Gyorsuló vonatkoztatási rendszerek

Ha egy inerciarendszerhez képest a_o gyorsulású transzlációt végző koordináta-rendszerben a dinamikai alapegyenletet akarjuk alkalmazni, akkor az inerciarendszerben is fellépő erőkhöz hozzá kell adni a

$$-m\,a_o \text{ "tehetetlenségi erőt".}$$

Egy inerciarendszerhez képest $\overline{\omega}$ szögsebességgel forgó rendszerben az m tömegű anyagi pontra az inerciarendszerben is fellépő erőkön kívül hat - mint tehetetlenségi erő - az

$$\overline{F}_{cf} = m\,\overline{\omega} \times (\overline{r} \times \overline{\omega}) \text{ centrifugális erő és}$$

$$\overline{F}_{Cor} = 2m[\,\overline{v} \times \overline{\omega}\,] \text{ Coriolis-féle erő,}$$

itt $\overline{r}$ a tömegpont helyvektora, $\overline{v}$ a tömegpont sebessége a forgó rendszerben.

Példák

241. A felvonóba rugósmérleget szereltek be, amelyre 1 kg tömegű testet függesztettek. Mit mutat a mérleg, ha a felvonó:
1. 4,9 m/s^2 lefelé irányuló gyorsulással halad felfelé?
2. 4,9 m/s^2 felfelé irányuló gyorsulással halad lefelé?
3. Ha lefelé halad és az 1 m/s^2 gyorsulás is lefelé irányul?

242. Egy egyenletes sebességgel mozgó kocsin egyensulyi helyzetben áll egy m = 2 kg tömegű matematikai inga. A fonál szakitási szilárdsága 3 kp. Mekkora gyorsulást adhatunk a kocsinak, hogy a fonál még éppen ne szakadjon el?

243. Egy vizszintes zárt csőben viz, a vizben egy kis légbuborék van. A csövet hosszirányban $\underline{a}$ gyorsulással mozgatjuk. Hogyan mozog ekkor a buborék?

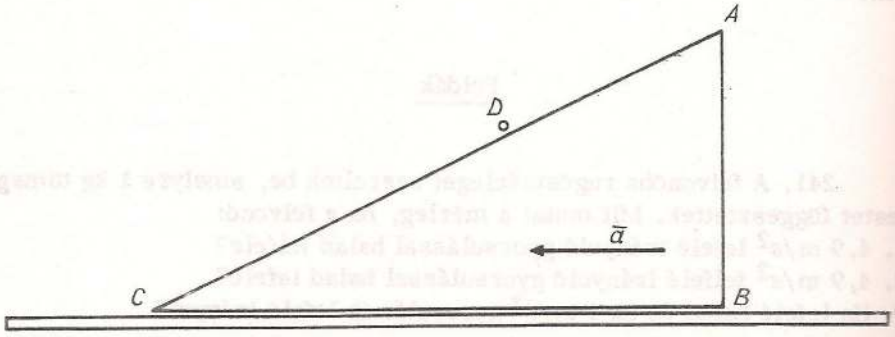
244. Egy elhanyagolható tehetetlenségi nyomatéku és rögzitett tengelyü csigán vékony fonalat vetünk át, melynek végein $m_1 = 10$ kg és $m_2 = 8$ kg tömegü testek lógnak. Határozzuk meg a fonálban ébredő erőt!

245. Elhanyagolható sulyu ideális csigán átvetett fonál egyik végén $m_1 = 3$ kg tömegü teher, másik végén egy másik ideális csiga függ. Ez utóbbin átvetett fonál végein $m_2 = 1$ kg és $m_3 = 2$ kg tömegü terhek függnek. Határozzuk meg a terhek gyorsulását és a fonalakban ébredő erőt!

246. A csillén vizzel teli edény áll. A csille 0,29 g gyorsulással mozog. Mekkora szöget alkot a vizszintessel a viz felülete?

247. 1 kp sulyu, 30°-os hajlásszögü lejtőre 1 kp-os kockát helyezünk. Hogy a kocka le ne csusszék, hozzáerősitjük cérnával a lejtő tetején levő szeghez. Állitsuk a rendszert mérlegre. Ezután a cérnát elégetjük, a kocka surlódás nélkül lecsuszik. Mennyi lesz csuszás közben a lejtőből és a kockából álló rendszer sulya?

248. Mennyi lesz az előző példában szereplő lejtő sulya, ha a kocka helyett 1 kp-os hengert helyezünk a lejtőre, és a cérna elégetésével ezt inditjuk el a lejtőn?



40. ábra

249. α hajlásszögü, sima, derékszögü ABC ék AC lapján m tömegü D anyagi pont surlódás nélkül csuszhat (40. ábra). Ha a t = 0 időpontban mind az ék, mind a D tömegpont áll, mekkora gyorsulással kell megindulnia az éknek BC irányában, hogy D ne csusszon se fel, se le?

250. Mekkora átmérőjü az ultracentrifuga forgórésze, melynek kerületén 6000 fordulat/perc fordulatszámnál a centrifugális erő a suly 250 000-szerese?

251. Egy repülőgép 1000 m sugaru függőleges siku pályán egyenletesen 1080 km/h sebességgel köröz. Mekkora erő nyomja a pilótát az üléshez, a pálya legfelső és legalsó pontjában? A pilóta 70 kp sulyu.

252. Egy vizszintes asztal 2 rad/s állandó szögsebességgel forog. Az asztalra egy kockát helyeztünk. A kocka és az asztal közötti surlódási együttható 0,3. Mekkora maximális távolságra lehet a kocka a forgástengelytől a lerepülés veszélye nélkül?

253. Tuskót helyezünk állóhelyzetből felgyorsuló vizszintes forgóasztalra, tengelyétől 10 cm távolságban, 7 rad/s szögsebesség elérésekor a tuskó csuszni kezd. Mekkora a surlódási együttható a tuskó és az asztal között?

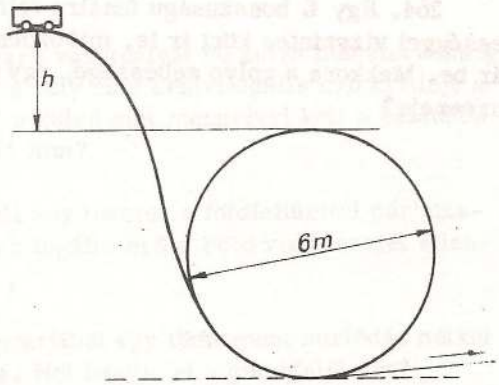
254. A földi testek sulya a Föld középpontja felé irányuló tömegvonzásnak és a Föld forgásából eredő, a forgási tengelyre merőleges centrifugális erőnek az eredője. Ebből következik, hogy (a sarkokat és az egyenlitőt kivéve) a nehézségi erő, vagyis a függőón iránya nem mutat a Föld középpontja felé.

a) Mekkora ez az eltérés (ε szög) például a 45°-os északi szélességben?

b) Milyen törvényszerüség szerint változik a nehézségi gyorsulás a sarkoktól az egyenlitő felé haladva (ha csak a centrifugális erő szerepét vesszük figyelembe)?

255. Mekkora minimális magasságból kell indulnia egy artistakocsinak, hogy a 41. ábrán vázolt "halálhurkot" végigfussa anélkül, hogy lezuhanna? (Surlódás és saját forgás tekintetbevétele nélkül!)

256. Egy kerékpáros 25 km/h sebességgel halad egy 20 m sugaru körpályán. Mekkora szöggel kell befelé hajolnia?



41. ábra

257. Milyen nagy lehet egy t = 1100 mm keréktávu és h = 0,7 m súlypontmagasságu autó sebessége a müut r = 110 m sugaru kanyarjában?

258. Vasuti pálya épitésénél a terepviszonyok miatt R = 310 m sugaru kanyart kell létesiteni. Hány fokos szöggel kell dönteni a pálya sikját a kanyarban ahhoz, hogy a gyorsvonat v = 70 km/h sebességgel éppen olyan stabilitási feltételek mellett haladhasson végig rajta, mint vizszintes egyenes pályán?

259. Mekkora centrifugális erő hat egy körhintán ülő m = 58 kg tömegü személyre, ha az n = 15/perc fordulatszámmal, r = 3 m sugaru körpályán forog? Milyen nagy szöggel lendül ki a centrifugális erő hatására?

260. Mekkora fordulatszámmal forog az a centrifugális regulátor, amelynek ℓ = 190 mm hosszu karjai $\alpha = 40^{\circ}$-os szöget zárnak be a függőlegessel?

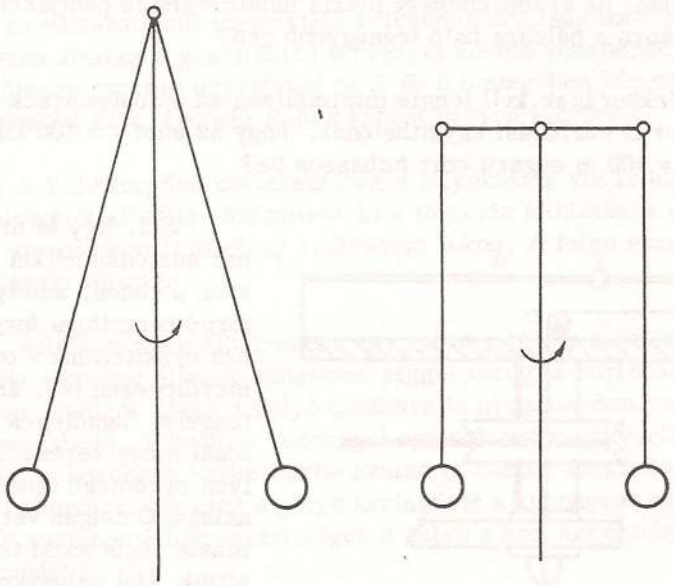
261. Mekkora szöget zárnak be egymással a centrifugális regulátor 30 cm hosszu karjai percenként 100 fordulatnál?

262. Hullámvasut egyik $\alpha = 40^{\circ}$-os hajlásszögü lejtőjéről, H = 12 m magasból fut le a kocsi a következő lejtő aljáig; μ = 0,06. A két lejtőt r = 8 m sugaru iv köti össze, megfelelő átmenet biztositása céljából. A kocsi összes tömege M = 620 kg. Mekkora a - következő lejtőre való feléréséig vizsgált - mozgás folyamán a "pályanyomás" legnagyobb értéke?

263. 10 cm sugaru gömb belsejében vizszintes sikban körbe gurul egy golyó a gömb rádiuszának fele magasságában. Mennyi idő alatt fut körül?

264. Egy ℓ hosszuságu fonálra felfüggesztett m tömeg állandó sebességgel vizszintes kört ir le, miközben a fonál a függőlegessel α szöget zár be. Mekkora a golyó sebessége, egy körbefutásának ideje és a fonál huzóereje?

265. Centrifugális szabályozót nyugalmi helyzetéből kiindulva növekvő szögsebességgel forgatunk. Irjuk le, hogy mi történik a szabályozó gömbjeivel a forgatás megkezdésének pillanatától kezdve a 42. ábra szerinti a) alaku és a b) alaku szabályozó esetében?



42. ábra

266. Egy ℓ hosszuságu, m tömegü matematikai ingát mérlegre állitunk. Ha az inga legnagyobb kitér´sekor a függőlegessel bezárt szöge φ_0, számitsuk ki, mekkora az inga sulya abban a pillanatban, amikor a függőlegessel bezárt szöge φ.

267. Egy 600 m görbületi sugaru vasutpályát 60 km/h menetsebesség esetére meg kell dönteni, ugy hogy a suly és a centrifugális erő eredője a pályára merőleges legyen. Evégből a külső sint mennyivel kell a belsőhöz képest felemelni, ha a nyomtáv 1435 mm?

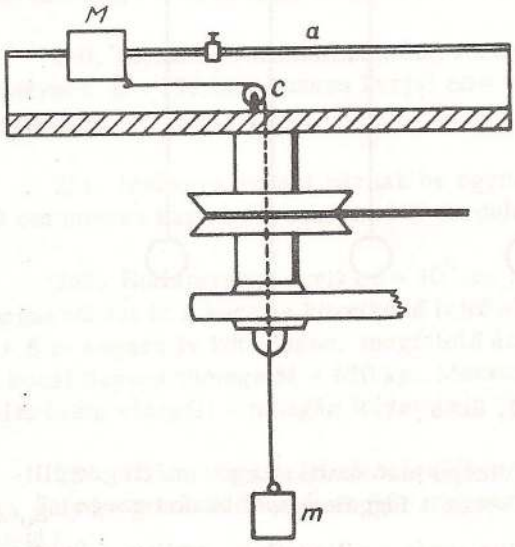
268. Mekkora sebességgel kell egy testnek a földfelülettel párhuzamosan haladnia, hogy a fellépő centrifugális erő a Föld vonzóerejét ellensulyozza?

269. Egy r sugaru gömb tetőpontjából egy tömegpont surlódás nélkül csuszik le a nehézségi erő hatására. Hol hagyja el a gömbfelületet?

270. Egy eredetileg függőlegesen álló sulytalannak vehető pálca az alsó végpontja körül foroghat, a felső végéhez egy 3 kg-os tömeget erősitettek (ℓ = 1,2 m).

a) Mekkora sebességgel megy át a tömegpont a körpálya legmélyebb pontján, ha kezdősebesség nélkül indult legfelső pontjáról?
b) Mekkora a pálcára ható legnagyobb erő?

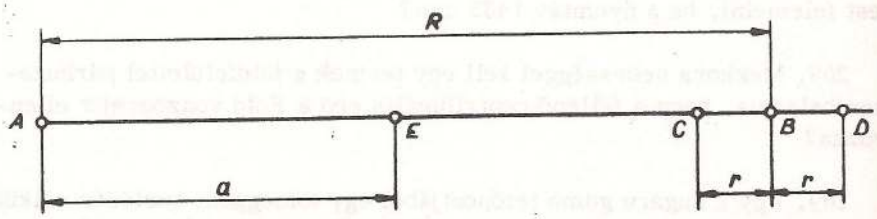
271. Mekkorának kell lennie minimálisan az autóabroncsok és az aszfalt közötti μ surlódási együtthatónak, hogy az autó v = 100 km/h sebességgel R = 200 m sugaru kört futhasson be?



43. ábra

272. Egy M tömegü teher surlódás nélkül csuszhat azon a rudon, amelyet egy forgó centrifuga forgórészéhez erősitettünk a tengelyre merőlegesen (43. ábra). A gép tengelye függőleges és rajta fonál megy keresztül, amelyen m tömegü teher lóg. A fonalat a C csigán vetjük át s másik végét az M teherhez erősitjük. Hol helyezkedik el az M tömeg az a rudon, ha a centrifuga ω szögsebességgel forog?

273. Az előző feladatban leirt müszeren a rudon levő M = 100 g tömeget rugó köti össze a tengellyel. Mekkora a rugó D állandója, ha tudjuk, hogy ω=120.2 π/perc szögsebességü forgásnál a rugó eredeti hosszuságának 50 %-ával nyulik meg?



44. ábra

274. Magyarázzuk meg a Hold vonzása által előidézett dagályok keletkezését. Számitsuk ki a dagályképző erőt a következő elképzelés segitségével:

Négy test, A, B, C és D (44. ábra), amelyeket anyagi pontoknak tekinthetünk, tömegközéppontjuk körül forogva egész idő alatt egy egyenesen maradnak és változatlanul megtartják kölcsönös távolságukat. A négy test között Newton általános gravitációs törvényét követő vonzóerők hatnak. C és a D tömege egyenlő egymással és A és B tömegéhez képest elenyészően kicsiny, továbbá az r távolság R-hez képest nagyon kicsiny.

275. A Föld forgása következtében a folyókban a viz felülete a vizszintes helyzettől elhajlik. Számitsuk ki a folyóviz felületének a horizontális sikhoz viszonyitott lejtését φ szélességi fokon. A folyó északról délre folyik az északi féltekén.

276. Álló korongra elhelyezünk egy golyót, amely szintén nyugalomban van. Ha a korong állandó szögsebességgel forog (a surlódástól eltekintünk), akkor kivülről nézve a golyó továbbra is nyugalomban van, csak a korong forog alatta. Viszont a koronggal együttforgó megfigyelő azt látja, hogy a golyó a korongon körbe-körbe szalad (a korong forgásával ellenkező irányban). Magyarázzuk meg a golyó keringését a koronggal együttforgó megfigyelő szempontjából: miért végez a golyó a korongról nézve egyenletes körmozgást?

277. Egészitsük ki az előző példát a következőképpen:

a) A golyót egy fonál segitségével összekötjük a korong középpontjával.
b) A korong és a pontszerünek tekinthető golyó közötti surlódás tényezője μ.

Mekkora a fonálerő az idő függvényében?
A példát a forgó rendszerben tárgyaljuk.

278. A Föld napi forgása eltériti a tüzérségi lövedékeket eredeti kilövési irányuktól. Ezt a kilövési irányt a vizszintes sikban felvett, a Földhöz rögzitett irányokhoz viszonyitva adják meg. Számitsuk ki a lövedék x haránt eltérését a lövedék repülésének első másodperce alatt, ha a lövedéket a délkör sikjában vizszintes irányban lőtték ki. A kilövés Moszkva szélessége alatt történt (55°, 45'), a lövedék kezdő sebessége 1000 m/s. Melyik irányban tér el a lövedék, ha az ágyucső a kilövéskor dél felé irányult? (Ne vegyük tekintetbe a levegő ellenállását.)

279. A Föld napi forgása következtében az eső testek kelet felé elhajlanak. Számitsuk ki, hogy mekkora x távolsággal tér el a Föld felületén

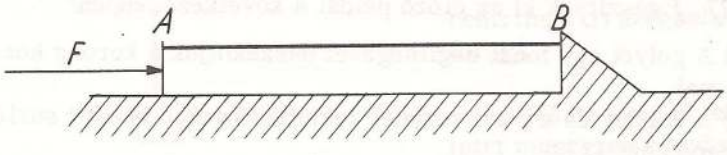
a test kezdeti helyzetén áthaladó földsugártól az a test, amely h = 100 m magasból esik szabadon az Egyenlitőre.

280. Egy gázban a molekulák sebességeloszlásának meghatározására a következő mérést végezhetjük (Stern-kisérlet). Egy izzitható fémszálat körülveszünk két koaxiális hengerrel, amelyek sugarai r és R. A belsőn egy az alkotójával párhuzamos keskeny rést létesitünk. Ha az egész rendszer nyugalomban van, az elpárolgó fém molekulái a réssel szemben a külső henger falán egy egyenes vonal mentén csapódnak le. Ha az egész rendszert ω szögsebességgel forgatjuk, a becsapódó molekulák sebességüktől függő mértékben jobban vagy kevésbé eltérnek ettől a vonaltól. Számitsuk ki az eltérés ivhosszát a részecskék sebességének függvényében!

Deformálható testek

281. Egy vasrudat, amelynek hossza ℓ = 1 m, keresztmetszete pedig q = 2 cm^2, F = 2 Mp erővel nyujtunk. Határozzuk meg az anyag p feszültségét, valamint a rud abszolut és viszonylagos megnyulását, ha a normális rugalmassági modulus(a Young-modulus) a vasra E = 20 000 kp/mm^2.

282. Egy vasgerendát szilárdan beépitenek két fal közé 0 C^o-nál. Mekkora nyomás hat a falakra a hőmérsékletnek 20 C^o-ra való növekedésénél, ha a falak akadályozzák a gerenda megnyulását? A Young-féle modulus 2,10^6 kp/cm^2. Miért nem számit a gerenda hossza a nyomás értékének megállapitásakor?



45. ábra

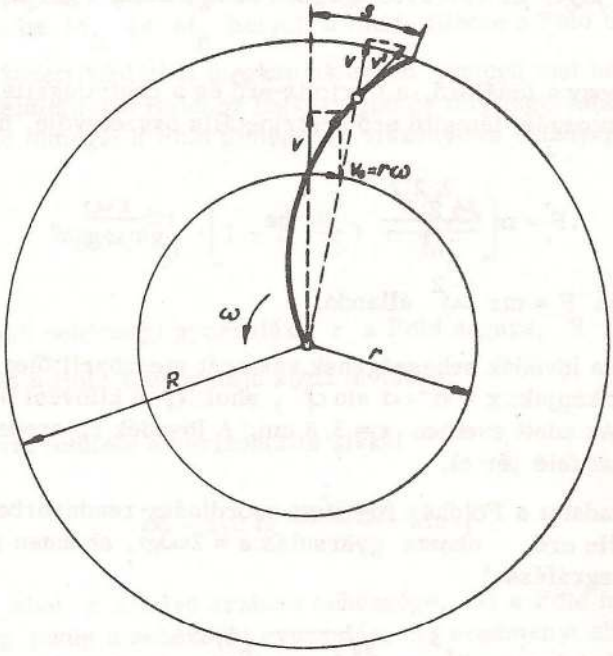
283. Sima vizszintes sikra m tömegü, q keresztmetszetü és L hosszugágu AB hasábot fektetünk (45. ábra), amely egyik végével egy kiszögelésre támaszkodik. A hasáb másik végére F állandó erő hat, amely egyenletesen oszlik el a hasáb egész keresztmetszetén. Tudjuk, hogy ekkor a hasáb hossza $\Delta\ell = \frac{1}{E}\frac{\ell}{q}F$ értékkel csökken, ahol E a Young-féle modulus. Mekkora lesz a hasáb hossza és miként oszlik el benne az összenyomás, ha nem támaszkodik többé a kiszögelésre, de valamennyi többi feltétel változatlan marad?

284. Az előbbi feladatból következik, hogy a gyorsulással mozgó hasábban feszültség van. Van-e feszültség a szabadon eső hasábban is?

$$s = v_o t + \frac{a}{2} t^2 = r\omega \frac{R-r}{v} + v\omega \frac{(R-r)^2}{v^2} .$$

Ugyanis $t = \frac{R-r}{v}$. Tehát

$$\underline{s = R\ (R-r) \frac{\omega}{v}} .$$



92. ábra

243. Fellép egy tehetetlenségi erőtér, melynek iránya a gyorsulással ellentétes. A buborékra ezért Archimédes törvénye értelmében egy a cső gyorsulásával egyező irányu

$$F = Va(\rho_{viz} - \rho_{levegő})$$

erő hat. Ez a buborékot mindaddig gyorsitja, mig a közben növekvő (Stokes tv.) surlódóerő egyensulyba nem kerül vele.

244. Rögzitsük koordináta-rendszerünket m_1-hez, és jelöljük ennek gyorsulását $\underline{a}$-val. Mivel ebben m_1 nyugalomban van, az erők eredője zérus:

$$m_1 g - m_1 a - F_k = 0$$

Egy gyorsuló koordináta-rendszert rögzitve m_2-höz, hasonlóan nyerjük:

$$F_k - m_2 a - m_2 g = 0$$

Az egyenletrendszert megoldva kapjuk:

$$F_k = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 87 \text{ N}$$

245. Jelöljük a_1, a_2, a_3, F_1, F_2, F_3-al rendre a megfelelő indexü tömeg lefelé irányuló gyorsulását, és a csatlakozó fonálban fellépő erőt. m_1-re felirható:

$$m_1 g - m_1 a_1 - F_1 = 0$$

Egy a mozgó csigához rögzitett vonatkoztatási rendszer $-a_1$ gyorsulással mozog, ebben tehát m_2 és m_3-ra $m_2 a_1$ és $m_3 a_1$ tehetetlenségi erők is hatnak.

m_2 gyorsulása a mozgó csigához képest $a_2 + a_1$

m_3 gyorsulása a mozgó csigához képest $a_3 + a_1$,

és természetesen fennáll, hogy

$$a_2 + a_1 = -(a_3 + a_1)$$

és

$$F_2 = F_3$$

m_2 és m_3-ra felírva a dinamikai egyenletet, nyerjük:

$$m_2 g + m_2 a_1 - F_2 = m_2 (a_2 + a_1)$$

$$m_3 g + m_3 a_1 - F_3 = m_3 (a_3 + a_1)$$

Végül a csiga sulytalansága miatt felírható:

$$F_1 = F_2 + F_3.$$

Az egyenletrendszert megoldva kapjuk:

$$a_1 = \frac{1}{17} g, \quad a_2 = -\frac{7}{17} g, \quad a_3 = \frac{5}{17} g$$

$$F_1 = \frac{48}{17} \text{ kp}, \quad F_2 = F_3 = \frac{24}{17} \text{ kp}.$$

246. A vízfelület merőlegesen helyezkedik el a vízre ható erők eredőjére. Ebben az esetben a vízre ható erők a nehézségi erő és a gyorsuló rendszerben fellépő tehetetlenségi erő. A két erő eredőjéből $\alpha = 16^{\circ}10'$.

247. A példát a kockával együtt gyorsuló koordináta-rendszerben tárgyaljuk. Ebben a kocka egyensulyban van. Ezt függőleges irányban felírva

$$F + m g \sin^2 \alpha = mg,$$

ahol F a lejtő által a kockára ható erő függőleges összetevője. Ez egyben a kocka sulya (Newton III.). Így a kocka és lejtő együttes sulya

$$G = 1,75 \text{ kp}.$$

248. A guruló henger a tehetetlenségi nyomatéka következtében kisebb gyorsulással halad lefelé a lejtőn, mint a surlódásmentesen csuszó kocka. A henger gyorsulásának függőleges összetevője $\frac{2}{3} \cdot g \sin^2 \alpha$. A rendszer együttes sulya tehát 1,83 kp.

249. A függőleges mg sulyerő és a vízszintes irányu - $\underline{ma}$ tehetetlenségi erő eredőjének az ék lapjára merőlegesnek kell lennie. Ezért

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma}{mg}, \quad \text{tehát } \underline{a = g \cdot \operatorname{tg} \alpha}.$$

250.

$$250000\,g = r\omega^2; \qquad d = 2\,r = 12,42 \text{ cm.}$$

251. A pilótára az állandó nagyságu és irányu G nehézségi erőn kivül hat az állandó nagyságu, de változó irányu centrifugális erő. E két erő eredőjének az ülésre merőleges komponense nyomja a pilótát az üléshez. A pálya legalsó pontjában a két erő megegyező irányu, összadódnak,

$$F_1 = G + F_{cf} = G + m\frac{v^2}{r} \approx 712 \text{ kp},$$

a pálya legfelső pontjában ellentétes irányuak, kivonódnak:

$$F_2 = F_{cf} - G \approx 572 \text{ kp}.$$

252. A feltétel: $mr\omega^2 < \mu mg$, ahonnan

$$r_{max} = 73,5 \text{ cm}.$$

253. $\mu = 0,5$

254. $\varepsilon = 5,94'$; $g = g_0 - \omega^2 R \cos^2\alpha$, ahol

g_0 a tömegvonzásból származó gyorsulás.

255. Képzeljünk el egy olyan forgó vonatkoztatási rendszert, mely a körpálya tetején éppen együtt fut a kocsival. Ebben felirva a pályanyomás eltünésének feltételét, továbbá az energiamegmaradás elvét alkalmazva kapjuk, hogy $h = 1,5$ m.

256. A kerékpárhoz rögzitett vonatkoztatási rendszerben a nehézségi és a centrifugális erő eredője határozza meg a kerékpár "sulyvonalát". Ennek pedig a stabilitás érdekében a talajra merőlegesnek kell lennie.

$$\alpha = 13,8^\circ$$

257. Az autó a C erő hatására az x oldali kerék közül felborulhat. A stabilitás határa:

$$C \cdot h = Q\frac{t}{2}; \qquad \frac{Q}{g}\frac{v^2}{R} \cdot h = Q\frac{t}{2}$$

Innen $v_{max} = \sqrt{\frac{R \cdot g \cdot t}{2h}} = 29,1 \text{ m/s} = 105 \text{ km/h}.$

258. A vizszintessel egyező stabilitási feltételnek megfelelően halad a vonat, ha a kocsijaira ható összes erők eredője merőleges a pálya síkjára.

$$\alpha = \text{arc tg } 0,124 = 7,1^{\circ}$$

259. $F_a = 43,5$ kp; $\alpha = 36^{\circ}54'$

260. $n = 78,5$ /s

261. $\alpha = 145,2^{\circ}$

262. $F_{max} = 2290$ kp

263. A golyóra ható nehézségi és centrifugális erők eredője merőleges a gömb felületére, tehát hatásvonala átmegy a gömb középpontján. Ennek alapján $T = 0,45$ s.

264. $v = \sqrt{\ell \cdot g \cdot \text{tg}\alpha \cdot \sin\alpha},$

$$T = 2\sqrt{\frac{\ell \cos\alpha}{g}}, \quad F = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

265. a) $\alpha = \text{arc cos } \frac{g}{\omega^2 \ell}$. (Ha $\frac{g}{\omega^2 \ell} \leq 1$) Amig $\frac{g}{\omega^2 \ell} > 1$ nincs kimozdulás, tehát $\alpha = 0$.

b) A centrifugális erő és a sulyerő nyomatékainak egyenlősége alapján (a-val jelölve a kar hosszát)

$$\omega^2 (a \cos\alpha + \ell \sin\alpha \cos\alpha) = g \sin\alpha .$$

Ebből a kérdéses szög kifejezhető.

266. Az inga sulya minden időpillanatban a felfüggesztési pontra ható $(mg \cos\varphi + \frac{mv^2}{\ell})$ erő függőleges összetevője. v^2-et az energia megmaradásának elvéből számitva nyerjük:

$$G = mg\,(3\cos^2\varphi - 2\cos\varphi\,\cos\varphi_0).$$

267. h = 6,76 cm.

268. v = 7,9 km/s.

269. A gömb tetejétől számítva r/3 mélységben.

270. v = 6,86 m/s; F = 15 kp.

271. $\mu = 0,4$.

272. Az M teher vagy a lehető legközelebb, vagy legtávolabb helyezkedik el a tengelytől. A tengelytől $R = \frac{mg}{M\omega^2}$ távolságra eső helyzet is lehetséges, de ez nem stabilis, minthogy az R sugár bármily csekély növekedése esetén is az mg suly nem képes többé az M tömeget a körvonalon tartani, az tehát a tengelytől legtávolabbi helyre megy. Viszont az R sugár csekély kisebbedése esetén az mg suly nagyobb, mint az M tömegnek R távolságban való tartásához szükséges erő, s igy a tömeg közeledik a tengelyhez.

273. D = 48 N/m.

274. Tegyük fel, hogy az A és B testek tömegközéppontja az A-tól a távolságban van. Az A és B közötti távolság csak akkor marad állandó, ha

$$\omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{\gamma(M_A+M_B)}{R}}$$

A C és a D testekre ható erők:

$$F_C = m\left\{\frac{\gamma M_B}{r^2} - \frac{\gamma M_A}{(R-r)^2} + \omega^2(R-a-r)\right\},$$

$$F_D = m\left\{\frac{\gamma M_B}{r^2} + \frac{\gamma M_A}{(R-a)^2} - \omega^2(R-a+r)\right\}.$$

Ha ω-t kiküszöböljük, továbbá az $a.\omega^2 = \frac{\gamma M_B}{R^2}$ összefüggést figye-

lembe vesszük s az $\frac{r}{R}$ magasabbrendüen kicsiny tagokat elhanyagoljuk, végeredményben ezt kapjuk:

$$F_C = F_D = \gamma m \left\{ \frac{M_B}{r^2} - \frac{r}{R^3}(3M_A + M_B) \right\}.$$

A Hold (A) és a Föld (B) közös sulypont körül forog. A Föld felületének C és D pontján, ahol a viz kevesebbet "nyom", mint az összes többi pontban, "vizpupok" képződnek. A dagályokozó erő kiszámitása céljából helyettesitsük be M_A és M_B helyett a Hold, illetve a Föld tömegét. Akkor az előbb kapott képletből megkapjuk az m tömegü test hozzávetőleges sulyát a földfelületnek a Holdhoz legközelebb és tőle legtávolabb eső pontjaiban.(A Hold tömegét a Föld tömegéhez viszonyitva elhanyagolhatjuk)

$$mg \approx mg_o \left[1 - 3 \left(\frac{r}{R}\right)^3 \frac{M_A}{M_B} \right],$$

ahol g_o a földi nehézségi gyorsulás, r a Föld sugara, R pedig a Föld középpontja és a Hold középpontja közti távolság.

275. A viz felülete a horizontális sikkal

$$\alpha = \operatorname{arc\,tg} \frac{2v\omega}{g} \sin\varphi$$

szöget alkot, ahol v a folyó árjának sebessége, ω a Föld forgásának szögsebessége, g pedig a nehézségi gyorsulás. Az eredményt abból a feltételből kapjuk meg, hogy a folyadék felületének merőlegesnek kell lennie a rá ható erők eredőjére.

276. Forgó koordináta-rendszerben a következő mozgásegyenlet érvényes:

$$m \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = F - m\left[\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})\right] + 2m(\bar{v} \times \bar{\omega}),$$

ahol $\bar{\omega}$ a szögsebesség vektora.

A mi esetünkben $\bar{F} = 0$; $\bar{r}$, $\bar{v}$, és $\bar{\omega}$ egymásra merőleges vektorok, $\bar{v} = -\bar{\omega} \times \bar{r}$, tehát

$$m \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = - m \bar{r}\omega^2.$$

Ez pedig éppen az egyenletes körmozgás fenntartásához szükséges centripetális erő. A golyónak a korongon való mozgása folytán fellépő Coriolis-erő nemcsak közömbösiti a centrifugális erőt, hanem a golyót körmozgásra kényszeriti.

277. A körmozgás tangenciális gyorsulása $a_t = - \mu g$, igy a sebesség $v = r\omega - \mu g t$. Ez érvényes egészen addig, amig a golyó meg nem áll ($t = \frac{r\omega}{\mu g}$).

Felirva, hogy a fonálerő, a Coriolis-erő és a centrifugális erő eredője a lassuló körmozgást létesitő erő centripetális összetevője, nyerjük, hogy

$$F = m \frac{\mu^2 g^2 t^2}{r} \qquad \text{ha} \qquad t \leq \frac{r\omega}{\mu g},$$

a továbbiakban $F = mr\omega^2$ állandó.

278. Ha a lövedék sebességének vektorát megközelitőleg állandónak tekintjük, ezt kapjuk: $x = vt^2\omega \sin\varphi$, ahol φ a kilövési pont földrajzi szélessége. Az adott esetben $x = 5,8$ cm. A lövedék az eredeti kilövési iránytól nyugat felé tér el.

279. A feladatot a Földhöz rögzitett koordináta-rendszerben oldjuk meg. A Coriolis-féle erő okozta gyorsulás $a = 2\omega g t$, ahonnan idő szerinti kétszeres integrálással

$$x = \omega g \frac{t^3}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{h^{3/2}}{\sqrt{g}} = \underline{2,2 \text{ cm}}.$$

280. A Coriolis-erő sugárra merőleges összetevője

$$F = 2 m v \omega$$

időben állandó, s igy

$$a_\varphi = 2 v \omega \qquad \text{szintén állandó.}$$

A sugárra merőleges elmozdulás körivének hossza: (92. ábra)

241. A mérleg jelzéseit a mérlegre függesztett test mozgásegyenletéből határozhatjuk meg:

$$T = mg - ma ,$$

ahol m a test tömege, g a nehézségi gyorsulás, T a mérleg rugójának feszitőereje (ez határozza meg a mérleg jelzéseit), a pedig az m tömegü test gyorsulása.

1. T = 0,5 kp, 2. T = 1,5 kp, 3. T = 0,9 kp.

242. A kocsiban a nehézségi erőtéren kivül egy tehetetlenségi erőtér is van jelen, a kettő eredője $m\sqrt{g^2 + a^2}$, és iránya a függőlegessel $\alpha = \text{arc tg}\,\frac{a}{g}$ szöget alkot. Ilyen irányu kitéréskor lesz a fonálerő maximális, és ennek alapján nyerjük, hogy $a_{max} = 6\ m/s^2$.