel 2988 ohm és 41,3 ohm, felvett teljesítményeik 15,7 watt és 0,22 watt. Érdekes, hogy ilyenkor nagyobb teljesítmény jut arra a lámpára, amely az előírt üzemfeszültség mellett izzítva kisebb teljesítményű.

178. Stacionárius állapotban a vezetőben keletkezett hőmennyiség teljes egészében elvezetődik és a környezetnek adódik át. Irjuk fel az egységnyi idő alatt egységnyi hosszúságu vezetődarabban keletkezett, illetve elvezetett hőmennyiséget. Mivel a keletkezett hőmennyiség az adott keresztmetszeten átfolyó áramtól függ és a különböző hengerpalástokon más és más hőmennyiség áramlik át, a számítást csak integrálás segítségével végezhetjük.

Az áram által termelt hő egy r sugárhoz tartozó hengeres vezetőrészben

$$Q = 0,24 \left(\frac{r}{\pi r_0^2} \right)^2 \pi^2 r^4 \rho \frac{1}{\pi \cdot r^2} = 0,24 \rho \pi \left(\frac{1}{\pi r_0^2} \right)^2 \cdot r^2.$$

Az r sugaru hengerpaláston áthaladt hőmennyiség

$$Q = -\lambda 2\pi r \frac{dT}{dr}.$$

Tehát

$$-2\lambda \frac{dT}{dr} = 0,24 \rho \left(\frac{1}{\pi r_0^2} \right)^2 r.$$

Ezt a differenciálegyenletet a változók szétválasztásával oldjuk meg.
Az integrálást elvégezve és a számszerű adatokat behelyettesítve

$$\Delta T = 0,015 \text{ C}^\circ.$$

$$179. 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g.}$$

$$180. m = 56,3 \text{ mg.}$$

$$181. 0,02 \text{ mm.}$$

$$182. 26,8 \text{ amper-óra.}$$

$$183. m = 30,6 \text{ g}$$

$$184. \text{ Az ampermérő } 0,04 \text{ A-rel kevesebbet mutat.}$$

$$185. m_{\text{Cu}} = 53 \text{ mg.}$$

$$186. 149 \text{ óra; } 1,49 \cdot 10^4 \text{ kWh.}$$

$$187. \text{ a) } 80 \text{ V;} \\ \text{ b) } 76,5 \text{ V;} \\ \text{ c) } 1,8 \cdot 10^5 \text{ coulomb.}$$

$$188. I = 4,5 \text{ A.}$$

$$189. \mathcal{E} = 1,06 \text{ V.}$$

$$190. U = 1,5 \text{ V.}$$

$$191. U = 1,5 \text{ V.}$$

$$192. m = 2,35 \text{ g.}$$

$$193. \text{ Az ekvivalens vezetőképesség}$$

$$\Lambda = \alpha F (u_+ + u_-) = 376 \frac{\text{cm}^3}{\text{ohm}} \text{ g- egyenérték.}$$

$$194. I_{\text{max}} = 3,2 \text{ A.}$$

$$195. 3,4 \cdot 10^8 / \text{cm}^3$$

$$196. 10^{-6}.$$

$$197. I = 10^{-7} \text{ A.}$$

$$198. 3,2 \cdot 10^7$$

$$199. R = 3,4 \cdot 10^{14}$$

$$200. I = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ A; } \frac{I}{I_t} = 33\%$$

$$201. v = 0,27 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad u = 0,38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$202. u_+ = 10,4 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

$$u_- = 14,5 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

203. Ionizációs potenciálnak nevezzük azt a potenciálkülönbséget, amelyet az elektron befutva akkora energiára tesz szert, hogy ütközés révén ionizálja az atomot (ütközési ionizáció):

$$\frac{1}{2} m v^2 = Q_e U,$$

ahonnan

$$v = \sqrt{\frac{2Q_e U}{m}} = 2,2 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

$$204. E \sim 3 \cdot 10^4 \text{ V/cm.}$$

$$205. T = 80 \text{ 000 K}^\circ$$

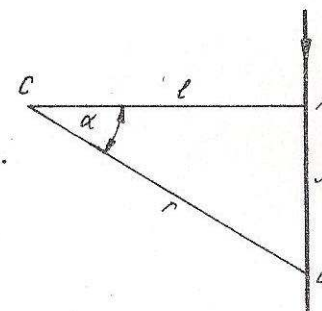
$$206. 39,2 \cdot 10^{-12} \text{ erg.}$$

207. a) Az impulzust a $I = \int_{-\infty}^{\infty} F dt$ összefüggéssel a 90 ábra alapján számíthatjuk.

$$F = k \frac{e \cdot 2e}{r^2} \cos \alpha = k \frac{2e^2}{2} \cos^3 \alpha$$

és

$$x = v \cdot t = \ell \cdot \tan \alpha \rightarrow dt = \frac{\ell d\alpha}{v \cos^2 \alpha}$$



90. ábra

$$\text{Igy } P = \int_{-\infty}^{\infty} F dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} k \frac{2e^2}{\ell^2} \cos^3 \alpha \frac{\ell d\alpha}{v \cos^2 \alpha} = \frac{k \cdot 4e^2}{\ell \cdot v} = 2,28 \cdot 10^{-24} \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $\Delta W_{\text{kin}} = \frac{I^2}{2m} = 2,9 \cdot 10^{-18} \text{ Joule.}$

c) A 13eV ionizációs energia $2,1 \cdot 10^{-18} \text{ J}$, tehát a $2,9 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ kinetikus energia elég az ionizációhoz.