



**Izgalmas mérések és modellezések
a fizikaoktatásban és a tehetséggondozásban**

Doktori (PhD) értekezés

Dr. Vankó Péter

**Debreceni Egyetem
Természettudományi Kar
Debrecen, 2006.**

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés	1
2	Helyzetelemzés	3
3	Tudományos eredmények	10
3.1	Új mérések a mérnök-fizikus laboratóriumban	11
3.1.1	Kaotikus kettős inga vizsgálata	13
3.1.2	Granulált anyagok vizsgálata	27
3.2	Mérési versenyfeladatok	36
3.2.1	Olimpiai válogató- és felkészítő versenyek	37
3.2.2	OKTV kísérleti forduló	49
3.3	Mérési versenyfeladatok „utóélete”	60
3.3.1	Középiskolai „workshop”	61
3.3.2	Tehetséggondozó mérési szakkör	72
3.4	Fizika az erdei iskolában	81
4	Összefoglalás	93
	Summary	97
	Hivatkozások	101

1 Bevezetés

A természettudományok, és ezen belül a fizika népszerűségének csökkenése világszerte tapasztalható jelenség. A tehetséges diákok közül kevesen választanak természettudományos vagy műszaki pályát, pedig a fejlődéshez hazai és nemzetközi viszonylatban is sokkal több jól képzett kutatóra és mérnökre lenne szükség. A természettudományos tanárszakok iránt különösen alacsony az érdeklődés, ami már az iskolai oktatás jövőjét veszélyezteti. Az áltudományos és ezoterikus tanok ijesztő terjedésével szemben pedig csak az érdekes és színvonalas oktatás és ismeretterjesztés lehet eredményes.

Mitől vált a fizika a legkevésbé szeretett iskolai tantárggyá? Az okok szer-teágazóak, és nem függetlenek az iskolai oktatás egészének az utóbbi időben sokat elemzett problémáitól és más társadalmi hatásoktól sem. Ugyanakkor kétségtelen, hogy a tanulók érdeklődésének elvesztéséért a fizika tananyag és a fizika tanításának módja is felelős. Ezeket az okokat a 2. fejezetben (Helyzetelemzés) kísérlem meg összefoglalni.

A fizika *izgalmas*. Ezt kell megmutatni a diákoknak és a szélesebb közvéleménynek is. Jelenleg a középiskolai és az egyetemi alapozó fizikaoktatásban (és nagyrészt a tehetséggondozásban is) szinte kizárólag a fizika klasszikus, lineáris összefüggésekkel többé-kevésbé jól leírható területei kapnak szerepet. Ennek oka hagyományosan a magasabb matematikai ismeretek hiánya: a rendelkezésre álló matematikai apparátus (lineáris és másodfokú egyenletek megoldása, elemi trigonometria) határozza meg a tárgyalható fizikai problémákat. A zárt alakban, elemi szinten nem megoldható, grafikus, numerikus megoldást igénylő jelenségek kima-radnak, vagy olyan durva elhanyagolásokkal kerülnek tárgyalásra, amelyek épp a probléma lényegét, érdekességét fedik el. Pedig a zsebszámológépek, és különösen a személyi számítógépek széleskörű elterjedése óta a nemlineáris problémák is könnyen kezelhetővé váltak, megnyitva ezzel a lehetőséget egy sor izgalmas jelen-ség alapfokú, de mégis kvantitatív tárgyalására.

Az oktatás másik nagy problémája a kísérletek és mérések háttérbe szorulá-sa. Különböző okokból a legtöbb iskolában egyre kevesebb demonstrációs kísérlet-et látnak a diákok, tanulói mérésre még ritkábban kerül sor. Pedig a kvantitatív fizikai mérés a jelenségek sokkal mélyebb, árnyaltabb megismerését teszi lehetővé, mint a sokszor túlzottan leegyszerűsített elméleti modellezés vagy a számítógépes szimuláció.

Munkám során középiskolai matematika tagozatos osztályokkal (Árpád Gimnázium), kimagaslóan tehetséges diákokkal (Nemzetközi Fizikai Diákolimpia, tehetséggondozó mérési szakkör) és kezdő fizikushallgatókkal (Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem) foglalkozom. Tudományos munkám célja olyan

mérések, feladatok, programok kidolgozása, melyek ennek a korosztálynak is megismerhetővé teszik a korábban alig tárgyalt, nem szokványos, de nagyon érdekes problémákat. A *3. fejezetben* legfontosabb eredményeimet ismertetem.

Az egyetemen elsősorban a fizikus hallgatók kísérleti fizika laboratóriumi gyakorlataiért vagyok felelős: az elmúlt nyolc évben kollégáimmal új, izgalmas méréseket állítottunk össze, korszerűsítettük a számítógépes adatgyűjtést, új fejezetekkel bővítettük és interneten elérhetővé tettük a mérési feladatokat és az ezek elméleti háttérét összefoglaló jegyzetet. A *3.1 részben* két izgalmas, általam kifejlesztett mérést mutatok be részletesebben. Az elsőben egy egyszerű, mégis kaotikusan viselkedő rendszer (kettős inga) mozgását mérik a hallgatók, a másodikban pedig a granulált anyagok meglepő tulajdonságait tanulmányozhatják.

A *3.2 részben* különböző versenyekre készült mérési feladatok közül ismertetek kettőt, melyek kitalálásában, megvalósításában meghatározó részem volt. Az egyik egy olimpiai válogatóverseny feladata, egy nehéz hullámoptikai probléma: néhány részből álló rendszer vizsgálata a diffrakciós kép alapján. A másik szintén nem könnyű, mégis igazi játékos feladat: 2000-ben az OKTV döntőn egy „hátrahúzó” játékautót vizsgáltak a versenyzők.

A mérési versenyfeladatok elkészítése sok időt és energiát igényel. Az elkészült eszközöket a verseny után is használni lehet. A *3.3 részben* két izgalmas lehetőségéről számolok be. Az Árpád Gimnáziumban fizika „workshop”-okat, egész délutános foglalkozásokat tartottam. Itt az előző részben ismertetett nagyon nehéz hullámoptikai versenyfeladat mindenki számára érthető – elméleti bevezetőt, kísérletezést és mérést, valamint számítógépes szimulációt is alkalmazó – feldolgozását mutatom be. A mérési versenyfeladatok másik „utóélete” a tehetségnevelő mérési szakkör, ahol az érdeklődő tanulók mérőpárokban, szükség esetén tanári segítséggel, nyugodt körülmények között végezhetik el a méréseket.

A *3.4 részben* egy másik Árpád Gimnáziumi kezdeményezéséről írok: fizika az erdei iskolában. Az utóbbi időben egyre népszerűbb erdei iskolák nemcsak a biológia és a környezeti nevelés céljait szolgálhatják, hanem fizikai kísérletek elvégzésének is ideális helyszínei lehetnek.

A magyar és angol nyelvű összefoglalót (*4. fejezet*) a hivatkozások követik.

2 Helyzetelemzés

A fizika az egyik legkevésbé szeretett tantárgy az iskolában. A nemzetközi felméréseken a magyar diákok évről-évre gyengébben szerepelnek (miközben a diákolimpiákon a magyar csapat folyamatosan a legjobbak között van). Kevesen tanulnak tovább természettudományi szakokon, a tanárszakokat pedig különösen kevesen választják. Pedig világszerte arról beszélnek, hogy az emberiség a globális kihívásoknak csak sokkal több jól képzett természettudóssal és mérnökkel tud megfelelni. A természettudományok népszerűségének csökkenése, az ezoterikus és áltudományos tanok terjedése világszerte megfigyelhető, de a magyarországi helyzet azért különösen elszomorító, mert néhány évtizeddel ezelőtt a magyar diákok a nemzetközi felméréseken még az élmezőnyben szerepeltek.

Az elmúlt évtizedben nagyon sok tanulmányban olvashattunk erről. A felsőfokú fizikaoktatás helyzetét 1995-ben az Eötvös Loránd Fizikai Társulat munkabizottsága vizsgálta [1], [2]. A tanulmány készítői szorgalmazzák egy felmérés készítését az iskolai fizikaoktatás színvonaláról, tetszési indexéről és a pályaválasztásban játszott szerepéről. A következő évben egy általános iskolai felmérés kimutatta, hogy a fizika és a kémia a legkevésbé szeretett tantárgyak a 7.-8. osztályban [3]. A pályaválasztást motiváló tényezőket elemzi egy, a József Attila Tudományegyetemen készült felmérés [4]. A szerzők további felmérések alapján elemzik a „fizika-attitűd”-öt [5]. Kimutatják, hogy a középiskolában már nem romlik az átlagosnál jobban a tárgy megítélése, tehát már az általános iskola végére kialakul a kedvezőtlen helyzet. A tanulmány kimutatja, hogy a fizika-attitűdöt befolyásoló tényezők közül a tanár személye és az osztályzatok a legjelentősebbek. A fizika-attitűdöt elsősorban a *tanulók által végzett* kísérletek javíthatják.

Papp Zoltán és Pappné Patai Anikó az okok elemzése mellett a fizika-attitűd javításának lehetőségeit vizsgálja [6]. Hangsúlyozzák a fizika iskolai és társadalmi megítélése közötti kapcsolatot. Arra a (szomorú) következtetésre jutnak, hogy egy tantárgy kedveltsége fordítottan arányos a tantárgy „gondolkodás iránti igényével”. Az oktatás tömegessé válásával még a középiskolákban is többségben vannak azok a tanulók, akiknek a gondolkodás olyan szellemi erőfeszítést jelent, amit nem képesek, vagy nem akarnak befektetni. A szerzők kitérnek a fizika népszerűtlensége és a diákolimpiákon elért kimagasló eredmények (látszólagos) ellentmondására is: a hazai és nemzetközi versenyeken jól szereplő diákok természetesen nemcsak tudják, hanem szeretik is a fizikát – azonban elenyésző kisebbségben vannak. A teendők között a kísérletek szerepének növelését, a hétköznapi élettel és a technikával közvetlenül kapcsolódó jelenségek hangsúlyozását emelik ki – akár a túlzott gondolkodásigényű feladatmegoldások rovására.

Radnóti Katalin tanulmányában [7] részletesen elemzi a fizika tantárgy helyzetét és felvázolja a fejlesztéshez szükséges feladatokat. A problémákkal és a tennivalókkal felmérésekre támaszkodva több, a közelmúltban megjelent írásában is foglalkozik [8], [9], [10]. A tantárgy helyzetére jellemző, hogy az újabb és újabb tantervek bevezetésekor a fizika óraszámja folyamatosan csökkent. A fizika népszerűtlenségéhez nagyban hozzájárul a tananyag korszerűtlensége: a tanulók nem kapnak elegendő segítséget a mindennapi életben való eligazodáshoz. A fizikatanítás további problémája, hogy – más tantárgyakhoz hasonlóan – a fizikaórán sincs differenciált oktatás. Az egyértelműen tudományközpontú oktatást kapja mindenki, képességeitől, érdeklődésétől függetlenül. Az egységes természettudományos világkép kialakítását nehezíti a természettudományos tantárgyak közötti gyenge öszszehangoltság is.

Véleménye szerint a fizikatanítás megújításához nem elegendők kisebb változtatások vagy hangsúlyeltolódások, hanem teljesen új szemléletmódra van szükség. Ez a szemléletmód a *konstruktivizmus*: a tanulók nem passzívan befogadják, hanem aktívan létrehozzák a tudást – a már korábban meglévő tudásukra alapozva, abba integrálva. A módszertani szemléletváltást a tudományos megismerésről alkotott új felfogás indokolja: eszerint a megismerést alapvetően az emberben meglévő előzetes tudás irányítja [11]. Az új szemléletű tanításhoz változtatni kell a pedagógusképzésen is, a tanár nemcsak „jó fizikus”, hanem „jó pedagógus” is legyen. Az iskolai oktatásban nagyobb szerepet kell kapnia a kritikus gondolkodásmód fejlesztésének. Nemzetközi példákon keresztül mutatja meg, hogy a tananyag változtatásával, a tantárgyak közötti jobb együttműködéssel csökkenteni lehet az „életfizika” és az „iskolafizika” különválását. Marx Györgyöt idézi, aki szerint a fiatalok számára az *ismeretlenben való tájékozódás* a legfontosabb, ehhez pedig a természettudományos kutatás munkamódszere a leghatékonyabb. „A fizika lehet az új idők latinja az iskolában.”

A vizsgálatok és tanulmányok alapján a leghatékonyabban és a legszélesebb körben az általános iskolai fizikatanítás segítheti a fizika-attitűd javulását. Az viszont szorosan összefügg a tanárképzéssel, a pályaorientációval, és így a középiskolai fizikatanítással is. A fizika társadalmi megítélésének javításáért pedig a tanárokon kívül a fizikusok, az egyetemi szakemberek is sokat tehetnek. A továbbiakban ebből a széles spektrumból azokra a területekre koncentrálok, amelyekkel hétköznapi munkám során is foglalkozom. A fizikatanítás egészének problémái a jobb *gimnáziumokban, az egyetemi alapozó fizikaoktatásban és a tehetséggondozásban* is megmutatkoznak.

Véleményem szerint a problémák jelentős része arra vezethető vissza, hogy az oktatás tömegessé válását nem követte a tananyag jelentős csökkentése és megváltoztatása. Ez nemcsak a fizikaoktatásra, hanem az egész középiskolai oktatásra és az alapozó felsőoktatásra is igaz. Az 1920-as években a 14-18 éves korosztály körülbelül 10 %-a járt érettségit adó iskolába. Ma viszont a megfelelő korosztály háromnegyede vesz részt ilyen képzésben, miközben a tananyag egészében alig

változott, nem csökkent, sőt új elemekkel (például számítástechnika, genetika) bővült is. Képtelenség azt várni, hogy egy populáció 75%-a képes elvégezni mennyiségében és minőségében is azt a tananyagot, amit a populáció legjobb 10 %-a számára készítettek. Mivel a tananyag radikális mennyiségi csökkentését az iskolák, a tanárok a külső feltételek (kötelező tantervek, érettségi, felvételi) miatt nem kockáztathatják, szükségszerűen a minőség romlott. Az erőltetett tempóban leadott, meg nem értett tananyag nem válik használható tudássá.

Hasonló tapasztalatokkal szembesülnek az első évfolyamon tanító egyetemi oktatók is: a tanulói létszám növekedése legtöbb esetben az átlagos színvonal súlyyulódásával jár együtt, amit – legalábbis a fizika esetében – az iskolából hozott tudás és ismeret drasztikus csökkenése súlyosbít.

Természetesen a legjobb 10 % ma is képes a tananyag *érdemi* elsajátítására. A fizikaversenyeken kimagasló eredményeket elérő tanítványaim többsége, amellet, hogy matematikával és fizikával messze az iskolai tananyagot meghaladó mélységben foglalkozott, a többi tantárgyból is könnyen és jól megfelelt az elvárásoknak. Ezek a gyerekek képességeiknek és otthoni háttérüknek köszönhetően szinte bármit meg tudnak tanulni – ami persze nem mond ellent annak, hogy a tananyag alapos megreformálása számukra is előnyös volna.

Az elmúlt évtizedekben sokat változott a társadalmi környezet is. A fiatalok számára megnyílt lehetőségek (számítógépes játékok és kommunikáció, televíziózás, nagyvárosokban a folyamatosan bővülő programajánlat) egyre nehezebbé teszi a kötelező iskolai órákon túlmutató foglalkozások (szakkörök, sportkörök, kirándulások) szervezését. Szűkül azoknak a diákoknak a köre, akik a kötelező feladatok teljesítésén kívül is hajlandók jelentős energiát fordítani a tanulásra.

A konzervativizmus a fizika tananyagban is jól megfigyelhető. A hivatkozott tanulmányok többsége negatívumként említi a modern fizika alulreprezentáltságát a tananyagban. A relativitáselmélet, a félvezetők fizikája, a káosz fogalma nem, vagy csak alig szerepel, de a tananyag peremére szorúlnak olyan, a hétköznapi életben és a globális problémák megértésében alapvető jelenségek és fogalmak is, mint a hősugárzás, az áramlások és az entrópia.

A korszerűtlenség azonban nem csak azt jelenti, hogy a tanulók keveset tanulnak a XX. századi fizikából. A klasszikus fizika tárgyalásmódja sem sokat változott az elmúlt évszázadban. Jelenleg a középiskolai és az egyetemi alapozó fizikaoktatásban (és nagyrészt a tehetséggondozásban is) szinte kizárólag a fizika lineáris összefüggésekkel többé-kevésbé jól leírható területei szerepelnek. A rendelkezésre álló matematikai apparátus (lineáris és másodfokú egyenletek megoldása, elemi trigonometria) határozza meg a tárgyalható fizikai problémákat. A zárt alakban, elemi szinten nem megoldható jelenségek kimaradnak, vagy olyan durva elhanyagolásokkal kerülnek tárgyalásra, amelyek épp a probléma lényegét, érdekességét fedik el.

Jó példa erre az az általános gyakorlat, hogy a feladatokban legtöbbször nem különböztetik meg az izzólámpák hideg és meleg ellenállását, azaz – kimond-

va vagy kimondatlanul – elhanyagolják az izzószál ellenállásának hőfokfüggését. Ez azért „hasznos”, mert így az áram és a feszültség között lineárisra válik a kapcsolat, használható az Ohm-törvény, és a feladatokat könnyű megoldani. Az izzószál üzemi (meleg) ellenállása azonban *egy nagyságrenddel* nagyobb, mint a kikapcsolt, hideg állapotban mért ellenállás. Ennek elhanyagolása a jelenség lényegét (és érdekességét) hagyja figyelmen kívül.

2004-ben, az új kétszintű érettségi bevezetését megelőző évben a 11. évfolyamon megíratott hivatalos fizika próbaérettségi emeltszintű feladatsorában is szerepel – sok más vitatható vagy rossz feladat mellett – egy ilyen feladat. (A feladatsort „Próbaérettségi: elégtelen” címen a Fizikai Szemlében elemeztem [12].)

„Sorba kötünk egy 110 V-os feszültségre méretezett, 50 W fogyasztású és egy 220 V, 200 W felirátú izzót a 220 V-os hálózati feszültségen. Hogyan fognak világítani a névleges teljesítményükhöz képest?”

A hivatalos megoldás szerint a két izzó ellenállása – az üzemi feszültségből és a névleges teljesítményből kiszámolva – megegyezik, így mindkét izzóra azonos feszültség esik. Az egyedül elfogadható „helyes válasz: *A 110 V-os izzó a megadott teljesítménnyel működik („rendesen világít”). A másik kisebb teljesítménnyel működik, halványabban világít.*”

A valóban helyes megoldás viszont így szól: A két izzó üzemi (meleg) ellenállása megegyezik. Ha mindkettő üzemi hőmérsékletű lenne, akkor mindkettőre 110 V feszültség esne. De a 220 V-os izzó 110 V feszültség hatására jóval hidegebb, mint az üzemi feszültségen, ezért ellenállása is jóval kisebb lesz. Akkor viszont kisebb feszültség esik erre az izzóra, és nagyobb a 110 V-osra. Így a 220 V-os izzó még hidegebb, még kisebb ellenállású lesz, a 110 V-os pedig túlmelegszik, ellenállása tovább nő. A feszültségarány tovább romlik. Így a 110 V-os izzó biztosan kiég, és persze ezután egyik izzó sem fog világítani.

A feladat szövegében nem is szerepel, hogy a megoldó hanyagolja el az ellenállás változását – ezt kimondatlanul is feltételezik. Sajnos a tanulók többsége is így tesz, és a hivatalos megoldást adja. Az a diák, aki gondolkodik, figyelembe veszi az ellenállás hőfokfüggését, és helyesen válaszol, az (a meleg ellenállások meghatározásáért) legfeljebb részpontoszámot kaphat.

Hasonló példák sokaságát lehetne kigyűjteni különböző feladatgyűjteményekből. A feladatokban – függetlenül a valóságtól – minden lineáris. A megoldhatóság, „kiszámolhatóság” érdekében például a léghellenállást azokban az esetekben is elhanyagolják, ahol nyilvánvalóan nem lehetne (például nagy magasságból, nagy sebességgel leeső testeknél). Kedvenc – kitalált, képtelen, de mégis tipikus – példám: *„Egy ejtőernyős 2345 m magasról ugrik le. Mennyi idő alatt ér földet? (A léghellenállást hanyagoljuk el!)”* Amikor elmesélem tanítványaimnak, kis gondolkodás után rájönnek a feladat képtelenségére (és morbiditására) – de kicsit más szöveggel valószínűleg sok hasonló feladatot oldanak meg hibásan.

Pedig az izzólámpa nemlineáris áram-feszültség karakterisztikáját („anti-Ohm-törvény”), vagy a gumi nemlineáris nyúlási görbét („anti-Hook-törvény”) könnyű kimérni és grafikusán ábrázolni. A nemlineáris jelenségek bemutatása fon-

tos és érdekes következtetések levonására ad lehetőséget. Az izzólámpa karakterisztikájából grafikus elemzéssel meghatározható a hőmérsékleti sugárzás hőmérsékletfüggésének hatványkitevője. A gumiszál szokatlan nyúlási görbáját a gumi molekuláris felépítésével lehet megmagyarázni.

A nemlineáris egyenletek grafikusán, zsebszámológép vagy egyszerű számítógépes programok segítségével könnyen megoldhatók. Így lehetőség nyílik egy sor nemlineáris probléma alapfokú, de mégis kvantitatív tárgyalására. Ezáltal a középiskolai fizika tananyag nemcsak életszerűbb, hanem érdekesebb is lehet.

A tantárgy helyzetét elemző tanulmányok a tananyag korszerűsítése mellett leginkább az „életszerű” fizika és a kísérletek fontosságát hangsúlyozzák.

A természettudományok népszerűsítésére világszerte sok interaktív tudományos játszóházat hoztak létre. A világvárosok hatalmas tudományos múzeumai helyett itt egy ötvenezer lakosú kanadai kisváros tudományos központját emelem ki, amelyik nekem az eddig látott hasonló intézmények közül a legjobban tetszett. Sudbury poros bányász- és kohászvárosból vált modern tudományos és technológiai központtá. A város közelében található a világ legnagyobb nikkellelőhelye, amit egy meteor becsapódása hozott létre. A fizikusok leginkább az egyik bánya mélyén kialakított neutrínódetektoráról ismerhetik. A szép természeti környezetbe beillesztett Science North [13] a város élő központja, ahová nemcsak iskolai csoportok, hanem gyerekes családok is járnak. Az épületben rengeteg interaktív tudományos és műszaki játék (amikor 1997-ben ott jártam, éppen mars-járókat lehetett építeni, és egy terepasztalon kipróbálni), kiállítások, 3D mozi, állatsimogató található. Természetesen téma a (múzeum alagsorában is látható) földtani múlt és a neutrínófizika is. De az intézmény támogatja a gyerekek önálló tudományos tapasztalatszerzését is: a természetben talált érdekes leleteket (ásványok, növények, stb.), a hozzájuk írt ismertetéssel (megtalálás helye, a lelet meghatározása) le lehet adni a központban, ahol ezért olyan játékpénzt kapnak a gyűjtők, amivel mások által behozott kincsek közül vásárolhatnak.

A fizikát népszerűsítő külföldi kezdeményezések közül még egy sikeres rendezvényt mutatok be. A freestyle-physics [14] egy évente 1300 diákot megmozgató népszerűsítő fizikaverseny a németországi Észak-Rajna-Vesztfália tartományban. A verseny nagyszabású döntőjén – tudományos előadások és laborlátogatások mellett – a csapatok bemutatják hihetetlen mennyiségű otthoni és iskolai munkával elkészített eszközeiket. A vízrakéták, hőlégballonok, tengeralattjárók és papírhidak mellett a legizgalmasabb szerkezet a „láncreakció” (Kettenreaktion), ahol a versenyzőknek 1 m^3 térfogatba a lehető legtöbb, egymást láncreakció-szerűen kiváltó kölcsönhatást kellett beépíteniük. A diákok fantáziája nem ismert határokat: mechanikai, elektromágneses, termodinamikai, optikai és kémiai kölcsönhatások, reakciók sokaságát sikerült egy-egy kockába bezsúfolniuk.

A hazai kezdeményezések közül mindenképp ki kell emelni a budapesti Csodák Palotáját [15]. Fejlesztése – és további tudományos játszóházak létrehozása más városokban – fontos eszköze lehetne a tudományok széleskörű hazai népszerűsítésének.

sítésének. A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizika Intézetében 2005-ben, a Fizika Éve nyitórendezvényén szerveztünk középiskolásoknak népszerűsítő előadást kísérleti bemutatókkal [16]. Az intézetben szervezett tehetséggondozó mérési szakkörrel a későbbiekben lesz részletesebben szó. Az Eötvös Loránd Tudományegyetemen „Az atomoktól a csillagokig” címen neves oktatók és kutatók részvételével szerveznek fizikát népszerűsítő előadásorozatot [17].

Az iskolai kísérletezés pozitív hatását a fizika-attitűdre minden felmérés megerősíti. A legtöbb iskolában mégis egyre kevesebb demonstrációs kísérletet látnak a diákok, tanulói kísérletre, mérésre pedig még ritkábban kerül sor. Az okok közül a gyengén felszerelt szertárakat, a csökkenő óraszám miatti időhiányt, a kísérletek összeállításának munkaigényességét (és ennek a munkának a csekély anyagi megbecsülését), valamint a felvételi és az érettségi elméleti jellegét lehet kiemelni. Az utóbbi a szóbeli érettségi bevezetésével megváltozott, de az érettségien szereplő kísérletek begyakorlása általában csak az érettségire készülőkre, és csak a 12. évfolyamra korlátozódik.

A tanulmányok azt is igazolják, hogy a *tanulók által végzett* kísérletek különösen hasznosak. Ennek megvalósítása persze még nehezebb, hiszen a mérési eszközöket több példányban kell beszerezni, összeállítani. Egy tanulói mérés ráadásul nagyon időigényes, hiszen a tanulókat nemcsak a mérés elvégzésére, hanem az adatok kiértékelésére, a mérési hibák megbecsülésére és a mérési jegyzőkönyv elkészítésére is fel kell készíteni. Ezért az önálló tanulói munka – ha van egyáltalán ilyen – legtöbbször csak a jelenségek kvalitatív megfigyelésére szorítkozik. Pedig a kvantitatív fizikai mérés a jelenségek sokkal mélyebb, árnyaltabb megismerését teszi lehetővé, mint a sokszor túlzottan leegyszerűsített elméleti modellezés vagy a számítógépes szimuláció.

Néhány egyszerű mérést azonban a leggyengébben felszerelt iskolákban is el lehet végezteni. A már említett gumi nyúlási görbéjének vizsgálatához csak egy darab nadrággumi, papír mérőszalag és egyforma súlyok kellenek. Egyenáramú alapmérésekhez egy-két ezer forintért lehet barkácsboltokban digitális multimétereket kapni. (A taneszköz-gyártók által kínált műszerek két nagyságrenddel drágábbak.) Ezen kívül csak néhány banándugós vezeték, krokodilcsipeszek, elemek, izzók szükségesek. A kisebb-nagyobb mérési hibával mért adatok ábrázolása, az így kapott grafikonok kiértékelése (például grafikus egyenesillesztéssel) pedagógiai szempontból sokkal hasznosabb, mint a tankönyvekben található kiszámolt (és nem valóban kimért), tökéletes adatsorok elemzése.

Hosszabb mérésekre és kísérletekre délutáni szakköri foglalkozásokon, többnapos rendezvényeken van lehetőség. Szakköri foglalkozásokon egy-egy lelkes tanár vezetésével egészen komoly berendezések készülnek. Számomra az egyik legemlékezetesebb példa egy ceglédi szakkör munkája, amelyről az 1994-ben Debrecenben megrendezett Középiskolai Fizikatanári Ankéton hallottam előadást. Tűri László szakkörén gondos és látványos mérésekkel Galilei kísérletét ellenőrizték: valóban egyforma gyorsan esik-e le egy vasból és egy fából készült, azonos méretű

golyó? A válasz – a légellenállás miatt – természetesen nem. A kis időkülönbséggel becsapódó golyók fényképezéséhez a szakkörön hang hatására villanó vakut készítettek. Az eszközzel „mellékesen” gyönyörű képeket készítettek a tanulók különböző gyors jelenségekről (vízcsepp becsapódása, izzólámpa összetörése, vízzel teli lufi kilyukadása). [18]

Összetett, érdekes fizikai jelenségek vizsgálhatók egészen egyszerű, olcsó hétköznapi alapanyagokból összeállított mérőeszközökkel – akár a szabadban is. A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok (KöMaL) legjobb megoldói számára nyári táborokat szervez. Kihhasználva a nyár adta lehetőségeket akár fürdés közben a tóban is lehet érdekes méréseket végezni. A 2002-es táborról a lapban fényképes beszámoló olvasható [19]. Az Árpád Gimnáziumban 1998 óta szervezünk a speciális matematika és természettudományi tagozatos osztályok tanulójának erdei iskolákat [20]. Az erdei iskolákban meghatározó szerepet kap a fizika, elsősorban a fizikai mérések. (Ezt a munkámat a 3. fejezet utolsó részében ismertetem.)

A mérési feladatok nagyobb munkaigénye és magasabb költsége miatt a tanulmányi versenyeken általában csak a döntőben szerepelnek mérések, és így csak kevés diák vesz részt rajtuk. A mérési versenyekre való felkészülés sok iskolában nem megoldott. Ebben is próbál segítséget nyújtani a már említett tehetséggondozó mérési szakkör a BME Fizikai Intézetében, ahol korábbi évek mérési versenyfeladatait végezhetik el tanári irányítással az érdeklődő tanulók [21]. (Részletesen erről is a 3. fejezetben.)

Nagyon fontos kezdeményezés a KöMaL mérési pontversenye [22], ahol havonta egy-egy otthon is elvégezhető mérési feladatot tűznek ki. A megoldóknak meg kell tervezniük a mérési elrendezést, el kell végezniük a méréseket, és jegyzőkönyvet kell készíteniük. A legjobb, legérdekesebb megoldások megjelennek a lapban. A mérési feladatok – a KöMaL elméleti feladataihoz hasonlóan – a diákokat önálló tanulásra (még nem tanult tananyag önálló elsajátítására, szakirodalom olvasására) és önálló munkára, gondolkodásra készítetik. A tanulásnak ez a módja sokkal hatékonyabb, az így megszerzett tudás sokkal értékesebb, mint az ismeretek passzív befogadása.

3 Tudományos eredmények

Hogyan lehet megmutatni, hogy a fizika *izgalmas*? Miután az előző fejezet végén áttekintettem néhány hazai és külföldi kezdeményezést, ebben a fejezetben saját munkámat, legfontosabb eredményeimet ismertetem.

Munkám középpontjában a fizika új és érdekes, az iskolai és egyetemi alapozó oktatásban nem, vagy csak alig tárgyalt területeit bemutató mérések állnak. A klasszikus jelenségek vizsgálata is izgalmassá válik, ha a mérés játékos eszközökkel, csúcstechnológiát alkalmazó berendezésekkel vagy izgalmas körülmények között történik. A mérések alapszinten is elvégezhető kiértékelését számítógépes programok és modellezések segítik.

Tudományos eredményeimet négy nagy részre osztva mutatom be:

- A 3.1 részben a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem fizikus hallgatói laboratóriumában végzett fejlesztéseket ismertetem – részletesen kitérve három új mérésre. *Mindhárom mérés, a hozzá kapcsolódó jegyzetfejezetekkel, segédletekkel együtt saját önálló munkám.*
- A 3.2 rész különböző fizikaversenyekre készített mérési versenyfeladatokról szól – egy olimpiai válogatásra szánt nehéz feladat és egy játékos OKTV feladat elemzésével. *A méréseket részben önállóan, részben munkatársaimmal készítettem. A részletesen elemzett két feladat kitalálásában és megvalósításában meghatározó volt a szerepem.*
- A 3.3 részben a versenyekre készült mérések felhasználási lehetőségeivel foglalkozom, az iskolai workshoppal és a tehetséggondozó mérési szakkörrel. *A workshop az Árpád Gimnáziumban saját, önálló kezdeményezésem. A tehetséggondozó szakkört a BME Fizikai Intézetében Vannay László szervezte, munkáját közel tíz éve irányítom.*
- A 3.4 rész témája: fizika az erdei iskolában. *Az első erdei iskolát az Árpád Gimnáziumban két kollégámmal szerveztem. Az erdei iskolai fizika program önálló munkám.*

3.1 Új mérések a mérnök-fizikus laboratóriumban

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen a mérnök-fizikus (2006-tól fizika BSc) hallgatók az első évfolyam második félévétől kezdve négy féléven át végeznek fizikai méréseket heti 3, majd 4 órában. A fizikai laboratóriumi gyakorlatoknak meghatározó szerepe van a fizikai szemlélet kialakításában, ezért a méréseket folyamatosan fejlesztjük, korszerűsítjük, illetve új méréseket is készítünk. Az első két félév gyakorlatai, ahol a fizika különböző területeiről válogatott alapozó méréseket végeznek a hallgatók, teljes egészében a Kísérleti Fizika tanszék hallgatói laboratóriumában folynak. A harmadik és negyedik félévben már más tanszékeken, illetve kutatóintézetekben is vannak gyakorlatok.

Az első méréseket a mérnöki karoknak tartott gyakorlatokból „örökölték” a fizikusok. Ezeknek a feladatoknak egy részét ma is használjuk, de a mérések műszerezettség, a gyakorlatok körülményei, a hallgatókkal szembeni elvárások jelentősen változtak. Az összes mérés leírását korszerűsítettük, digitalizáltuk és az interneten is hozzáférhetővé tettük [23]. Az interneten való elérhetőség azért is fontos, mert a jegyzet 2000-es kiadása óta új mérések készültek, és a meglévő mérések is részben átalakultak.

A jegyzet anyagát így könnyebben használhatják a hallgatók a mérési jegyzőkönyv elkészítéséhez is. Korábban a jegyzőkönyvet a mérés végén, rövid idő alatt, kézírással kellett elkészíteni. Körülbelül tíz éve viszont a mérőpárok egy hét alatt, otthon, számítógéppel készítik el a jegyzőkönyvet. Az áttéréssel nemcsak a forma változott jelentősen, hanem a tartalmi követelmények is sokkal magasabbak lettek. A jegyzőkönyveknek a rövid, egyoldalas elméleti bevezetőn kívül tartalmaznia kell a mért adatokat (a mérési hibával együtt) táblázat vagy grafikon formájában, az adatfeldolgozás lépéseit (képletekkel, függvényillesztésekkel), a részletes hibaszámítást és az eredmények értékelését. Az ilyen igényes jegyzőkönyvek elkészítésével – amire a hallgatók alkalmanként akár egy egész napot is rászánnak – a későbbi tudományos publikációk írására lehet felkészülni. A jegyzőkönyveket (a mérések előtt íratott zárthelyikkel együtt) egy héten belül kijavítjuk, ezzel lehetőséget adva az esetleges hibák megbeszélésére és a további mérésekhez a tanulságok levonására.

A régi mérések egy részét jelentősen átalakítottuk. Sok mérésnél számítógépes adatgyűjtést vezettünk be (más méréseknél viszont tudatosan meghagytuk az egyszerű kézi méréseket, hiszen ezeket is fontos gyakorolni). Ahhoz, hogy a bonyolultabb műszerezettségű méréseket is sikeresen elvégezhessék a hallgatók, az első gyakorlat előtt előadást tartunk a jegyzőkönyv készítéséről, a hibaszámítás alapjairól, a laboratóriumban használt legfontosabb műszerekről és egy adatfeldolgozást segítő számítógépes programról (Origin). Azokat a méréseket, amelyek sem módszerükben, sem tartalmukban nem voltak érdekesek, illetve amelyekkel az elégtelen berendezés miatt csak alig értékelhető adatokat lehetett nyerni, kihagytuk.

A kieső mérések helyére, a fizika újabb területeinek bemutatására, új mérési eljárások megismertetésére, és a laboratóriumi gyakorlatok érdekesebbé, izgalmasabbá tétele érdekében teljesen új méréseket készítettünk. Az utolsóként felsorolt szempont volt talán a legfontosabb, hiszen a hallgatók motiválása, érdeklődésük felkeltése jelentősen javíthatja a foglalkozások hatékonyságát. Ugyanazt a mérési eljárást meg lehet ismertetni egy érdektelen, de egy izgalmas méréssel is. Azt is fontosnak tartottuk, hogy az első-másodéves hallgatók, ha csak egy 3-4 órás mérés során is, de találkozzanak a fizika új, érdekes problémáival, amelyekről a középiskolában nem hallhattak, egyetemi tanulmányaikban pedig csak később tanulnak.

A *fénysebesség* méréséhez egy kész berendezést vásároltunk [24]. Az eszköz egy elektronikai „trükk” (egy 60 MHz-es és egy 59,9 MHz-es jel keverésével létrehozott „időnyújtás” [25]) révén egy aránylag egyszerű oszcilloszkópon is lehetővé teszi 10^{-10} s nagyságrendű időkülönbségek mérését, és ezzel a fény sebességének közvetlen meghatározását levegőben, vízben és műanyagban.

A *számítógépes mérésben* a hallgatók megismerkedhetnek egy számítógépes adatgyűjtő rendszerrel (Vernier LabPro), és gyakorolhatják az adatok feldolgozását. A mérés során RC körök időállandóit mérik, és különböző hangokat (hangvilla, síp) analizálnak [26]

A „*Sztatikus mágneses tér vizsgálata*” mérésben a hallgatók egy Helmholtz-tekercs mágneses terét térképezik fel magnetorezisztív érzékelők (a mérés első változatában Hall-szonda) segítségével. Az érzékelők helyzetét ellenálláshuzalon csúszó érintkezők mérik. A mágneses érzékelők és a csúszóérintkezők jelét is számítógép gyűjti. A mért adatokból elkészíthető a kettős tekercs erővonalképe, illetve ellenőrizhető az Ampère-féle gerjesztési törvény [27].

A „*Folyadékkristályok vizsgálata*” mérés a 2003-as tajvani Nemzetközi Fizikai Diákolimpia mérési feladata volt [28], [29]. Az olimpián csapatvezetőként vettem részt, és a verseny után elhozhattuk a mérési eszköz egy példányát. A mérésben a polarizált fény vizsgálatával, és a folyadékkristályos kijelzőkhöz használt két különböző típusú folyadékkristályos cella elektro-optikai tulajdonságaival lehet megismerkedni. A méréshez az elméleti alapokat összefoglaló és a mérési feladatokat ismertető jegyzetfejezetet írtam [30].

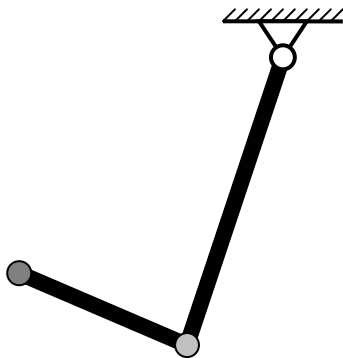
Az 1999-ben vásárolt *V-scope* (vektorszóp) háromdimenziós nyomkövető eszközzel két új mérést is készítettem (ezen kívül két korábbi méréshez is használjuk). Az egyik, a *csatolt ingák vizsgálata*, önmagában is látványos és érdekes, de egyben arra is szolgál, hogy a hallgatók megismerkedjenek a mérőeszközzel. A másik, a legnagyobb visszhangot kiváltó új mérés, a *kaotikus kettős inga* vizsgálata *V-scope*-pal. A méréseket a 3.1.1 részben mutatom be.

A legújabb mérésben a *granulált anyagok* meglepő viselkedését tanulmányozzák a hallgatók. Ezt a mérést a 3.1.2 részben ismertetem.

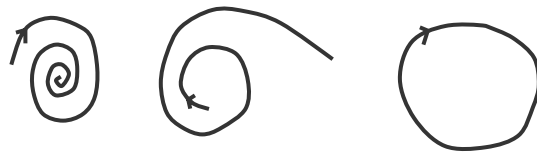
3.1.1 Kaotikus kettős inga vizsgálata

Kettős ingát úgy készíthetünk, hogy egy fizikai inga végéhez csuklóval egy másik fizikai ingát erősítünk (1. ábra). A kettős inga az egyik legegyszerűbb mechanikai rendszer, ami kaotikusan viselkedik. A kaotikus rendszer viselkedése hosszútávon megjósolhatatlan. Ennek oka a kezdőfeltételekre való rendkívüli érzékenység: ha a rendszert a legcsekélyebb mértékben különböző kezdeti feltételekkel hagyjuk magára, akkor véges időn belül teljesen eltérően fog viselkedni. Ugyanakkor *pontosan* ugyanazt a kezdőállapotot soha nem tudjuk megvalósítani. („Gyakorlati” okokból sem: apró környezeti hatások és az eszközeink tökéletlensége miatt, de a Heisenberg-féle határozatlansági reláció miatt „elvileg” sem.)

Mikor lehet egy rendszer kaotikus? Ha a rendszernek legalább három független paramétere van, és a rendszert leíró egyenletek nemlineáris tagot is tartalmaznak. Ez utóbbi feltétel szinte minden valóságos rendszerre teljesül. A kettős ingánál a nehézségi erő forgatónyomatéka a szögelfordulás nemlineáris függvénye. A legalább három szabad paraméter azért szükséges, mert ekkor a fázistérben kialakulhat olyan trajektória, amely nem tart sem egy véges ponthoz, sem a végtelenbe, és ugyanakkor soha nem záródik. Két dimenzióban ez nem lehetséges, mint ahogy az a 2. ábrán látható. A kettős inga megfelel ennek a feltételnek is: négy szabad paramétere van (például a két kar szöghelyzete és szögsebessége), melyek számát konzervatív esetben (ha a súrlódások és egyéb veszteségek elhanyagolhatóak) az energiamegmaradás eggyel csökkenti.



1. ábra: Kettős inga



2. ábra: Két dimenzióban lehetséges trajektóriák

A kaotikus kettős inga mozgása nagyon látványos, ezért gyakran bemutatják. Mérés nélkül is jól látszik, hogy a megismételt, a lehető legpontosabban ugyanonnan elindított mozgások is jelentősen különböznek.

A kettős inga kaotikus viselkedését számítógépen is lehet szimulálni. Az interneten rengeteg ilyen program található (és a hallgatók is nagyon szép programokat készítettek a mérési feladathoz lazán kapcsolódó szorgalmi feladatként).

Természetesen – szemben a valósággal – a számítógép tökéletesen meg tudja ismételni a korábbi futást. Itt a kezdőállapotok kis különbségét (vagy a mozgást zavaró kis zajokat) és a súrlódásból, légellenállásból adódó csillapodást mesterségesen kell beépíteni a programba. A szimuláció érdekes és hasznos kiegészítése lehet a mérésnek, de valódi mérés nélkül akár szemléletromboló is lehet, hiszen a számítógépen bármit be lehet programozni, függetlenül a valóságtól.

A kaotikus viselkedés vizsgálatához és megértéséhez fontos a kvantitatív mérés! Valódi mérésről a szimulációkról szólóknál sokkal kevesebb cikk számol be. Az ingakarok szögelfordulását lehet mérni a csapágyakba beépített potenciométer segítségével [31], vagy a mozgás stroboszkópikus fényképezésével [32]. Iskolai vagy egyetemi, tanterv szerint, rendszeresen végzett mérésről – az itt ismertetetten kívül – nincs tudomásom.

„A káosz egyszerű rendszerek bonyolult időbeli viselkedése. (...) E jelenség és szokatlan tulajdonságai iránt komoly tudományos és társadalmi érdeklődés figyelhető meg. A kaotikus rendszerek mozgása komplex, de megérthető: meglepetésekkel szolgál, és vizsgálóját a felfedezés örömeivel ajándékozza meg.”

Ezeket a sorokat Tél Tamás és Gruiz Márton *Kaotikus dinamika* című tankönyvének [33] bevezetőjéből idézem. A szerzők az idézett könyvvel és más írásaikkal is (például [34]) azt bizonyítják, hogy a káoszt lehet és érdemes tanítani alaposabb elméleti fizikai tudással még nem rendelkező tanulóknak és hallgatóknak is.

Ezt igazolja a „Kaotikus kettős inga vizsgálata V-scope-pal” mérési feladat sikere is. A magasról, elegendően nagy kezdeti energiával elindított kettős inga alsó „kis karja” teljesen váratlanul és megjósolhatatlan irányban többször is körbefordulhat. Ennek látványa mindig magával ragadja a hallgatókat (még engem is, pedig hetedik éve, heti három alkalommal vezetem ezt a mérést). Az első látvány *meglepetése* után pedig a mozgás kvantitatív mérése és elemzése (a mérési hibán belül teljesen egyformán induló mozgások hirtelen és teljes szétválása) valóban a *felfedezés öröme*t adja.

A V-scope mérőrendszer

A V-scope [35] térben mozgó testek mozgását követi nyomon: a kísérletben részt vevő testek háromdimenziós koordinátáit méri és rögzíti az idő függvényében. A V-scope mérőrendszer három *torony*ből, a vizsgált testekre rögzített *gombocskák*ból és egy *mikroszámítógépből* áll. A mért adatokat a *V-scope for windows* szoftver jeleníti meg egy számítógépen [36].

A mikroszámítógép parancsára a tornyok egy rövid, kódolt infravörös jelet bocsátanak ki, amely aktiválja a megfelelő gombocskát. Az aktivált gombocskára rövid ultrahang impulzussal válaszol, amit mindhárom torony érzékel. A tornyok mérik az ultrahang jel beérkezési idejét: a mikroszámítógép az infravörös jel kibocsátása és az ultrahang beérkezése közti időből a hang terjedési sebességének ismeretében meghatározza a gombocskák távolságát az egyes tornyoktól. (A tornyokban

hőmérő van elhelyezve, így a környezeti hőmérsékletnek megfelelő hangsebességgel lehet számolni.) A három, egymáshoz képest ismert helyzetű toronytól mért távolságból a mikroszámítógép háromszögeléssel határozza meg a gombocska térbeli koordinátáit, amit azonnal továbbküld a számítógépnek.

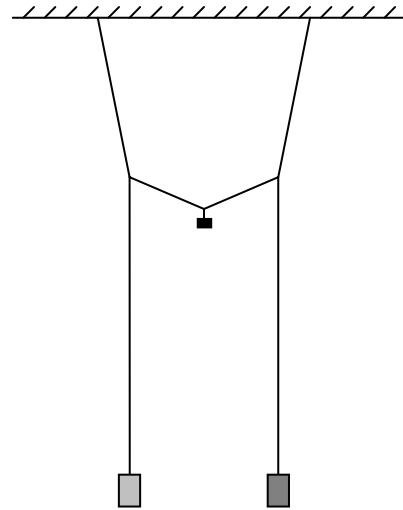
A nyomkövetés a test koordinátáinak adott időközönkénti meghatározását jelenti (beállítástól függően akár másodpercenként 200-szor). Több test egyidejű nyomon követéséhez több gombocska kell: ilyenkor az infravörös jel előtagjában lévő kód egyszerre csak egy gombocskát aktivál, és a különböző színű gombocskákat felváltva méri a rendszer.

A mért adatok megjelenítésére a szoftver sok lehetőséget kínál: a testek koordinátáit és az ezekből származtatott más mennyiségeket (sebesség, gyorsulás, impulzus, periódusidő, amplitúdó, stb.) különböző grafikonokon lehet ábrázolni, digitális mérőműszerre emlékeztető kijelzőkre lehet kiírni, vagy táblázatba lehet rendezni. A pálya kirajzolása közben a sebesség és gyorsulásvektorok is megjeleníthetők, az elmentett mérések később lassítva is visszajátszhatók, ezáltal a rendszer nagyon jól használható a középiskolai oktatásban is [37].

A kilencvenes években Magyarországon elég sok iskola és egyetemi tanszék vásárolt V-scope-ot. A BME Kísérleti Fizika Tanszéken 1999-ben vettük az első készüléket, jelenleg a zavartalan oktatás érdekében már két példányunk van. Sajnos az eszköz gyártása megszűnt (már csak a legyártott készülékeket forgalmazzák), az eszközt bemutató honlap (részletes ismertetéssel, ingyen letölthető szoftverrel) már nem elérhető.

Ismerkedés a V-scope-pal: csatolt ingák mérése

A hallgatók a V-scope-pal már a kaotikus kettősinga vizsgálata előtt, egy másik mérésben megismerkednek: csatolt ingák mozgását tanulmányozzák. Két egyforma fonalinga laza összekapcsolásával *Oberbeck-féle* kettős ingát hozhatunk létre (3. ábra). A csatolást az összekötő fonálra akasztott kis test súlya biztosítja. A tornyok az ingák alatt, a földön elhelyezve, felfelé „nézik” az ingák aljára rögzített gombocskákat. Ennek az elrendezésnek az az előnye, hogy az ingák mozgása két dimenzióban, nemcsak a csatolással párhuzamos, hanem a csatolásra merőleges irányban is mérhető. (A Szege-di Tudományegyetem hallgatói mérésében [38] szintén V-scope-pal vizsgálnak csatolt ingákat, de ott csak egy tornyot használnak, és így csak a csatolással párhuzamos mozgásokat mérik.)



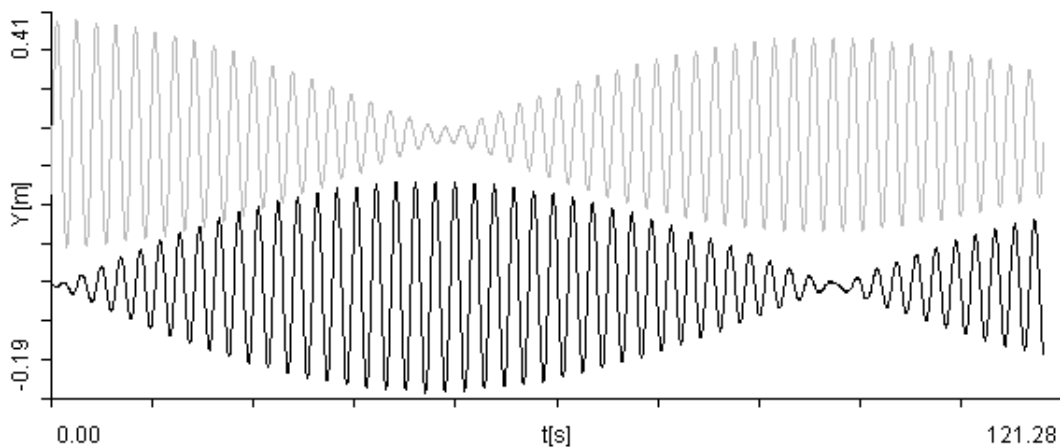
3. ábra: Oberbeck-féle csatolt ingák

A méréshez jegyzetfejezetet írtam [39], amelyben a V-scope működésének és használatának részletes ismertetése mellett megtalálhatók a csatolt ingák mozgásegyenletei és a mozgásegyenletek megoldásai is.

A hallgatók először a csatolatlan inga, majd a csatolatlan kúpinga mozgását mérik (periódusidő, amplitúdó, excentricitás). Ezt követi a csatolt ingák vizsgálata, különböző csatoló tömegekkel, a csatolással párhuzamos és a csatolásra merőleges irányban. A mozgást az egyik test kitérítésével indítják el: ekkor az ingák kitérésének időfüggvénye a mozgásegyenletekből könnyen levezethetően

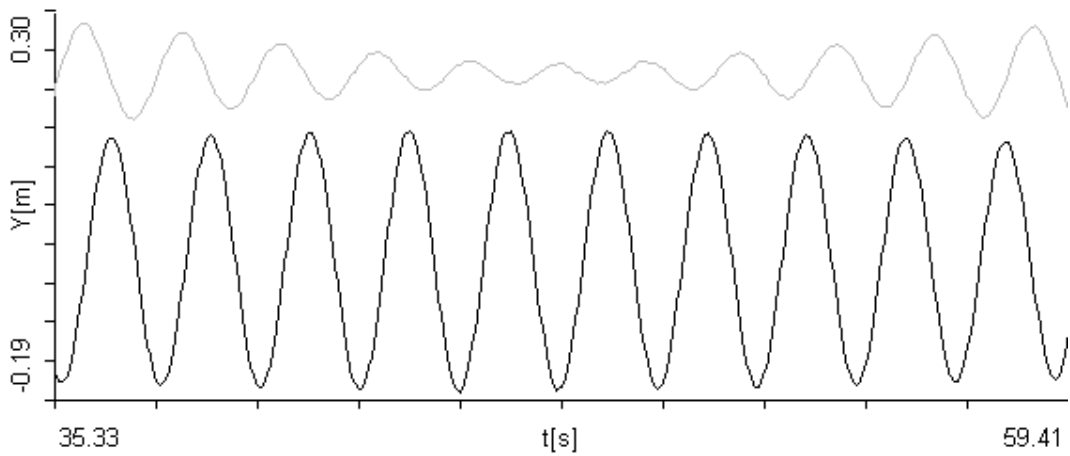
$$y_1(t) = A \cos \omega_L t \cdot \cos \omega t, \quad y_2(t) = A \sin \omega_L t \cdot \sin \omega t$$

alakban írható fel, ahol gyenge csatolás esetén $\omega_L \ll \omega$, azaz az egyes ingák amplitúdója lassan változik, lebegés alakul ki (4. ábra).



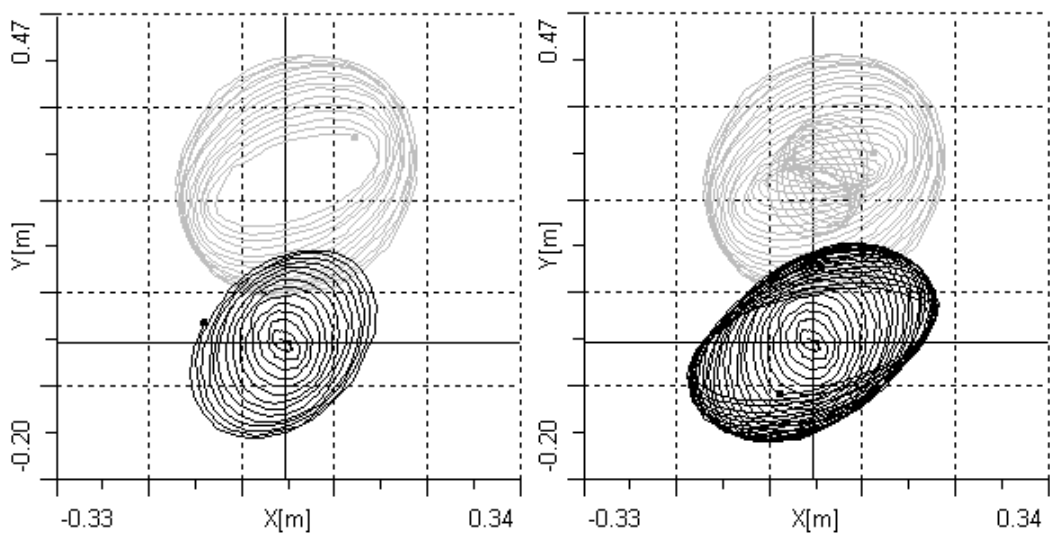
4. ábra: Csotolt ingák kitérés-idő grafikonja (V-scope grafikon)

A mérési feladat az ingák $T = 2\pi/\omega$ és a lebegés $T_L = 2\pi/\omega_L$ periódusidejének leolvasása, és ezekből a csatolási tényező meghatározása a csatoló tömeg (és a mozgás irányának) függvényében. A lebegés periódusidejének pontosabb meghatározását segíti és nagyon érdekes is, ha kinagyítjuk a grafikonnak azt a részét, ahol az egyik inga szinte megáll (5. ábra). A grafikon bal oldalán a sárga gombocsk (felső, szürke vonal) amplitúdója csökken: ez az inga ad át energiát a másik ingának (kék gombocsk, alsó, fekete vonal). A grafikon közepén a sárga gombocsk majdnem teljesen megáll, majd megfordul az energiaátadás iránya, és az amplitúdója újra növekedni kezd. Jól látható, hogy az elmélettel összhangban mindig az az inga késik 90° -kal a másikhoz képest, amelyik éppen energiát kap. Ezért a grafikon közepén, amikor az energiaátadás irányt vált, a két inga éppen ellentétes fázisban mozog, miközben a sárga gombocsk fázisa eltolódik 180° -kal. A fázis vizsgálatával sokkal pontosabban meghatározható ez az időpont (a lebegési periódusidő negyede), mint a lassan változó amplitúdók alapján.



5. ábra: Fázisviszonyok a csatolt ingák között (V-scope grafikon)

A mérési gyakorlat utolsó feladata a csatolt kúpingák vizsgálata. A 6. ábrán ugyanannak a mozgásnak két különböző pillanata látható. Kezdetben az ábrán felül látszó ingát (sárga gombocska, szürke vonal) kúpingaként indítottuk el, míg a másik inga állt. Az x - és y -irányú csatolási állandók különbözősége miatt a körpályák ellipszisszalakúvá válnak. (A bal oldali grafikonon jól látszik, hogy a csatolással párhuzamos y irányban sokkal gyorsabban csökken a sárga gombocska amplitúdója.) Ráadásul a csatolás kismértékben módosítja (növeli) az ingák lengésidejét is: a csatolási állandók különbözősége miatt az x - és y -irányú periódusidők is eltérnek egymástól (ellentétben a csatolatlan kúpingával), ezért az x - és y -irányú mozgás relatív fázisának folyamatos változása miatt az ellipszisek lassan el is fordulnak.



6. ábra: Csatolt kúpingák pályája (V-scope grafikon)

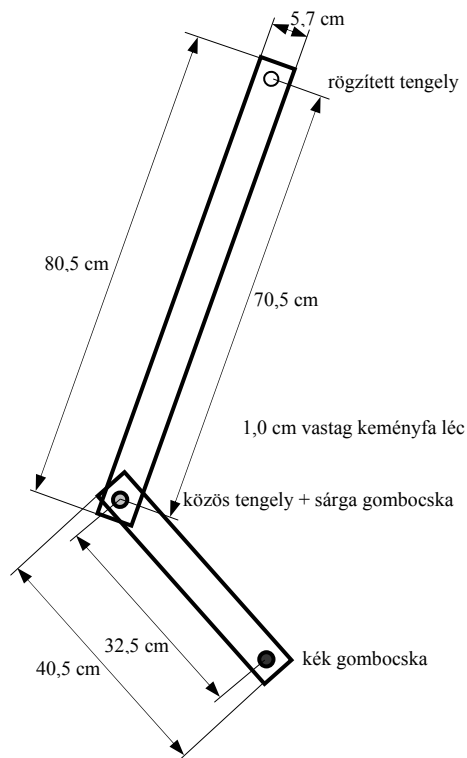
A kaotikus kettős inga mérése

A méréshez használt kettős inga képe a 7. ábrán, méretei a 8. ábrán láthatóak. A keményfából készült kettős inga rögzített csapágya egy stabil öntöttvas állványra van felszerelve. A gombocskák a két ingakart összekapcsoló csapágynál (a nagy kar végén, sárga gombocska) és az alsó, kis kar végpontjában (kék gombocska) vannak. A koordináta-rendszer origóját a mérés elején a hallgatók a V-scope for windows szoftver segítségével a rögzített tengelyhez állítják be. A tornyok, a mikroszámítógép és a számítógép a kettős ingától kb. 3 méter távolságra, egy asztalon vannak felállítva (9. ábra), úgy, hogy a tornyok síkja az inga mozgásának síkjával párhuzamos legyen. A mérési gyakorlat során 7 különböző (egyre nagyobb kezdeti energiájú) helyzetből kell elindítani a kettős ingát, minden helyzetből egymás után négyszer – amilyen pontosan csak lehet, ugyanonnan. A V-scope 30 ms időközönként a két gombocska (azaz a két kar végpontjának) koordinátáit rögzíti az idő függvényében.

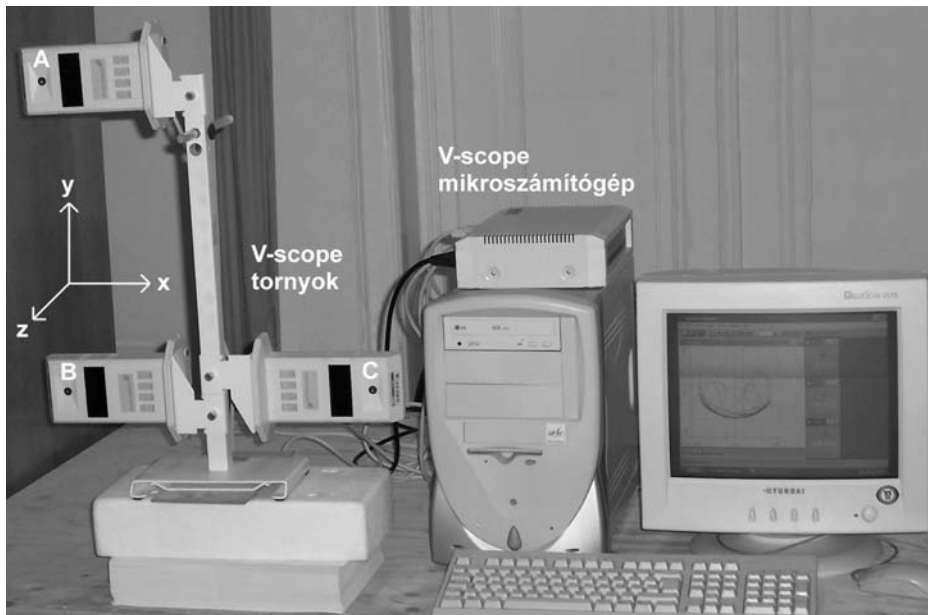
A méréshez jegyzetfejezetet írtam [40], amelyben a káosz fogalmának rövid ismertetése mellett megtalálhatók a mérési feladatok és az adatfeldolgozás legfontosabb lépései is.



7. ábra: A mérésen használt kettős inga



8. ábra: A kettős inga méretei

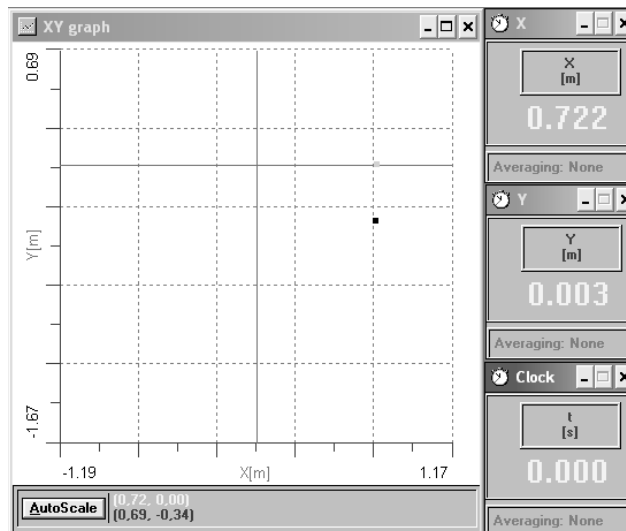


9. ábra: A V-scope toronyok és a mikroszámítógép

Az indítási helyzetek a minél pontosabb megismételhetőség érdekében a lehető legegyszerűbbek: a nagy kar függőlegessel bezárt szögét változtatják a hallgatók, a kis kar pedig szabadon lóg. A 10. ábrán az egyik indítási helyzet látható (a nagy kar vízszintes). Az indítási helyzet beállítása is a V-scope segítségével történik: a 11. ábrán látható a számítógép képernyője az indítás pillanatában. A grafikon melletti „műszereken” a (nagy kar végére szerelt) sárga gombocska koordinátái (és az idő) láthatók – a kezdeti helyzetet ezek segítségével lehet beállítani.



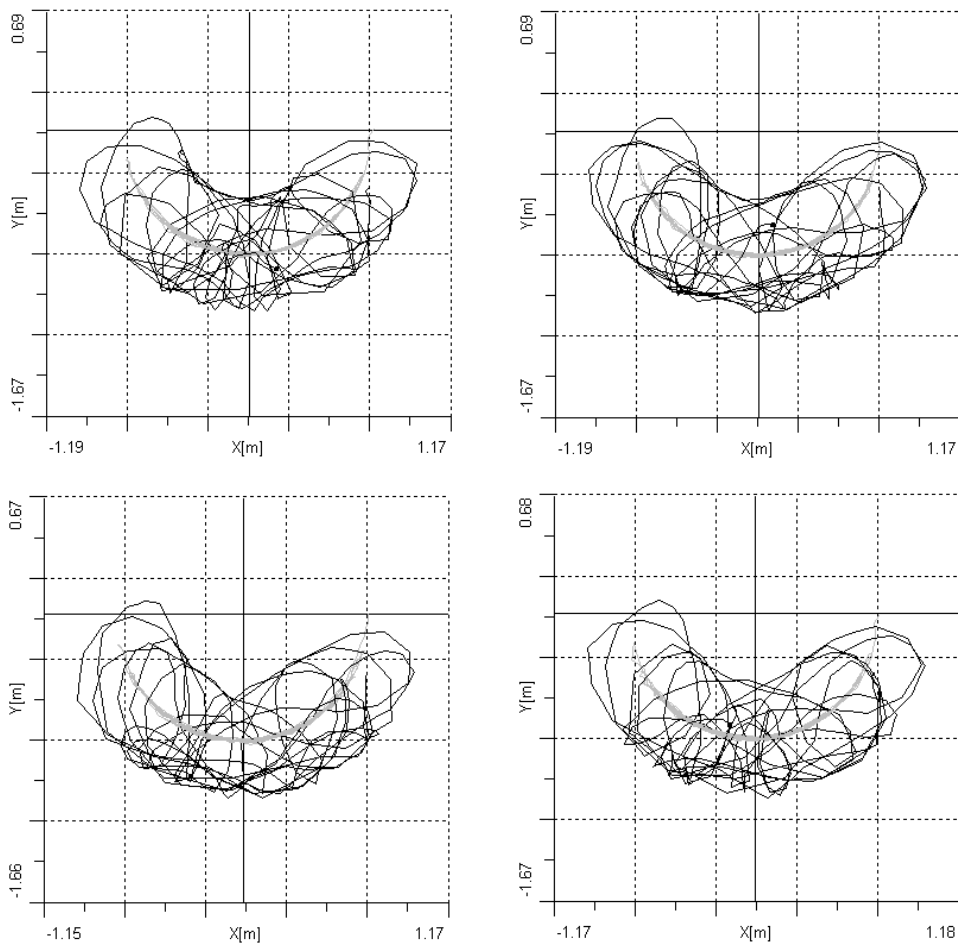
10. ábra: 90°-os indítási helyzet



11. ábra: Az indítási helyzet beállítása

A V-scope az egész mozgást (a kezdőpont beállítását és a vizsgált kaotikus mozgást is) rögzíti, ezért a mérés után, a további adatfeldolgozás előtt a szabad mozgás előtti részt le kell vágni. Ahhoz, hogy a mozgás kaotikus jellege jól megfigyelhető legyen (a mozgások hibahatáron belül egyformán indulnak, majd hirtelen szétválnak) nemcsak térben kell a lehető legpontosabban ugyanonnan elindítani a rendszert, hanem az is fontos, hogy a $t = 0$ pillanat minél pontosabban megegyezzen a mozgás kezdőpillanatával. Erre kiválóan alkalmas a V-scope for windows szoftver: a mozgás a mérési periódussal megegyező 30 ms-os lépésenként visszajátszható, így a szabad mozgás kezdete is ilyen pontossággal meghatározható. Ezután az indítás előtti rész a szoftver „trim” parancsával levágható.

A 12. ábrán négy, hibahatáron belül azonos helyzetből (a nagy kar vízszintes, 10. ábra) indított mozgás első 15-15 másodpercének grafikonja látható. A kicsit halványabb, félkör alakú vonal értelemeszerűen a nagy kar végének (sárga gombocská), míg a sötétebb, szabálytalan vonal a többször körbeforduló kis kar végpontjának (kék gombocská) a nyoma.



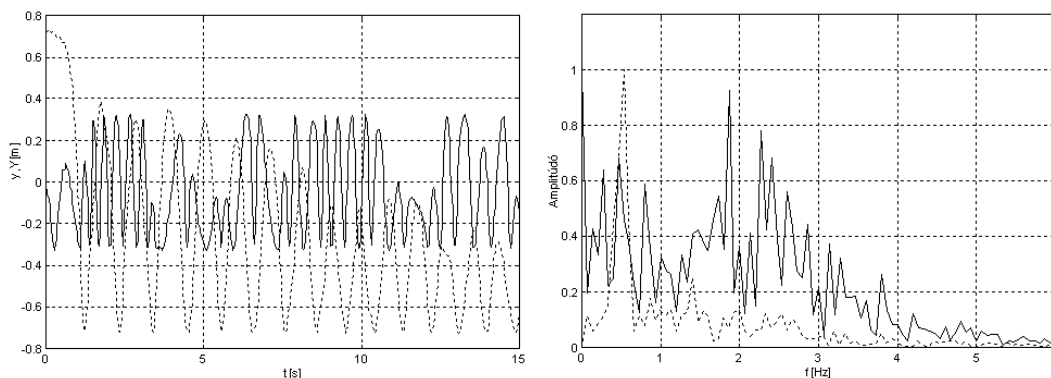
12. ábra: Négy hibahatáron belül azonos helyről indított mozgás (V-scope grafikon)

A grafikonok közötti különbség első ránézésre is szembeötlő, a kvantitatív elemzéshez azonban további adatfeldolgozásra van szükség.

A mérési adatok feldolgozása

A kaotikus mozgás mélyebb dinamikai vizsgálatához (például a Ljapunov-exponens meghatározásához) a másodéves hallgatók még nem rendelkeznek elegendő elméleti ismerettel. Olyan elemzésre van szükség, amely nem túl bonyolult, mégis megmutatja a mozgás kaotikus jellegét.

A mérési feladat készítésekor több lehetőség is felmerült: A 13. ábrán a szaggatott vonal a nagy kar végpontjának függőleges kitérését, a folytonos vonal pedig a kis kar végpontjának a közös tengelyhez viszonyított relatív kitérését ábrázolja az idő függvényében. A 14. ábrán ennek a két kitérés-idő függvénynek a Fourier-transzformáltja látható: a két fő frekvencia ($\sim 0,5$ Hz a nagy kar és ~ 2 Hz a kis kar esetében) durván megegyezik a karok sajátfrekvenciáival. Ezek a grafikonok is mutatják a mozgás szabálytalan jellegét, de a görbék a megismételt mérések esetében hasonló jellegűek, és így nem alkalmasak a kezdeti feltételekre érzékeny mozgás szemléltetésére. A választás végül a karok elfordulás-idő grafikonjaira esett, amelyekből – különösen a kis kar grafikonjaiból – a mozgás megjósolhatatlan, megismételhetetlen jellege azonnal látható.



13. ábra: Függőleges kitérés az idő függvényében 14. ábra: A függvények Fourier-transzformáltja

A V-scope for windows szoftver egyszerre csak egy mérés grafikonjait tudja ábrázolni, így a négy-négy hibahatáron belül azonos helyről indított mozgás összehasonlítására nem alkalmas. Ezért a V-scope-pal mért adatokat más programok által is használhatóvá kell tenni. Sajnos a szoftver által kínált adatexportálási lehetőség ilyen nagy adatállományok esetében nem működik (a program „lefagy”). Szerencsére a szoftver .vsw és .ves kiterjesztésű fájllai elég könnyen megfejthető formátumban tárolják az adatokat, így azok egy egyszerű pascal programmal könnyen .txt formátumúvá alakíthatók, melyekben a sárga és kék gombocská x , y (és z) koordinátái, valamint az időadatok szerepelnek.

A hallgatóknak ezekből az adatokból (x_s, y_s, x_k, y_k, t) kell mindkét karra szögelfordulás-idő grafikonokat készíteniük. A feladat a nagy kar esetében egyszerű: a nagy kar a mérés során soha nem fordul át, így forgásszöge a kar végpontjának koordinátaiból (sárga gombocska) a megfelelő szögfüggvények segítségével közvetlenül adódik. A koordinátarendszer origója a rögzített tengely.)

A kis kar esetében a forgásszög meghatározását több körülmény is nehezíti. A két gombocskát, a kis kar két végpontjának koordinátáit a V-scope nem egyszerre, hanem felváltva méri. A forgásszög pontosabb meghatározásához a lassabban mozgó vég (a közös tengely, sárga gombocska) koordinátáit (x'_s, y'_s) a kék gombocska mérésének időpontjában interpolációval kell meghatározni:

$$x'_{s,n} = \frac{x_{s,n} + x_{s,n+1}}{2}, \quad y'_{s,n} = \frac{y_{s,n} + y_{s,n+1}}{2}.$$

Ezután már meghatározhatók a kis kar végpontjának a közös tengelyre vonatkoztatott relatív koordinátái:

$$x_{rel} = x_k - x'_s, \quad y_{rel} = y_k - y'_s.$$

A másik nehézség az, hogy a kis kar többször is körbefordulhat a mozgás során, így a forgásszög nem határozható meg közvetlenül a relatív koordinátákból, az átfordulásokat megfelelően kezelni kell. A hallgatók szabadon választhatják meg a számítás módját és a szükséges eszközöket: a feladat tetszőleges programmal megoldható. Itt két lehetséges megoldást mutatok be:

1. A forgásszög meghatározása a szögsebesség numerikus integrálásával

Az $\vec{l}_n = (x_{rel,n}, y_{rel,n})$ vektor írja le a kis kar pillanatnyi helyzetét. Írjuk fel az \vec{l}_n és \vec{l}_{n+1} vektorok vektoriális szorzatát kétféleképpen:

$$\vec{l}_n \times \vec{l}_{n+1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_{rel,n} & y_{rel,n} & 0 \\ x_{rel,n+1} & y_{rel,n+1} & 0 \end{vmatrix} = (x_{rel,n}y_{rel,n+1} - x_{rel,n+1}y_{rel,n})\vec{k} \text{ és}$$

$$\vec{l}_n \times \vec{l}_{n+1} = l_n \cdot l_{n+1} \cdot \sin(\omega \Delta t) \cdot \vec{k} \approx l^2 \omega \Delta t \vec{k}, \text{ ahol } l \text{ a kis kar hossza és } \omega \Delta t \ll 1.$$

A két eredmény összevetéséből a kis kar előjeles szögsebessége

$$\omega = \frac{x_{rel,n}y_{rel,n+1} - x_{rel,n+1}y_{rel,n}}{l^2 \cdot \Delta t},$$

amiből a forgásszög numerikus integrálással egyszerűen megkapható. A számolás sok különböző programmal (pl. Pascal, C++, Excel, Origin) elvégezhető.

II. A forgásszög meghatározása az átfordulások számolásával

Először a megfelelő szögfüggvények segítségével meghatározzuk a forgásszög $-\pi$ és π közötti értékét a relatív koordinátákból. Az átfordulásoknál az így kiszámolt forgásszög ugrik, majdnem $\pm 2\pi$ -vel változik. Erről az átfordulások könnyen felismerhetők. Számoljuk az átfordulások előjeles számát (k), majd a forgásszöget $k \cdot 2\pi$ -vel korrigáljuk.

A számolás és az ábrázolás ebben az esetben is sokféle programmal megvalósítható. A 15. ábrán egy Excel táblázat részletét mutatom be. Az Excel előnye, hogy gyakorlatilag minden számítógépen megtalálható, közismert program. A kiszámolt adatok könnyen ábrázolhatók (16-19. ábra). Hátránya viszont, hogy nem tudományos célra készült, a függvények nehézkesek, a függvényillesztési lehetőségek erősen korlátozottak. Bonyolultabb feladatokra a hallgatóknak az Origin program használatát ajánljuk.

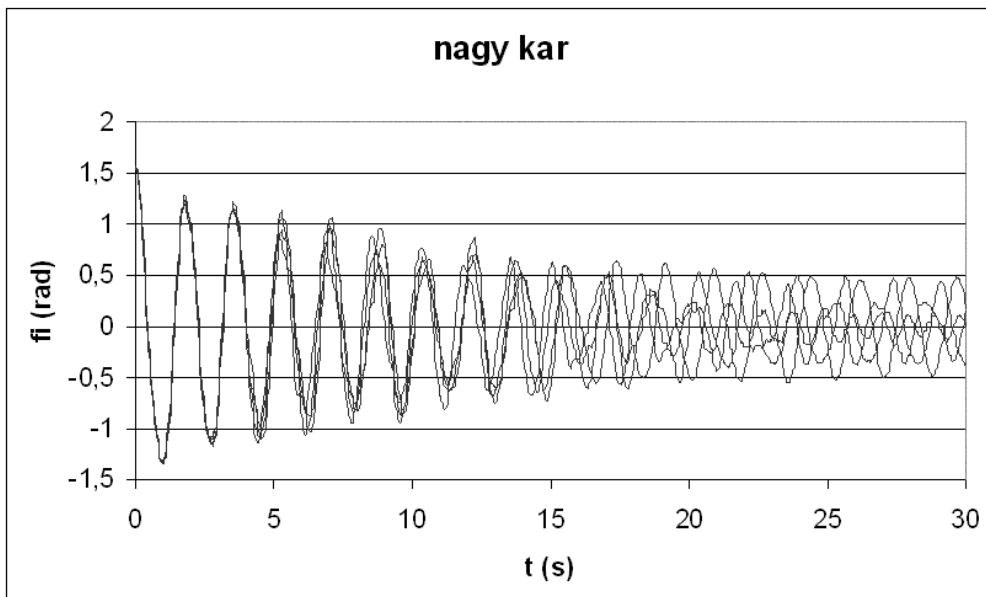
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	t	x_s	y_s	φ_s	x_k	y_k	x_s'	y_s'	x_{rel}	y_{rel}	φ_{k0}	k	φ_k
27	0,75	-0,635	-0,372	-1,041	-0,779	-0,091	-0,648	-0,3505	-0,131	0,2595	-2,674	0	-2,674
28	0,78	-0,661	-0,329	-1,109	-0,728	-0,025	-0,6695	-0,309	-0,0585	0,284	-2,938	0	-2,938
29	0,81	-0,678	-0,289	-1,168	-0,676	0,041	-0,687	-0,2685	0,011	0,3095	3,106	-1	-3,177
30	0,84	-0,696	-0,248	-1,229	-0,621	0,058	-0,697	-0,233	0,076	0,291	2,886	-1	-3,397
31	0,87	-0,698	-0,218	-1,268	-0,565	0,075	-0,699	-0,203	0,134	0,278	2,692	-1	-3,591

15. ábra: Excel táblázat a forgásszögek számolására (részlet)

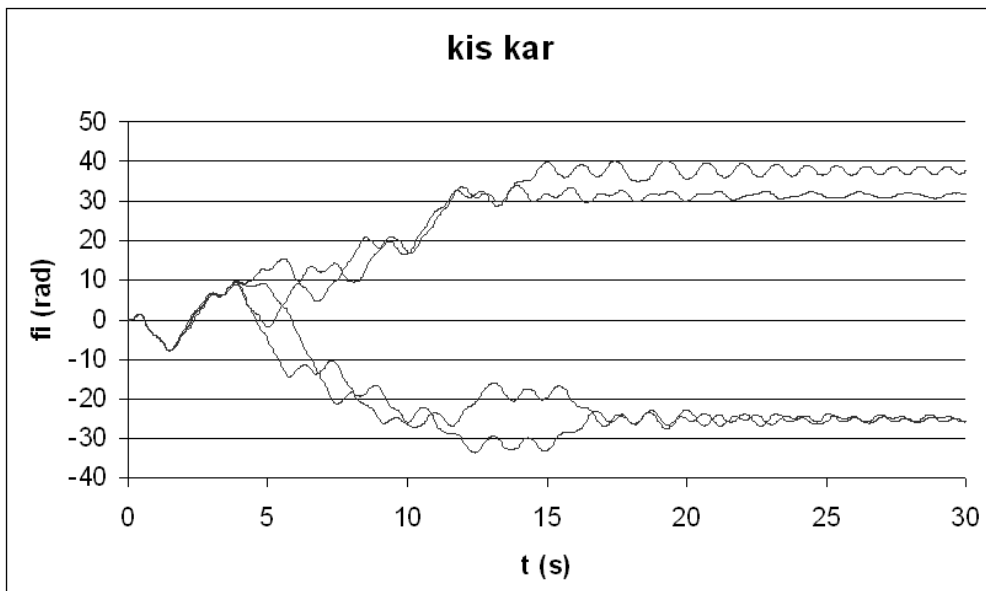
Az A, B, C, E, F oszlopokban található a bemenő adatok (t , x_s , y_s , x_k , y_k). A többi oszlop tartalma és a megfelelő Excel képletek (példaképpen a kijelölt 29. sorra vonatkozóan, ahol épp átfordul a kis kar) a következők:

- D oszlop: φ_s , a nagy kar forgásszöge
 $D29=HA(C29<>0;HA(C29<0;ARCTAN(-B29/C29);HA(B29<0;ARCTAN(-B29/C29)-PI());ARCTAN(-B29/C29)+PI()));HA(B29>0;PI()/2;-PI()/2)$
- G és H oszlop: x_s' és y_s' , a sárga gombocskára interpolált x és y koordinátája
 $G29=(B29+B30)/2$ és $H29=(C29+C30)/2$
- I és J oszlop: x_{rel} és y_{rel} , a kék gombocskára relatív x és y koordinátája
 $I29=E29-G29$ és $J29=F29-H29$
- K oszlop: φ_{k0} , a kis kar forgásszöge a $(-\pi, \pi)$ intervallumban
 $K29=HA(J29<>0;HA(J29<0;ARCTAN(-I29/J29);HA(I29<0;ARCTAN(-I29/J29)-PI());ARCTAN(-I29/J29)+PI()));HA(I29>0;PI()/2;-PI()/2)$
- L oszlop: k , a körfordulások száma (az első sorban 0 áll)
 $L29=HA((K29-K28)>PI();L28-1;HA((K28-K29)>PI();L28+1;L28))$
- M oszlop: φ_k , a kis kar forgásszöge
 $M29=K29+L29*2*PI()$

A 16. és 17. ábrán a nagy kar és a kis kar szögelfordulása látható az idő függvényében. Mindkét grafikonon látható, hogy a görbék vonalvastagságon belül ugyanúgy indulnak, de néhány másodperc után szétválnak egymástól. A kis kar elfordulását ábrázoló grafikonon különösen feltűnő a különbség: az egyes mérések végállapotai között 60-65 rad (10 teljes körbefordulás!) különbség is lehet.

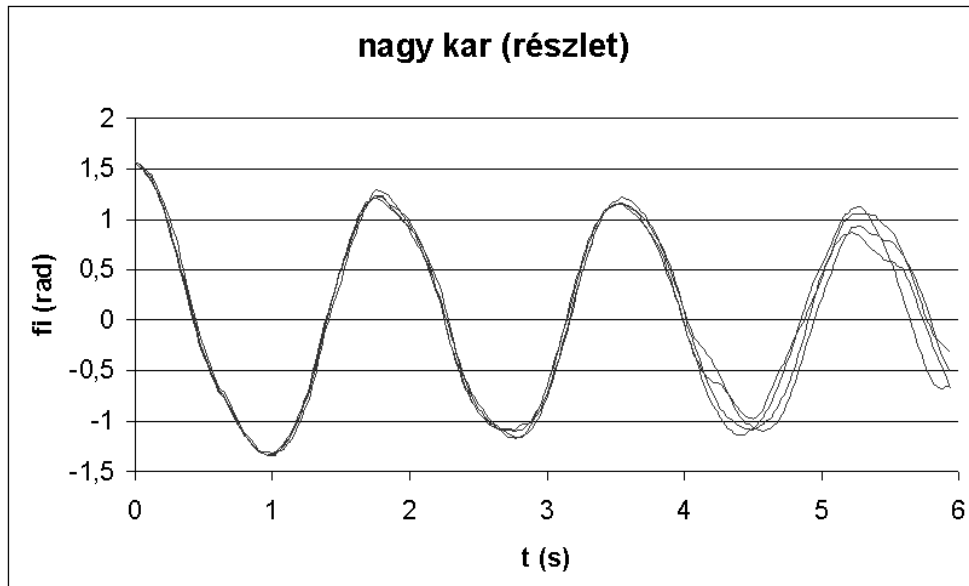


16. ábra: A nagy kar elfordulása az idő függvényében (négy mérés)

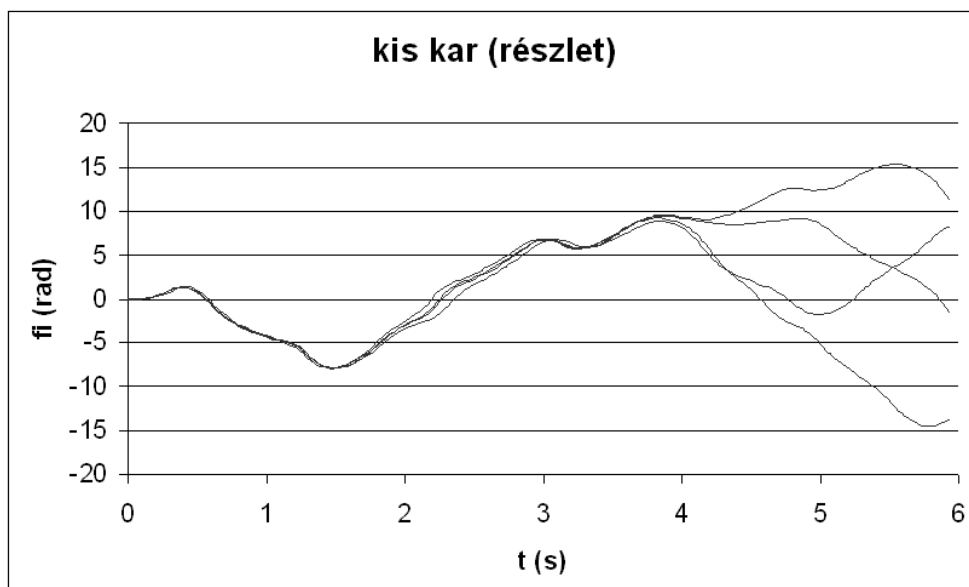


17. ábra: A kis kar elfordulása az idő függvényében (négy mérés)

A 18. és 19. ábrán az első 6 másodperc látható kinagyítva.



18. ábra: A nagy kar elfordulása az idő függvényében (nagyítás a 16. ábráról)



19. ábra: A kis kar elfordulása az idő függvényében (nagyítás a 17. ábráról)

A mérési feladat hét ilyen grafikon-pár megrajzolása és a szétválás idejének meghatározása (5° , 30° , 60° , 90° , 120° , 150° és 175° kezdő szögkitérésű mozgások esetén). Kis kezdeti energiáknál, amikor a kis kar nem tud átfordulni, a kaotikus jelleg nem, vagy csak kis mértékben figyelhető meg.

A méréshez kapcsolódó feladatok

A kettős inga mozgásegyenleteit középiskolai ismeretekkel nem könnyű meghatározni. A rendszer Lagrange-függvénye viszont aránylag egyszerűen felírható. Az l_1 és l_2 hosszúságú rudakból, valamint m_1 és m_2 hosszúságú tömegpontokból álló matematikai kettős inga esetében:

$$\begin{aligned} L = K - V &= \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_2 [l_1^2 \dot{\varphi}^2 + l_2^2 \dot{\psi}^2 + 2l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\psi} \cos(\varphi - \psi)] - \\ &- [-m_1 g l_1 \cos \varphi - m_2 g (l_1 \cos \varphi + l_2 \cos \psi)] = \\ &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{\psi}^2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\psi} \cos(\varphi - \psi) + (m_1 + m_2) g l_1 \cos \varphi + m_2 g l_2 \cos \psi, \end{aligned}$$

ahol φ az l_1 , ψ pedig az l_2 hosszúságú rúd függőlegessel bezárt szöge. (A fizikai kettős inga Lagrange-függvénye se sokkal bonyolultabb.) A Lagrange-függvényből már könnyen megkaphatók a mozgásegyenletek.

A mérést végző másodéves hallgatók ugyanebben a félévben kezdenek el elméleti mechanikát tanulni. Ez az első olyan tananyag, amiről általában még a legjobbak se hallottak a gimnáziumban. Az új elméleti ismereteket érdekes kipróbálni egy valódi, kézzelfogható problémán. A mérési gyakorlatok előtt félórás zárt-helyit írnak: ezzel ellenőrizzük, hogy felkészültek-e a mérésre. A kérdések az elvégzendő feladatokra, a mérés elméleti hátterére vonatkoznak, és általában van egy a méréshez kapcsolódó hibaszámítási feladat is. Ennél a mérésnél a kettős inga Lagrange-függvényének felírása az egyik feladat.

A laboratóriumi gyakorlatokhoz lazán kapcsolódva – osztályzatjavítási lehetőségként – minden félévben kiírunk egy számítógépes szorgalmi feladatot. Ebben a félévben olyan problémákat adok fel, amelyekhez nemlineáris differenciálegyenletek numerikus megoldása szükséges. Az egyik feladat minden évben a kaotikus kettős ingához kapcsolódik. A feladat kiírásában [41] egy egyszerű példán (szabadesés légellenállással) bemutatom a módszer lényegét:

- Kezdetben $t = 0$, $v(0) = 0$, $x(0) = h$. Ebből az állapotból indulunk.
- A testre a nehézségi erő és a közegellenállás hat: $ma = -mg + kA\rho v^2/2$
- A ciklus:
 - ha ismerjük $x(t)$ és $v(t)$ értékét, a mozgásegyenlet alapján meghatározhatjuk $a(t)$ -t: $a(t) = -g + kA\rho v^2(t)/2m$
 - a gyorsulás elegendően kicsi Δt idő alatt nagyon keveset változik, ezért a test helyzetét és sebességét Δt idővel később jó közelítéssel adja meg a $v(t+\Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t$, illetve az $x(t+\Delta t) = x(t) + v(t) \cdot \Delta t + a(t) \cdot \Delta t^2/2$ összefüggés.
 - ezek ismeretében már meghatározhatjuk $a(t+\Delta t)$ értékét, és így tovább.
- Figyelnünk kell a leállási feltételre (jelen esetben: mikor lesz $x(t) \leq 0$)

A fizikai probléma matematikai modellezése (a mozgásegyenletek felírása), a programnyelv megválasztása, a megfelelő differenciálegyenletek numerikus megoldása, a számítógépes megjelenítés (adatbevitel, grafikonok, szimuláció) és a program dokumentálása a hallgató feladata. Évről évre sok szép megoldást kapok, köztük néhány formai szempontból különösen igényeset is.

A mérésről workshopot tartottunk egy a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen rendezett tudományos konferencián [42], bemutattam diákoknak szóló, fizikát népszerűsítő előadáson [43] és a tehetséggondozó mérési szakkör végén tartott kísérleti bemutatón is. Publikációm jelent meg a konferencia kiadványában [44], a Fizikai Szemlében [45] és a European Journal of Physics-ben [46].

3.1.2 Granulált anyagok vizsgálata

A granulált anyagok viselkedése a kaotikus rendszerekhez hasonlóan izgalmas. Közös vonásuk, hogy egyszerű, hétköznapi eszközökkel bemutathatók, és a jelenségek leírásához nem szükséges komolyabb matematikai vagy fizikai előképzettség. A homokkal, a granulált anyagok egyik tipikus képviselőjével mindenki találkozik gyerekkorában – homokozás közben sok tapasztalatot is szerez vele kapcsolatban. Az elmúlt évtizedekben – a számítógépek elterjedésével – a káoszhoz hasonlóan a granulált anyagok is a tudományos érdeklődés középpontjába kerültek. Meglepő, látványos viselkedésükre azonban még csak részben sikerült elméleti magyarázatot találni [47].

A granulált (szemcsés, granuláris) anyagok nagyszámú, szilárd szemcséből állnak. A természetben és az ipari gyakorlatban nagyon sok egymástól különböző anyag tartozik ebbe a csoportba a néhány mikrométeres festékpороktól a kőomlások méteres nagyságú szikladarabjaiig, a szabályos kis golyóktól a teljesen szabálytalan, szögletes formákig. Jelentősen befolyásolja a granulált anyagok viselkedését a szemcsék közti teret kitöltő anyag (levegő, víz vagy más folyadék). A száraz és a nedves homok közti különbséget mindenki ismeri: a száraz homok szinte folyadékként önthető, a nedves homokból viszont – a szemcsék közti kohézióknak köszönhetően – várat lehet építeni.

Granulált anyagok sztatikája

Ha a kohézió (száraz anyag esetében) elhanyagolható, akkor a granulált anyag egyensúlyát a gravitáción kívül kizárólag a szemcsék közti és a külső határolófelületek által kifejtett nyomó és súrlódási erők határozzák meg. A probléma azonban ennek ellenére nagyon bonyolult: nemcsak a szemcsék nagy száma és általában szabálytalan alakja, hanem a tapadási súrlódási erők következtében létrejövő befürdések, beékelődések miatt is. A nyugalomban lévő granulált anyag termodinamikai szempontból tipikus nemegyensúlyi rendszer. A lehetséges minimális ér-

téknél jóval nagyobb potenciális energiájú elrendeződések is „befagyhatnak”, hiszen az atomi méreteknél jóval nagyobb szemcsék aktiválásához szobahőmérsékleten a termikus gerjesztés nem elegendő, a külső mechanikai hatások megszűnése után a szemcsék rugalmatlan ütközései pedig hamar felemésztik a rendszer kinetikus energiáját.

A granulált anyagok sztatikájának legegyszerűbb kísérleti vizsgálata a *rézsűszög* mérése. Játszóterei tapasztalatból mindenki ismeri, hogy bár a száraz granulált anyag folyadékként önthető, ha egy nyíláson (például tölcséren) át kiöntjük az anyagot egy sík felületre, akkor – a folyadékokkal ellentétben – nem folyik szét teljesen, hanem egy többé-kevésbé szabályos kúpot alkot. A kúp alkotójának vízszintessel bezárt α szöge a rézsűszög. A szemcsék méretétől, alakjától, anyagi minőségétől, nedvességétől függő rézsűszöggel jól jellemezhető egy granulált anyag – bár a kialakuló szög függ a lejtő létrehozásának módjától is.

A rézsűszög fontos gyakorlati szempontból is: például annak meghatározásához, hogy egy adott mennyiségű szemcsés anyagot mekkora területen lehet ömlesztve tárolni. A szemcsék közti bonyolult kölcsönhatás kifejezésére szokás bevezetni a $\mu = \tan \alpha$ makroszkopikus súrlódási együtthatót, ahol α a rézsűszög. (A definíció alapja, hogy egy szemcse akkor lehet egyensúlyban egy α hajlásszögű lejtőn, ha a szemcse és a lejtő közt legalább μ a súrlódási együttható.)

A szemcsék egymás közötti és a határolófelületekkel való súrlódásának egyik érdekes, a gyakorlati életben szintén fontos következménye, hogy egy tartályba töltött granulált anyag a folyadékoktól eltérően terheli a tartály alaplajját és oldalfalát. Erre példa a következő – az iskolai feladatgyűjtemények stílusától nagyon eltérő – feladat is, amelyet az olimpiai felkészítő szakkörön szoktam feladni:

Egy r sugarú hengeres csövet h magasságig megtöltünk homokkal ($h \gg r$). A homok sűrűsége ρ . Ha a homokot vízszintes felületre kiöntjük, akkor legfeljebb α lejtésszögű dombocska keletkezik. A homok és a cső fala között μ_0 a tapadási súrlódási együttható. Legalább mekkora erővel nyomja a homok a cső alját?

A homok beöntésekor a tartály (cső) aljára ható nyomás kezdetben a folyadékok hidrosztatikai nyomásához hasonlóan növekszik. A beöntött anyag mennyiségével azonban nő az oldalfalra és a szemcsék között ható nyomás, és ezzel együtt az oldalfalon és a szemcsék közt fellépő súrlódás is növekszik. Ha egy Δh vastagságú szemcserétegre a fal nagyobb súrlódási erőt fejt ki, mint a réteg súlya, akkor a nyomás nem növekszik tovább:

$$p_{\max} \cdot 2r\pi \cdot \Delta h \cdot \mu^* = r^2 \pi \cdot \Delta h \cdot \rho \cdot g,$$

ahol μ^* a szemcsék közt fellépő $\mu = \tan \alpha$ makroszkopikus súrlódási együttható valamint a szemcsék és a fal közt ható μ_0 súrlódási együttható közül a kisebbik. (Attól függően, hogy melyik együttható kisebb, a szemcsék vagy egymáson, vagy pedig a tartály falán csúsznak meg.)

Ebből már kifejezhető a maximális nyomás és a tartály aljára ható erő:

$$p_{\max} = \frac{r\rho g}{2\mu^*} \text{ és } F = p_{\max} \cdot r^2 \pi = \frac{r^3 \pi \rho g}{2\mu^*}.$$

A beöntött anyag súlyának egy részét az oldalfal fogja megtartani, amelyre a folyadékotól eltérően nemcsak vízszintes, hanem függőleges erők is hatnak. A problémát tovább bonyolítja, hogy ha a granulált anyagot beöntés közben, vagy utólag (pl. rázással) tömörítjük, a részecskék közti és az edény falára ható nyomás ennél nagyobb is lehet, a tapadási súrlódási erők pedig nemcsak tarthatják, hanem akár lefelé is nyomhatják az anyagot – tovább növelve a nyomást. (Erre utal a feladat szövegében a „*Legalább mekkora erővel nyomja a homok a cső alját?*” kérdés is.) Az ilyen jellegű befeszülések granulált anyagok tárolására szolgáló hatalmas épületek (pl. cement- vagy gabonátároló silók) „érthetetlen” összeomlását is okozhatják.

Granulált anyagok dinamikája

A granulált anyag folyamatosan mozgásban tartható, ha a szemcsék rugalmatlan ütközése során elvesző (elsősorban hővé alakuló) energiát külső mechanikai gerjesztéssel (rázással, keveréssel, öntögetéssel, stb.) folyamatosan pótoljuk.

A granulált anyagok dinamikai leírása a sztatikai leíráshoz hasonlóan bonyolult. A jelenségek nagy részének egyelőre hiányos az elméleti magyarázata, számítógépes szimulációk pedig a részecskék nagy száma és bonyolult kölcsönhatása miatt szintén csak komoly egyszerűsítésekkel készültek.

Az egyik legmeglepőbb jelenség a különböző részecskékből álló granulált anyagok mozgásakor a szinte törvényszerűen fellépő *szegregáció*, azaz a különböző anyagú, sűrűségű, méretű, alakú, felületű részecskék spontán szétválása. Rázás, forgódobos keverés, átöntés hatására a különböző szemcsék a várakozással ellentétben nem összekeverednek, hanem térben szétválnak. Különböző rézsűszögű szemcsékből álló keverékek öntésekor a szegregáció következtében spontán rétegződés jöhet létre. Ha a keverék összetevői különböző színűek, és az anyag két átlátszó és párhuzamos lemez közé ömlik, akkor a rétegek jól megfigyelhetők. (Képek a hallgatói mérés ismertetésénél.)

A másik sokat vizsgált jelenség a granulált anyagok rázásakor fellépő *min-táztatképződés*. A rázás hatására, ha a maximális gyorsulás nagyobb, mint g , a szemcsék egymáshoz képest is mozogni kezdenek, egymással és az edény falával ütköznek, az ütközések között pedig a gravitáció és a közegellenállás által meghatározott pályán repülnek.

Egyetlen szabadeséssel függőlegesen mozgó és egy harmonikusan rezgő vízszintes lemezzel újra és újra ütköző golyó mozgásának leírása se könnyű, hiszen a kialakuló mozgás nem periodikus (a mozgás kaotikus). Nagyon nagy számú

szemcse háromdimenziós mozgása (amit kis szemcseméret esetén a közegellenállás is jelentősen befolyásol) és a gyakran szabálytalan alakú részecskék különösen bonyolult ütközései teljesen kiszámíthatatlan mozgást sejtetnek.

Ezzel szemben a tapasztalat szerint a szemcsék rezgetésekor gyakran meglepően szabályos mintázatok keletkeznek. Miközben az egyes szemcsék mozgása hosszútávon valóban teljesen megjósolhatatlan, a sokaság kollektív mozgása mégis rendezettnek tűnik. A szemcsék tulajdonságainak, a rázott granulált anyag mennyiségének, valamint a rázási frekvenciának és amplitúdónak a függvényében nagyon változatos formák jelenhetnek meg: állóhullámok, négyszöges és hatszöges mintázatok, örvénylés, „fortyogás”, dombképződés, stb.

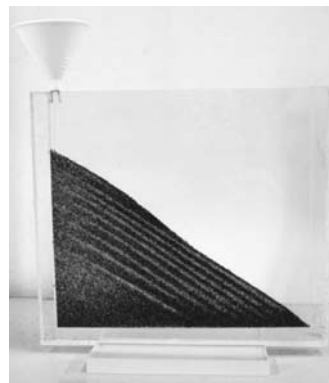
Fontos megjegyezni, hogy ezeknek a mintázatoknak semmi köze a rezgő, rugalmas lemezeken kialakuló Chladni-ábrákhoz. A Chladni-ábrák esetében a lemezre szórt por csak jelzi a lemezben kialakuló állóhullámokat. A granulált anyagok rázásakor viszont a mintázat a részecskék egymással és a (merev) rezgő felülettel való ütközései következtében alakul ki.

Egy adott tulajdonságú és rétegvastagságú granulált anyag rezgetésekor kialakuló mintázatok a rázás frekvenciájának és maximális gyorsulásának függvényében, a gyorsulás-frekvencia (a - f) fázistérben szemléltethetők. A vizsgálatot nehezíti, hogy egy adott frekvencia és gyorsulásérték esetén kialakuló mintázat függ a rendszer „előéletétől” is, azaz nem mindegy, hogy a vagy f értéke növekszik-e vagy csökken.

A granulált anyag rázásakor megfigyelhető egyik legérdekesebb jelenség az oszcillon. Az oszcillon egy hosszabb ideig stabilan megmaradó, az edény frekvenciájának felével rezgő lokalizált gerjesztés. Az oszcillon a rezgetés egy teljes periódusa alatt kúpszerű kiemelkedés, majd egy teljes perióduson keresztül kúpszerű bemélyedés. A granulált anyagokkal kapcsolatban talán leggyakrabban hivatkozott publikációban [48] nagyon szép kép látható egy bronzgolyók rázásakor kialakuló oszcillonról.

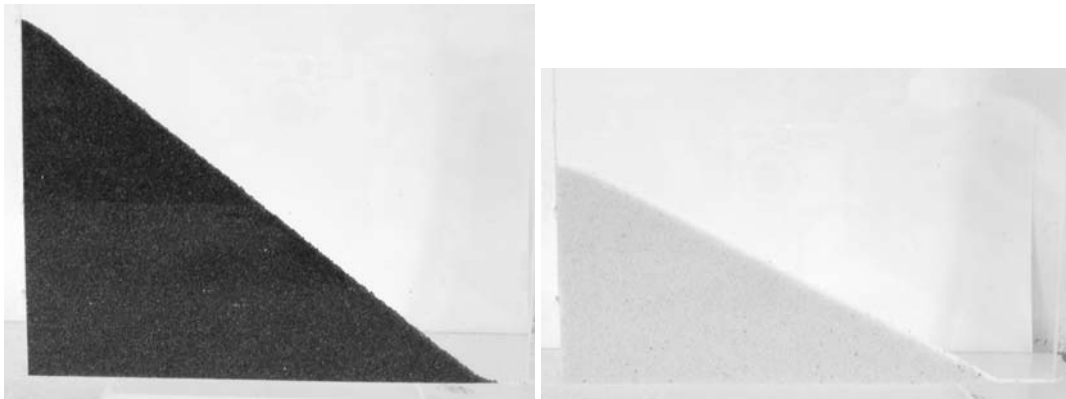
Hallgatói mérés a granulált anyagok vizsgálatára

A mérés első felében két párhuzamos plexilap közé tölcséren át különböző homogén és kevert granulált anyagokat öntenek a hallgatók (20. ábra). Bár a granulált anyagok a folyadékokhoz hasonlóan önthetőek, az edényben nem terülnek teljesen szét, hanem az anyag minőségétől (valamint a két lap távolságától, az öntés sebességétől) függő meredekségű lejtőt alkotnak. A feladat: meghatározni a rézsűszöget (a lejtő többékevésbé egyenes vonalának a vízszintessel bezárt szögét) és vizsgálni a szegregációt.



20. ábra: Rézsűszög mérése

A hallgatók négyféle anyagot (piros díszhomok, 100-200 μm -es világossárga üvegyöngy, mák, szitált játszótéri homok) vizsgálják. A 21. ábrán a durvább szemcséjű díszhomok aránylag meredek és a közel gömb alakú üvegyöngyök sokkal laposabb rézsúje látható. A baloldali ábrán jól látható a szemcsék legurulásakor kialakuló laposabb „farok”. A rézsűszög akár a kísérlet elvégzésekor, akár utólag, a mérés közben készült fényképeken a lejtő közel egyenes részére fektetett vonalzó tengelymetszeteiből könnyen meghatározható. (A digitális fényképezőgépek elterjedésének köszönhetően legtöbb hallgató hoz magával fényképezőgépet.)

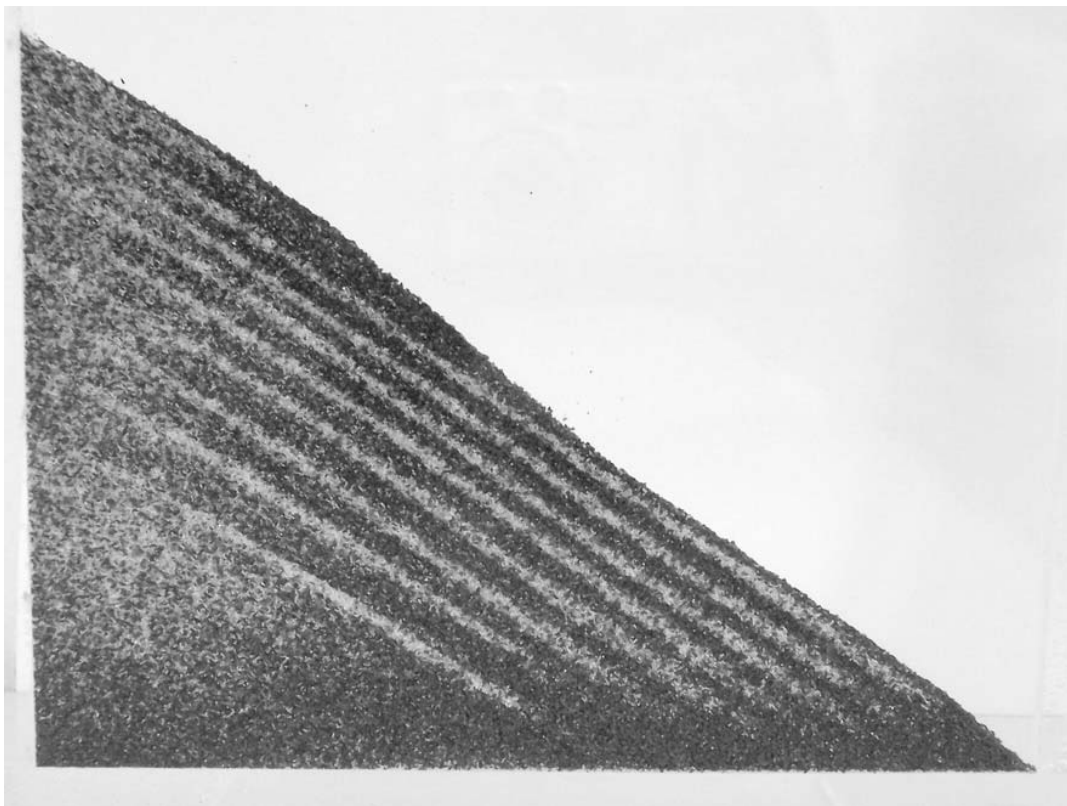


21. ábra: Díszhomok és üvegyöngy rézsúje

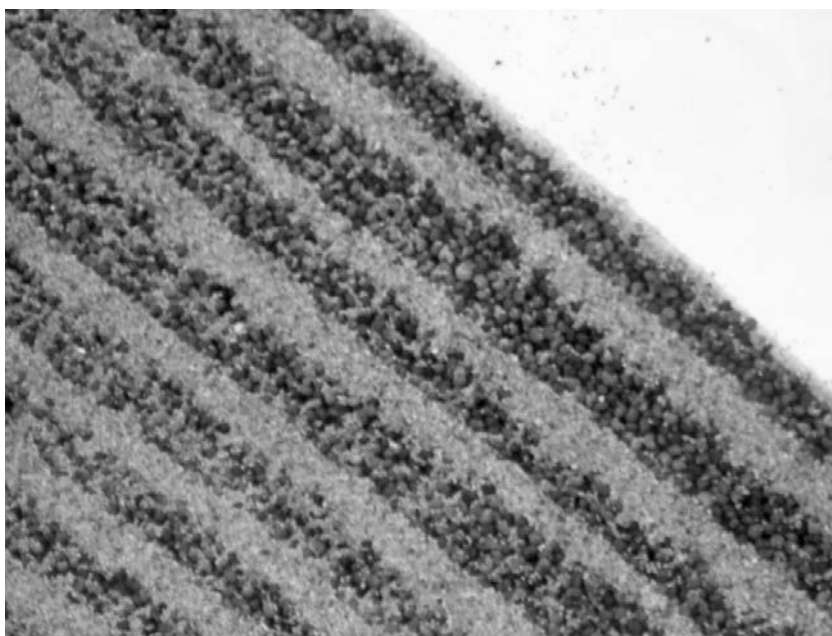
Izgalmasabb és látványosabb a keverékek viselkedése, a szegregáció vizsgálata. A mérésnek ebben a részében kétféle keveréket (piros díszhomok – sárga üvegyöngy, mák – szitált játszótéri homok) öntenek a hallgatók a plexilapok közé. Azonban már az öntés előtt furcsa jelenséggel szembesülnek: nagyon nehéz a kétféle anyagot jól összekeverni. Rázás hatására a keverék két komponense általában nem összekeveredik, hanem szétválik. Úgy-ahogy összekeverni a két komponenst csak egy kiskanállal lehet.

A keverékek beöntésekor a különböző méretű és alakú (különböző rézsűszögű) szemcsék másképp gurulnak le a lejtőn, és emiatt – nem túl gyors beöntés esetén – többé-kevésbé szabályos rétegekbe rendeződnek. A rétegződés erősen függ a beöntés sebességétől is: általában minél lassabb a beöntés, annál vastagabbak a rétegek, nagyon gyors beöntésnél pedig teljesen el is tűnnek. Éppen ezért mindkét keveréket háromszor, más-más sebességgel kell beönteni.

A rétegek úgy jönnek létre, hogy az egyik anyag lavinaszerűen legurul a másikon, a lejtő alján feltorlódik, majd alulról felépít egy réteget. A 22. ábrán a piros homok – sárga üvegyöngy keverék beöntésekor kialakuló mintázat látható. Az ábra felső részén jól látszik egy, a beöntés végén félbemaradt lavina. A 23. ábrán mák és játszótéri homok hasonlóan kialakuló, többé-kevésbé szabályos rétegei láthatók. A beöntési sebességtől is függő átlagos rétegvastagság – a rézsűszöghöz hasonlóan – akár a helyszínen, akár utólag a fényképeken egyszerűen mérhető.

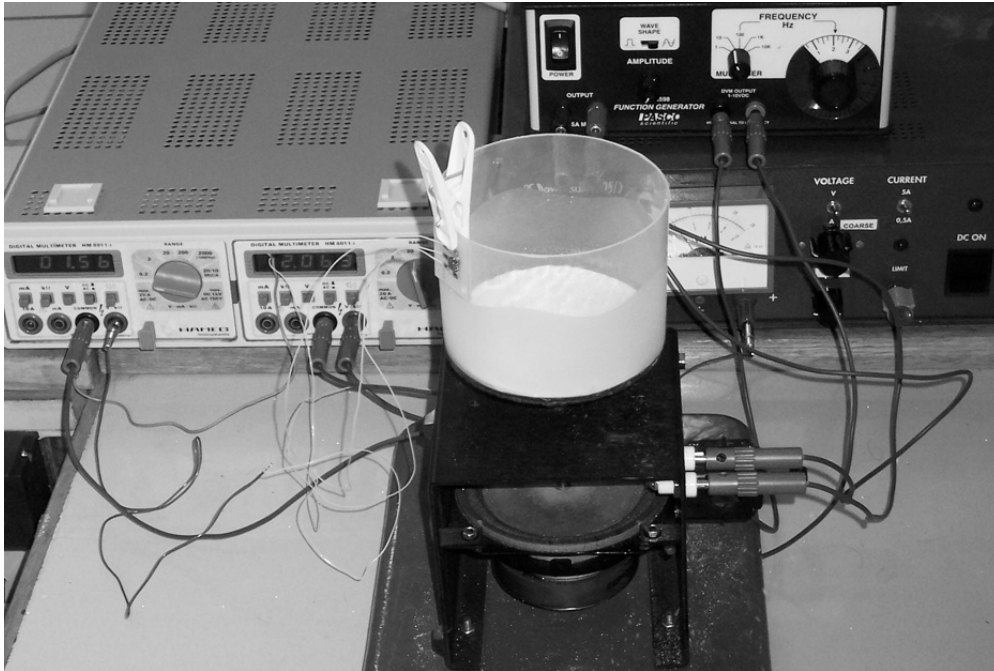


22. ábra: Díszhomok – üveggyöngy keverék szegregációja



23. ábra: Mák és homok spontán rétegződése

A mérés második részében granulált anyag rázásakor kialakuló mintázatok vizsgálata a feladat. A mérési berendezés a 24. ábrán látható: a rázó gép hengeres műanyag edényét egy hangszórómembránra hozzá függőleges irányú rezgőmozgásba. A rezgés frekvenciája és amplitúdója a hangszórómembránra kapcsolt szinuszos jeltől függ: a mintaképződés szempontjából a 10-30 Hz-es frekvenciatartomány érdekes, az amplitúdó pedig a rázó gép felépítése miatt legfeljebb 7 mm lehet.



24. ábra: Mérés elrendezés a mintázatképződés vizsgálatára

A Pasco gyártmányú hanggenerátor teljesítménye erősítés nélkül is elegendő az edény mozgatásához. A frekvencia pontosabb mérését pedig az teszi egyszerűvé, hogy az eszköz kiad egy frekvenciával arányos egyenfeszültséget, amit multiméterrel könnyen mérni lehet.

A rázóedény maximális gyorsulását meg lehetne határozni az amplitúdóból és a frekvenciából is:

$$a_{\max} = A \cdot \omega^2 = A \cdot (2\pi f)^2.$$

Az amplitúdó mérése azonban körülményes lenne, ezért célszerű a rázóedény gyorsulását egy gyorsulásérzékelő csippel közvetlenül mérni.

Ennek a megoldásnak az az előnye is megvan, hogy a hallgatók megismerkednek ezzel a hétköznapi életben széles körben használt (pl. autókban az ütközés érzékelése és a légzsákok vezérlése, korszerű mosógépekben a rázás aktív kiegyenlítése, stb.) korszerű eszközzel. Az Analog Devices által gyártott ADXL78 gyorsulásmérő csip [49] a gyorsulás hatására rugalmasan elmozduló miniatürizált alkat-

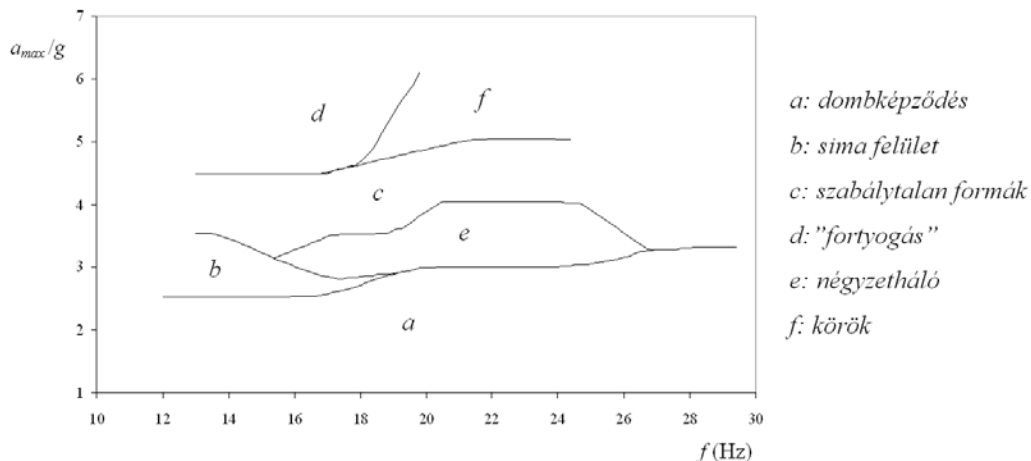
rész elmozdulását, és ezen keresztül a gyorsulást egy visszacsatolt kapacitásmérő híd segítségével méri. A miniatürizálás mértékét mutatja, hogy a teljes mechanika és az elektronika is egyetlen 5 mm x 5 mm x 2 mm-es IC-ben található. Az IC kimenetén $2,5 \text{ V} \pm a$ gyorsulással arányos feszültség jelenik meg, működéséhez 5 V tápfeszültség szükséges. Az IC-t egy hozzá készült nyomtatott áramkörtől forrasztottuk fel, amit egy csipesz segítségével lehet az edényhez rögzíteni.

Az érzékelő természetesen nem tudja megkülönböztetni a tényleges gyorsulást és a Föld gravitációs terét, ezért a nullapont g -nek megfelelő értékkel eltolódik. A méréshez egy $\pm 35g$ tartományban mérő eszközt (AD22279) használunk, ennek érzékenysége $55 \text{ mV/g} \pm 5\%$. A műszert azonban a mérés előtt egyszerűen kalibrálni is lehet: a nyugalomban lévő, függőleges irányba beállított gyorsulásmérőt 180° -kal elforgatva $\pm 2g$ -nek megfelelő értékkel változik a kimenő jel.

A rázás közben a gyorsulás értéke is 10-30 Hz frekvenciával változik, ezért a kimenő jelet a multiméter AC állásában kell mérni. A maximális gyorsulás az így mért effektív érték $\sqrt{2}$ -szöröse. A maximális gyorsulás értéke és a rezgés harmonikus jellege oszcilloszkóp segítségével is ellenőrizhető.

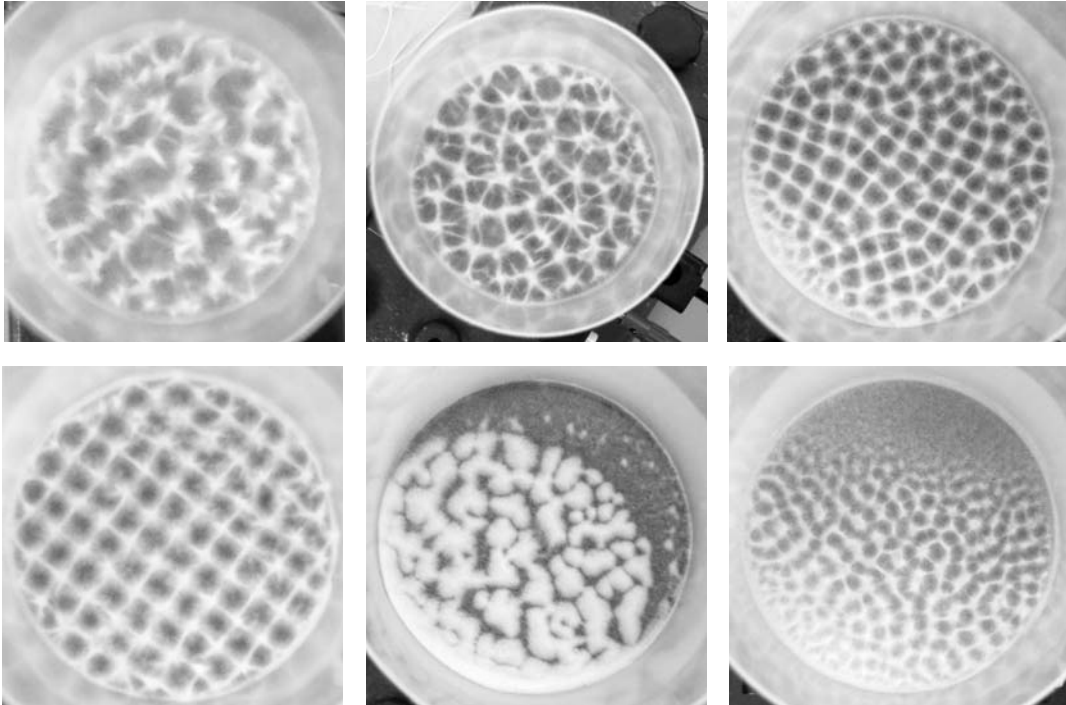
A mérési gyakorlat során $150 \mu\text{m}$ átmérőjű üvegyöngy 1 és 3 mm vastag rétegét, valamint homokot rezgetnek a hallgatók. A feladat a különböző mintázatok megfigyelése és egy-egy fázistérkép elkészítése, azaz a megfigyelt mintázatok elhelyezése az a - f fázistérben.

A mintázatképződés mindhárom mintánál a 10-30 Hz frekvencia- és $1g$ - $5g$ gyorsulástartományban figyelhető meg. A rétegvastagság kis mértékben módosítja a mintázatképződést. A homok – feltehetően a nagyobb energiaveszteség miatt – kevésbé mutat szép mintázatokat, mint az üvegyöngy. A 25. ábrán egy hallgatók által kimért fázistérkép (morfológiai fázisdiagram) látható.



25. ábra: Fázistérkép ($150 \mu\text{m}$ -es üvegyöngy, 1 mm vastag réteg)

A 26. ábrán néhány jellegzetes mintázat látható:



26. ábra: Jellegzetes mintázatok

A méréshez kapcsolódó publikációk, kutatások és tervek

A méréshez jegyzetfejezetet írtam, amely a kísérleti eszközök és a mérési feladatok ismertetésén kívül rövid összefoglalást ad a granulált anyagok viselkedéséről [50]. A hallgatói mérésről cikket írtam a Fizikai Szemlében [45].

Egy másodéves hallgató TDK-munka keretében vizsgálja a mintázatképződést: a kísérletek mellett számítógépes szimulációval modellezi a gerjesztett golyósokaság viselkedését. A program figyelembe veszi a golyók forgását, ütközéskor számol a golyók benyomódásával, a súrlódás miatt fellépő tangenciális erőkkel és természetesen az energiavesztésekkel – egyelőre azonban csak két dimenzióban. TDK-dolgozatát most nyújtotta be [51].

A jelenlegi kísérleti összeállításban jelentős szerepe van az üveggolyók közötti levegőnek. A közegellenállás fékezi a golyókat, csökkenti a sokaság mozgási energiáját. Tervezem néhány tizedmilliméteres fémgolyók beszerzését és légritkított rázóedény készítését. A rugalmasabb golyók és a lecsökkentett közegellenállás talán lehetővé teszi oszcillonok gerjesztését is.

3.2 Mérési versenyfeladatok

A tanulmányi versenyeknek nagy hagyománya van Magyarországon. A különböző versenyek nagyon sok tanulót ösztönöznek az iskolai tananyagot messze meghaladó tudás megszerzésére. A korábbi évek feladatai hozzáférhetők a versenyekre készülők számára, és így a versenyfeladatok jellege és minősége hatással van az egész oktatásra.

Ezért is öröndetes, hogy az országos fizika tanulmányi versenyek döntőinek fontos része a mérési feladat. (Ez alól kivétel a legrangosabb magyar fizikaverseny, az egyfordulós, nagy múltú Eötvös-verseny, ahol a versenyzőknek három komoly felkészültséget igénylő elméleti feladatot kell megoldaniuk.) A 9-10. évfolyam számára rendezett Mikola-versenyen és az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyen (OKTV) is a végeredményt jelentős részben a mérési feladaton elért eredmény határozza meg. Az első Nemzetközi Fizikai Diákolimpián még csak elméleti feladatok voltak, de a második, 1968-ban Budapesten megrendezett verseny [52] óta minden olimpián van kísérleti feladat is.

Mérési versenyfeladatokat nem könnyű készíteni. Az elméleti feladatokhoz hasonlóan az új méréshez is egy nem túl közismert, de középiskolás szinten megérthető, érdekes problémát kell találni. A méréshez azonban a feladat egyértelmű megfogalmazásán és a lehetséges megoldások számbavételén kívül össze kell állítani a mérési berendezés prototípusát, azt ki kell próbálni, és (általában több javítás, módosítás után) sok egyforma példányban el kell készíteni. Ez költséges, idő- és munkaigényes – ráadásul egy műszer vagy alkatrész elromlása bármilyen gondos előkészítés esetén is okozhat váratlan kellemetlenségeket.

Egy jó mérési feladat viszont izgalmas élmény, amely fejleszti a versenyző fizikai szemléletét. A kísérletben – a papíron kitalált feladattal szemben – nem lehet (vagy sokkal nehezebb) „csalni”, azaz a jelenség szempontjából lényeges, nem elhanyagolható hatásokat muszáj figyelembe venni. Nem lehet irreális adatokat, paramétereket megadni.

A mérések a tanulók sokoldalú felkészültségét igénylik. A feladatok megoldásához szükség van a versenyzők ötleteire és gondos munkájára, a mérés elvégzéséhez gyakorlati érzék és kezűgyesség, a kiértékeléshez és a hibaszámításhoz pedig elméleti ismeretek kellenek. Mindeközben gazdálkodni kell a rendelkezésre álló idővel, és el kell készíteni a mérési jegyzőkönyvet – amivel a későbbi cikkek, tudományos beszámolók írását lehet gyakorolni.

A következő két részben egy olimpiai válogatásra készült, nagyon nehéz hullámoptikai feladatot és egy játékszerre (hátrahúzó autó) alapuló OKTV-döntős mérést ismertetek részletesen.

3.2.1 Olimpiai válogató- és felkészítő versenyek

A Nemzetközi Fizikai Diákolimpiákon 1996 óta veszek részt felkészítő tanárként és a magyar csapat egyik vezetőjeként (1976-ban és 1977-ben diákként voltam a csapat tagja). A kilencvenes évek végén azt tapasztaltuk, hogy a magyar csapat kimagasló eredményeket ér el az elméleti feladatok megoldásában, de a mérésekben kevésbé eredményes. Elhatároztuk, hogy a csapat válogatásánál és felkészítésénél nagyobb súlyt fektetünk a mérésekre. Az olimpiai csapatba bekerülni vágyó tanulókat ösztönöztük a tehetséggondozó mérési szakkörön (3.3.2 rész) való részvételre, a válogatásnál jutalmaztuk a KöMaL mérési pontversenyén [22] dobogós helyezést elérőket, és a csapat utolsó háromnapos felkészítésén elsősorban a méréseket gyakoroltattuk.

A lehető legeredményesebb csapat kiválasztásához és a csapat sikeres felkészítéséhez azonban fontos „éles” helyzetben, az olimpiához hasonló versenykörülmények között is kipróbálni a tanulókat. A kétfordulós válogatóversenyen ezért az olimpiai nehézségű elméleti feladatok mellett több mérési feladatot is kitűzünk. (A válogatóversenyt 2002 óta Budapesten rendezzük, és a diákolimpiák magyar alapítójáról Kunfalvi Rezső Versenynek neveztük el. Korábban a válogatást Sopronban, a Fényes Imre Versenyen végeztük.) Még komolyabb, nemzetközi felkészülési lehetőség az 1998 óta felváltva Magyarországon és Romániában megrendezett Román-magyar előolimpiai fizikaverseny.

Az elmúlt években a magyar csapat teljesítménye az elméleti és a kísérleti feladatok megoldásában sokkal kiegyensúlyozottabbá vált. A válogató- és felkészítő versenyek és a tehetséggondozó mérési szakkör bizonyosan hozzájárult az elmúlt évek két kimagasló magyar eredményéhez: 2004-ben Dél-Koreában Kómár Péter a legjobb kísérleti munkáért kapott különdíjat [53], 2005-ben pedig a 36. Nemzetközi Fizikai Diákolimpián (Salamanca, Spanyolország) Halász Gábor abszolút első lett a 75 ország közel 400 versenyzőjéből álló mezőnyben [54].

A válogatóversenyekre és a kétévente nálunk megrendezett előolimpiákra több tucat új mérés készült. Sok mérés a középiskolai fizika tananyagban egyáltalán nem, vagy csak alig tárgyalt jelenségeket, eszközöket mutat be. (Például félvezető tiltott sáv szélességének mérése, hőmérsékleti sugárzás vizsgálata, Peltier-elemes hűtés hatásfokának mérése. Természetesen ilyenkor – az olimpiához hasonlóan – a mérési feladat elején rövid elméleti bevezetést adunk.)

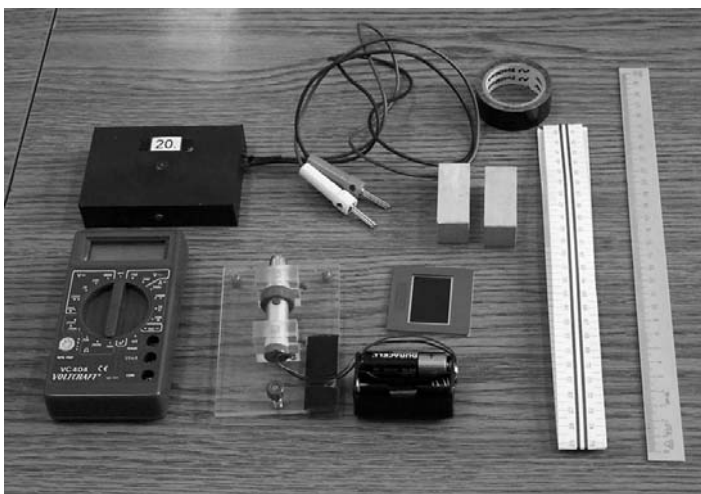
A mérési feladatok közül az egyik legnehezebbet, az 1998-as válogatóversenyen kitűzött hullámoptikai feladatot mutatom be. A feladatról és „utóéletéről” (3.3.1 rész) nemzetközi konferencián [55] előadást tartottam, és publikációm jelent meg a Physics Competitions-ben (a World Federation of Physics Competitions folyóiratában) [56].

A mérési feladat

A versenyzőknek félvezető lézer segítségével két optikai rendszert kell megvizsgálniuk. Mindkét rendszer néhány részből áll, azaz sötét háttéren párhuzamos átlátszó vonalak vannak szabályos elrendezésben (egymástól egyenlő távolságra, sötét vonalakkal elválasztva). Az elhajlási kép alapján meg kell határozni mindkét rendszerben a rések egymástól mért távolságát (azaz egy átlátszó és egy sötét vonal együttes szélességét), a rések számát és körülbelüli szélességét (a rések távolságához viszonyítva).

A méréshez rendelkezésre álló eszközök (27. ábra):

- Egy fotodetektor (fekete műanyag dobozban), azaz egy fotodióda, egy ellenállás és egy 9 V-os telep sorba kapcsolva. A fotodetektor kimenő feszültsége (az ellenálláson eső feszültség) arányos a fotodiódára eső fény intenzitásával.
- Egy digitális multiméter a feszültség mérésére
- Egy félvezető lézer állítható talpra rögzítve. A lézer fényének hullámhossza $650 \text{ nm} \pm 1\%$.
- Az optikai rendszerek diakeretben
- Alumínium téglatestek a diakeret rögzítésére
- Mérőszalag, vonalzó és szigetelőszalag



27. ábra: A méréshez rendelkezésre álló eszközök



28. ábra: Az összeállított mérés

A versenyzőknek javasolt mérési módszer:

- Rögzítsd a vonalzót szigetelőszalaggal az asztalon! A vonalzó mögött finoman tudod mozgatni a fotodetektort, és le tudod olvasni a helyzetét. Csatlakoztasd a multimétert a fotodetektor kimenetére!

- Helyezd el a lézert a fotodetektortól kb. 1 m távolságra, és irányítsd a fényt a fotodiódára! A csavarok segítségével állítsd be úgy a lézert, hogy a feszültség maximális (8-9 V) legyen!
- Helyezd az egyik résrendszert a sugárba közvetlenül a lézer előtt, és rögzítsd az alumínium testekkel! (Az összeállított mérési elrendezés a 28. ábrán látható.)
- Mozgasd óvatosan a fotodetektort mindkét irányban, és mérd meg a diffraktált fény intenzitását az elmozdulás függvényében! Végezd el a mérést a másik résrendszerrel is!
- Ábrázold milliméter-papíron a két résrendszer elhajlási képét, vagyis a fény relatív intenzitását a szög függvényében!
- Határozd meg mindkét résrendszer esetén a rések egymástól mért távolságát!
- Határozd meg mindkét résrendszer esetén a rések számát!
- Határozd meg mindkét résrendszer esetén a rések körülbelüli szélességét a rések távolságához viszonyítva!

A mérőberendezés

A méréshez használt eszközök egy része (multiméter, banándugók, műanyag doboz, alumínium testek) rendelkezésre áll egy átlagos iskolai szertárban, a többi olcsón beszerezhető (félvezető lézer, fotodióda, ellenállás). A fotodetektor könnyen elkészíthető házilag: a fotodióda a dobozon fűrt lyukba van beragasztva, az áramkör elkészítéséhez pedig csak néhány forrasztás kell. (A dióda sorba kötve egy 50 k Ω -os ellenállással a 9 V-os telepre van forrasztva. Sötétben az áramkör áramfelvétele olyan kicsi, hogy kapcsolóra sincs szükség, a telep így is évekig működőképes marad. A banándugós kimenet az ellenállás két végpontjára van kötve.)

Az optikai résrendszerek A4-es papírra lézernyomtatóval kinyomtatott fekete csíkok fényképezésével készültek speciális finomszemcsés negatív filmre. A teljes résrendszer mindössze néhány tized mm széles, így a részletei szabad szemmel egyáltalán nem láthatók.

A félvezető lézer rögzítésére a mérés első változatában iskolai Bunsen-állvány és kémcsőfogó szolgált, az ábrán látható plexi tartó az állítócsavarokkal a könnyebb szállíthatóság érdekében később készült.

A feladat megoldása

A mérés nehézségei

Az elrendezés gondos beállítása nagyon fontos: ha az eltérítetlen lézerefény nincs pontosan a fotodiódára irányítva, akkor a mért intenzitás nagyon lecsökken, és az elhajlási kép részletei (a mellék csúcsok) nem vehetők észre. Fontos az is, hogy a résrendszer a fénysugár közepénél legyen. Az egész diffrakciós kép csak néhány cm hosszú, a mellék maximumok pedig mindössze 2-2,5 mm-re vannak

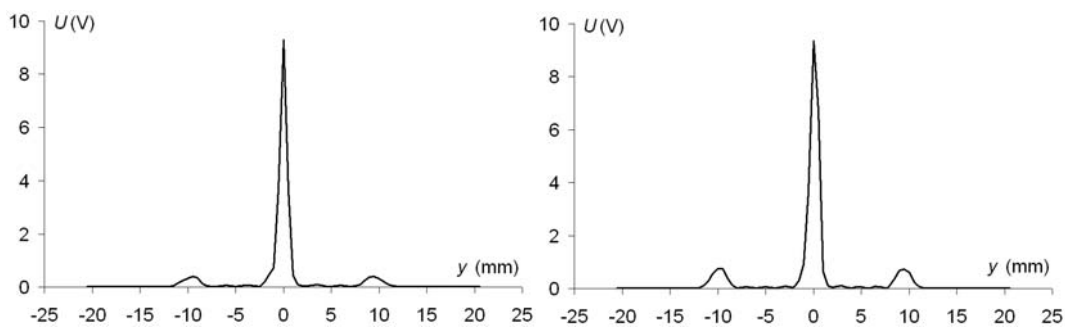
egymástól, ezért a fotodetektort finoman kell mozgatni, és helyzetét 0,5 mm pontossággal kell leolvasni.

A mellék csúcsok intenzitása a fő maximum intenzitásának csak néhány százaléka, ezért fontos a multiméter méréshatárának megfelelő megválasztása és szükség esetén változtatása a mérés közben. A relatív intenzitások pontosabb meghatározásához meg kell mérni a háttér világítás intenzitását is, és azt le kell vonni a mért adatokból.

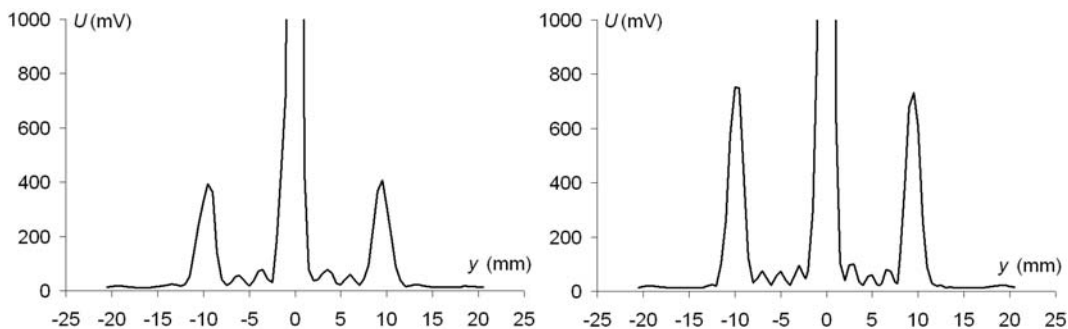
További hibát okoz az, hogy a réseket elválasztó sötét háttér nem teljesen átlátszatlan. Ezt a hibát úgy lehet csökkenteni, hogy a sötét háttéren áthaladó fény intenzitását is lemérjük a detektor helyzetének függvényében, és ezt a görbét is kivonjuk a mért görbéből.

A mért adatok

A lézer gondos beállítása után a mérés aránylag gyorsan elvégezhető. A feszültségértékeket 0,5 milliméterenként érdemes leolvasni, 2-3 értékes jegy pontossággal. A mért adatok (kimenő feszültség a detektor helyzetének függvényében) mindkét résrendszerre a 29. ábrán láthatók. A 30. ábrán ugyanezek a grafikonok láthatók függőleges irányban tízszeres nyújtással: így jól láthatóvá válnak a mellék csúcsok is – az eltérítetlen sugárhoz tartozó maximum viszont kilóg a grafikonból.

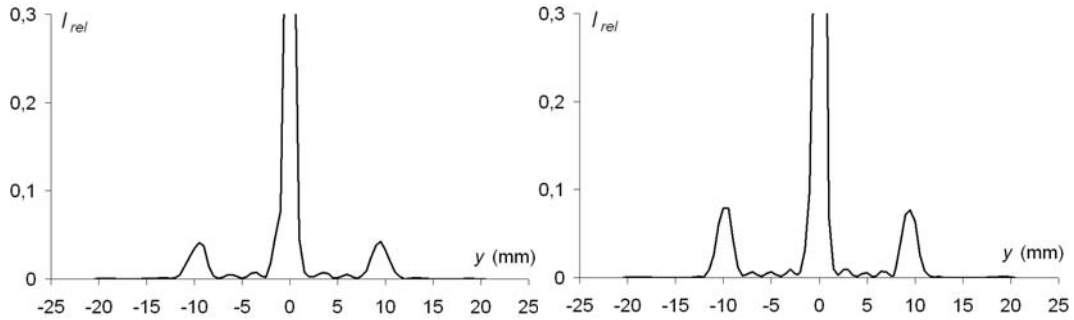


29. ábra: Az intenzitással arányos feszültség a detektor helyzetének függvényében



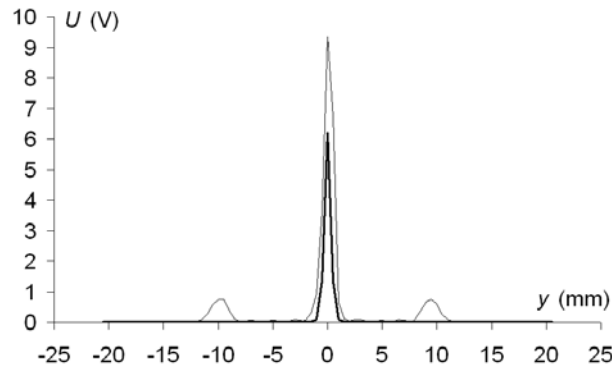
30. ábra: A 29. ábra grafikonjai tízszeres nyújtással

A mért adatokból le kell vonni a háttér intenzitását (a kikapcsolt lézer esetében mért feszültségértéket) és az adatokat az eltérítetlen sugárhoz tartozó fő maximumhoz lehet viszonyítani. Ezek a grafikonok láthatók a 31. ábrán.



31. ábra: A háttérvilágítással korrigált relatív intenzitás a detektor helyzetének függvényében

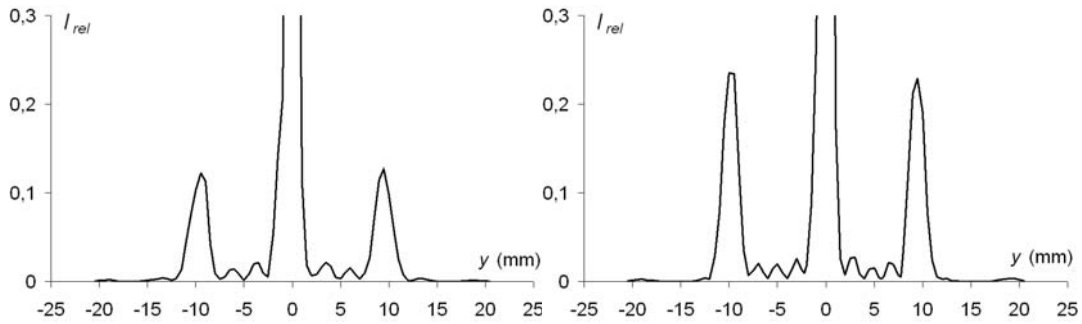
A 32. ábrán a sötét háttéren (a résrendszerektől távol) keresztülhaladó lézervfény mért intenzitása látható a detektor helyzetének függvényében (vastag vonallal ábrázolva – viszonyításként vékony vonallal az egyik résrendszer mért diffrakciós képe is fel van tüntetve).



32. ábra: A rések sötét háttérén átmenő fény (vastag vonal)

Látható, hogy a központi fő maximum intenzitásához jelentős mértékben hozzájárul a sötét háttéren átszűrődő fény, ezért érdemes ezzel is korrigálni a mért adatokat. Azonban a 31. ábrán látható, a sötét háttéren átmenő fényel nem korrigált grafikon alapján az első két kérdésre – a rések távolságára és számára – ugyanúgy helyes választ, a rések szélességére pedig szintén elfogadható becslést lehet kapni.

A sötét háttéren átmenő fényel is korrigált mérési adatokat (ismét a fő maximumhoz viszonyítva) a 33. ábrán látható grafikonok ábrázolják.



33. ábra: A 32. ábrán látható görbével is korrigált relatív intenzitás

A mérési feladat kérdéseire ennek a két utolsó grafikonnak az elemzésével lehet a legpontosabban választ adni, így a továbbiakban ezeket használom.

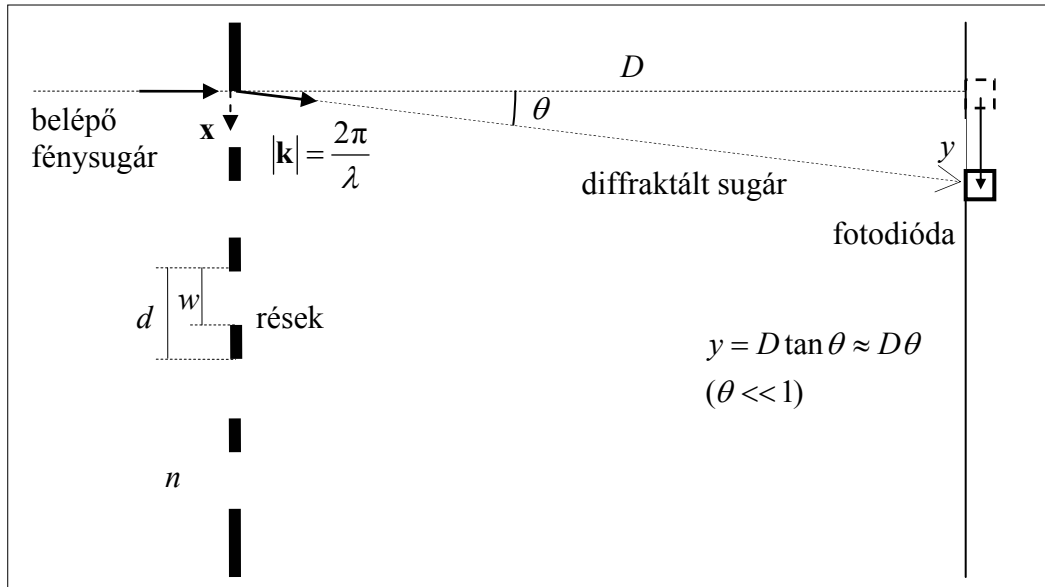
A mért adatok értelmezése

I. A szomszédos rések távolságának a meghatározása

Erre a kérdésre a legkönnyebb válaszolni, a versenyen a legtöbb diák meg tudta oldani és helyes választ adott. A levezetésben használt jelölések a 34. ábrán láthatók. Az x helyen belépő fénysugár fáziskülönbségét az $x = 0$ helyen belépő fénysugárhoz képest a

$$\varphi = \mathbf{kx} = kx \sin \theta \approx \frac{2\pi}{\lambda} x \theta \quad (\theta \ll 1)$$

képlet adja meg.



34. ábra: Jelölések a rések távolságának (d) meghatározásához

Az első fő maximum helyének feltételei a kettős réshez vagy az optikai rácshoz hasonlóan vezethetők le. Ha két szomszédos résen áthaladó fénysugár között $\varphi = 2\pi$ a fáziskülönbség, akkor a réseken áthaladó sugarak erősítik egymást. Ebből azonnal adódik a jól ismert eredmény:

$$\frac{\lambda}{d} = \sin \theta \approx \theta \quad (\theta \ll 1),$$

$$y = D \tan \theta \approx D\theta \approx D \frac{\lambda}{d}.$$

A kifejezés akkor adja meg az első fő maximum pontos helyét, ha $w \ll d$. A vizsgált résrendszer esetében ez nem teljesül, de az eltérés kisebb, mint 3 %.

Az első fő maximum helye leolvasható a 33. ábrán látható korrigált grafikonokról. A csúcsok mindkét résrendszer esetében 9,5 és 10,0 mm között vannak:

$$y = 9,75 \pm 0,25 \text{ mm.}$$

Felhasználva, hogy $D = 1$ m (0,5 % pontossággal mérve) és $\lambda = 650$ nm (1%-os hibával), a rések távolsága mindkét résrendszer esetében

$$d = D \frac{\lambda}{y} = 67 \pm 3 \mu\text{m}.$$

II. A rések számának meghatározása

A rések száma (n) a szomszédos nagy csúcsok közti kis maximumok számából (vagy a zérushelyek számából) határozható meg.

Az összefüggés középiskolás szinten *fazorok* segítségével vezethető le. A fazor egy fázist és amplitúdót kifejező (forgó) vektor. A középiskolai tananyagban a váltóáramú hálózatok fázisviszonyait szokás fazorokkal szemléltetni: Az \hat{U} csúcsértékű, ω körfrekvenciájú, szinuszosan változó feszültséget egy ω szögsebességgel forgó \hat{U} nagyságú vektor reprezentál. A forgó vektor egyik koordinátája éppen a feszültség $U(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi_0)$ pillanatértéke, ahol φ_0 a kezdőfázis.

Két azonos frekvenciájú, szinuszosan változó jel esetében a két fazor együtt forog. Ha a fazorokat az ω szögsebességgel forgó koordinátarendszerből nézzük, akkor a fazorok hossza az egyes jelek csúcsértékét, a két fazor által bezárt szög pedig a két jel fáziskülönbségét adja meg. A két jel összege a szögfüggvények addíciós képleteit használó körülményes átalakítások helyett egyszerűen a két vektor (vektori) összegével határozható meg.

A fény esetében a fazor a szinuszosan változó elektromos térerősség nagyságát és fázisát reprezentálja. A detektor által mért intenzitás a különböző irányokból a detektorra eső fénysugarak eredő elektromos térerősségének a négyzetével arányos. Fazor reprezentációval a különböző fáziskülönbséggel beérkező fénysugarak elektromos térerősségének összegzése vektorösszeadásra egyszerűsödik.

Jelölje az egyik részből beérkező fénysugarak eredő elektromos térerősségét az \mathbf{E}_1 vektor. (Ez a vektor egy fázor: a térerősségnek nem a nagyságát és irányát, hanem a nagyságát és a fázisát mutatja!) Két szomszédos részből a detektort

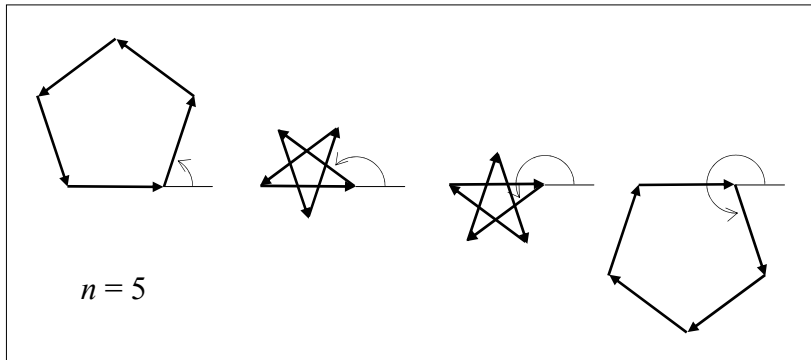
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d\theta$$

fáziskülönbséggel éri el a fényt. (A jelölések a 34. ábrának megfelelőek, továbbra is felhasználjuk, hogy $\theta \ll 1$.) Így a szomszédos résekből érkező fényt reprezentáló \mathbf{E}_1 fázorok egymáshoz képest ekkora szöggel fordulnak el. Az intenzitás a fázorok vektoriális összegének a négyzetével arányos.

n azonos nagyságú, egymáshoz képest $\varphi < 2\pi$ szöggel elforgatott fázor összege akkor zérus, ha

$$\varphi = m \frac{2\pi}{n},$$

ahol m egy egész szám, és $0 < m < n$. A 35. ábra az $n = 5$ esetet mutatja. Mivel m $n-1$ lehetséges értéket vehet fel, két szomszédos nagy maximum között $n-1$ zérushely, és ebből következően $n-2$ kis maximum található.



35. ábra: $n = 5$ azonos nagyságú fázor összege négyféleképp lehet zérus

A 30., 31. és 33. ábrán is jól látható, hogy az egyik résrendszer diffrakciós képében két szomszédos nagy maximum között két kis csúcs, a másik résrendszer esetében pedig három kis csúcs van, tehát a fenti gondolatmenet alapján a résrendszerek $n = 4$, illetve $n = 5$ részből állnak.

III. A rések körülbelüli szélességének meghatározása

Ez a legnehezebb része a feladatnak. A versenyen csak egy közelítő becslést vártunk, de – talán az idő rövidege miatt – senki nem tudta megoldani. (Egy olimpiai válogatóversenyen ez nem baj: a feladatok nehézségét úgy kell megválasztani, hogy minden kérdésre legfeljebb egy-két tanuló tudjon válaszolni, és a verseny alapján ki lehessen választani az öt legjobbat, akik az olimpiára utaznak.)

A rések szélességének meghatározásához a fázorábrák részletes vizsgálata szükséges, azt azonban könnyebb belátni, hogy a rések relatív szélessége (w/d) nem lehet se nagyon kicsi, se nagyon nagy.

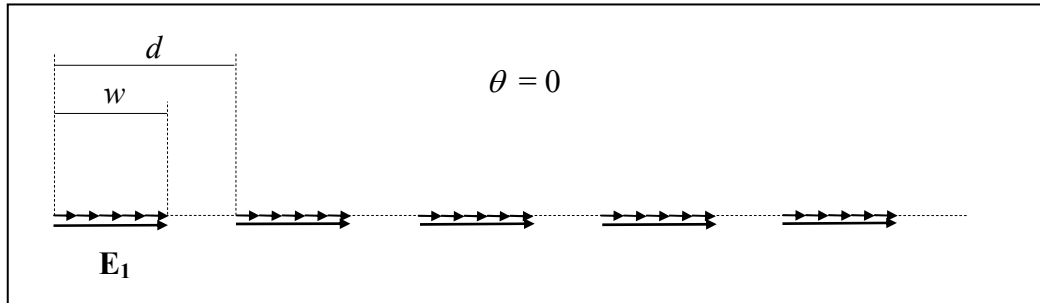
Ha $w \ll d$, azaz a rések nagyon keskenyek a rések közti távolsághoz viszonyítva, akkor az egyes rések eredő elektromos térerősségét reprezentáló \mathbf{E}_1 fázorok nem változnak, illetve csak nagyon lassan csökkennek θ növekedésével. Ebből az következik, hogy $\varphi = 2\pi$ esetében a fázorok összege nem kisebb (vagy csak alig kisebb) a $\varphi = 0$ -nál számolt értéknél, azaz az első nagy maximum (majdnem) megegyezik az eltérítetlen sugárhoz tartozó középső fő maximummal.

Ha $w \approx d$, akkor a résrendszer egy $n \cdot d$ szélességű szimpla résként viselkedik: a központi fő maximum kiszélesedik, a többi maximum pedig majdnem teljesen eltűnik.

A mérések szerint az első nagy maximumok intenzitása a középső fő maximum intenzitásának 15-25 %-a (33. ábra), tehát a rések se nem nagyon keskenyek, se nem nagyon szélesek.

Ha w/d nem nagyon kicsi, akkor az egyes rések eredő elektromos térerősségét reprezentáló \mathbf{E}_1 vektorok nagysága rohamosan csökkenhet θ növekedésével, hiszen az egy résen átjutó fénysugarak is kiolthatják egymást.

A 36. ábrán egy résrendszer fázorábrája látható $n = 5$ és $w/d = 0,625$ választással, ha $\theta = 0$.



36. ábra: Fázorábra $n = 5$ és $w/d = 0,625$ esetén, ha $\theta = 0$

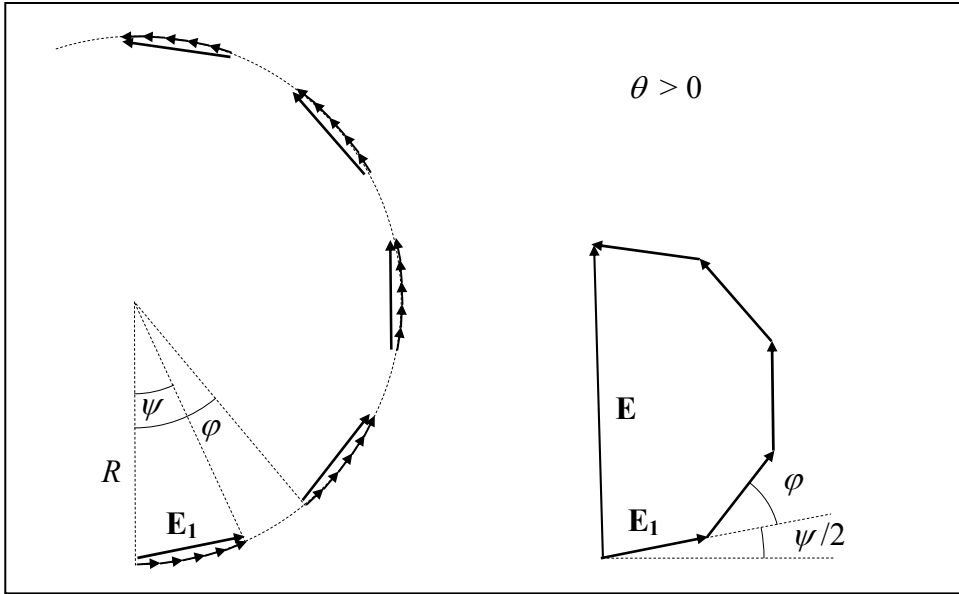
Az \mathbf{E}_1 vektor nagysága arányos a rés szélességével:

$$E_1 = |\mathbf{E}_1| = C \cdot w = w \quad (C = 1 \text{ választással}).$$

A detektorral mért intenzitás arányos az \mathbf{E} eredő térerősség négyzetével. Az arányossági tényezőt ismét 1-nek választva a központi fő maximum intenzitása:

$$I_o = |\mathbf{E}|^2 = (nE_1)^2 = n^2 w^2.$$

Ha $\theta > 0$, a fáziskülönbség x változásával folyamatosan növekszik, így az egy réshez tartozó kis fázorkomponensek körívet alkotnak, ahogy az a 37. ábrán látható. A kör R sugarának ugyanaz a mértékegysége, mint az \mathbf{E} vektornak.



37. ábra: Fázorábra $n = 5$ és $w/d = 0,625$ esetén, ha $\theta > 0$

A körív hossza nem változik, így R csökken, ha θ növekszik:

$$\frac{1}{R} = \frac{2\pi}{\lambda} \theta.$$

Az ábráról leolvasható, hogy

$$\varphi = \frac{d}{R} = \frac{2\pi}{\lambda} d\theta \quad \text{és} \quad \psi = \frac{w}{R} = \frac{2\pi}{\lambda} w\theta.$$

Egy rés eredő \mathbf{E}_1 fázorja a körív húrja:

$$E_1 = |\mathbf{E}_1| = 2R \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) = \frac{\lambda}{\pi\theta} \sin\left(\frac{\pi\theta}{\lambda} w\right),$$

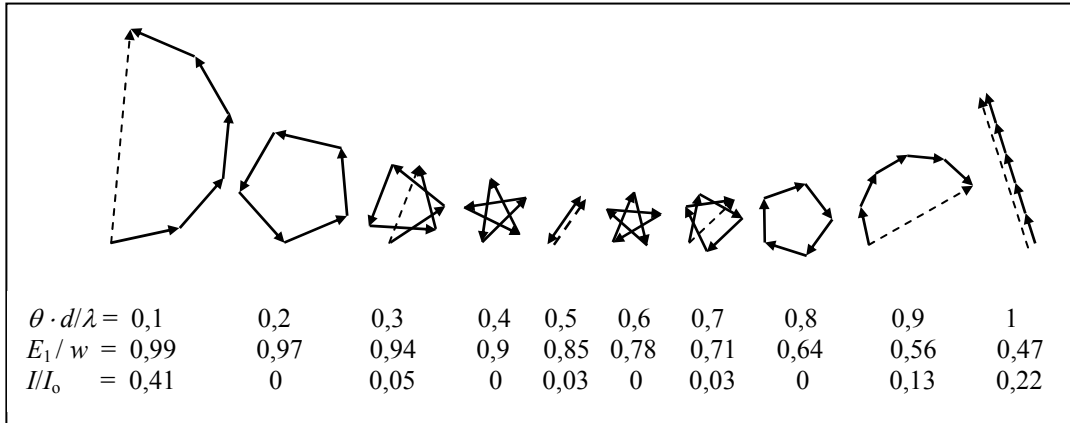
a teljes résrendszer eredő térerősségét reprezentáló \mathbf{E} vektor az egyes rés eredő fázorjainak vektori összege:

$$\mathbf{E} = \sum \mathbf{E}_i,$$

az intenzitás pedig ennek négyzetével arányos:

$$I = |\mathbf{E}|^2.$$

A 38. ábrán az előző gondolatmenet alapján az eredő térerősséget reprezentáló \mathbf{E} vektor változását mutatom be ugyanerre a résrendszerre ($n = 5$, $w/d = 0,625$) növekvő θ esetén. A zérushelyek ugyanúgy leolvashatók, mint a 35. ábráról, de erről az ábráról a kis maximumok nagysága is megállapítható. A középső sorban látható E_1 csökkenése θ növekedésével.



38. ábra: A fázorábra változása θ növekedésével

Az első nagy maximum $\theta = \lambda/d$ értéknél jelenik meg, ahol a rések fázorjai fázisban vannak, és erősítik egymást, ahogy ezt a 38. ábra utolsó fázorábrája mutatja. (E_1 folyamatos csökkenése miatt a csúcspont nem pontosan itt van, de az eltérés kicsi). A maximum intenzitása és relatív intenzitása a 36. és 37. ábra alapján:

$$I = |\mathbf{E}|^2 = (n \cdot E_1)^2 = \left[n \cdot \frac{\lambda}{\pi \theta} \sin\left(\frac{\pi \theta}{\lambda} w\right) \right]^2 = n^2 \cdot \left(\frac{d}{\pi}\right)^2 \sin^2\left(\frac{w\pi}{d}\right),$$

$$I_o = n^2 w^2,$$

$$I_{rel} = \frac{I}{I_o} = \left(\frac{d}{w\pi}\right)^2 \sin^2\left(\frac{w\pi}{d}\right).$$

A 33. ábráról leolvasható az első nagy maximumok relatív intenzitása:

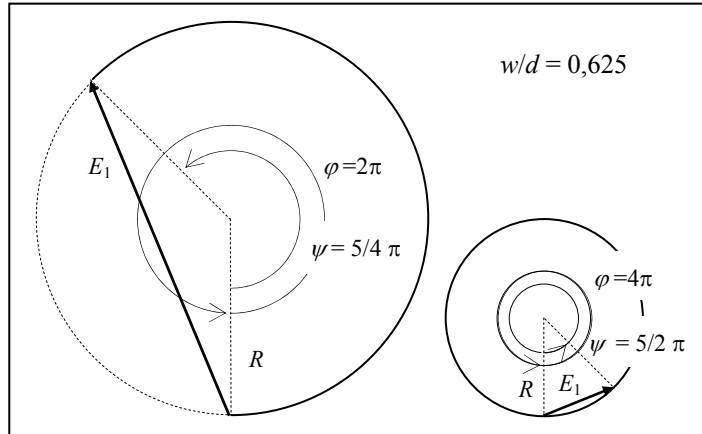
$$I_{rel} \approx 0,15 \text{ az } n = 4 \text{ részből álló résrendszerre, és}$$

$$I_{rel} \approx 0,25 \text{ az } n = 5 \text{ részből álló résrendszerre.}$$

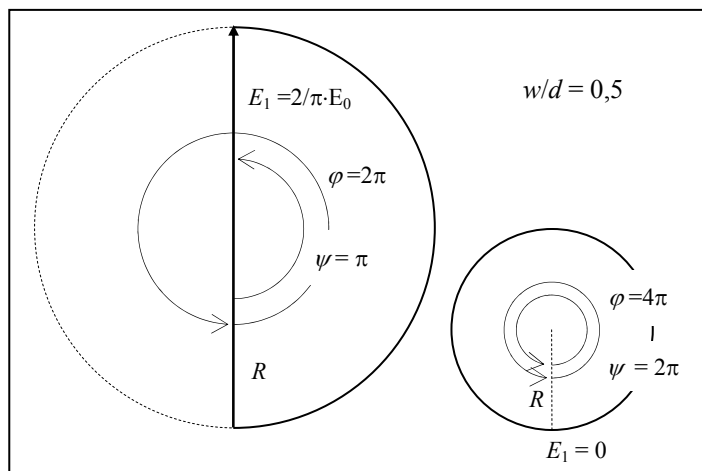
Ebből a két résrendszerre $w/d \approx 0,6$, illetve $w/d \approx 0,7$ érték adódik.

A mérés hibáját nehéz megbecsülni, a hiba elsősorban a központi fő maximum hibájából adódik. (A 32. ábra alapján végzett korrekció is csak közelítő.) A második fő maximum vizsgálata azonban w/d pontosabb meghatározását is lehetővé teszi.

A 39. és 40. ábrán két különböző w/d értékű résrendszer fazorábráját mutatja $\varphi = 2\pi$ és $\varphi = 4\pi$ értéknél, azaz az első és második fő maximumnál. Az első nagy maximumnál ($\varphi = 2\pi$ -nél) csak kis különbség van a két résrendszer között az E_1 vektorok nagyságában. A második nagy maximumnál ($\varphi = 4\pi$ -nél) sokkal fel-tűnőbb a különbség: $w/d = 0,5$ esetén a második főmaximum teljesen eltűnik.



39. ábra: E_1 értéke az első és második fő maximumnál ($w/d = 0,625$)



40. ábra: E_1 értéke az első és második fő maximumnál ($w/d = 0,5$)

A mért adatok alapján a második fő maximum intenzitása mindkét résrendszer esetében nagyon kicsi (kisebb 1 %-nál), amiből arra lehet következtetni, hogy w/d értéke nem térhet el jelentősen 0,5-től.

Mindkét érvelést figyelembe véve jobban megbecsülhető a rések relatív szélessége: $w/d \approx 0,55 \pm 0,05$ mindkét résrendszerben.

A mérési feladat további feldolgozása és elemzése a 3.3.1 részben.

3.2.2 OKTV kísérleti forduló

A fizika Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny (OKTV) három kategóriában kerül megrendezésre: külön-külön versenyeznek a szakközépiskolások, valamint az általános és az emelt szintű fizikaoktatásban részesülő gimnazisták. Mindhárom kategória részére három fordulóból áll a verseny: az első két forduló során elméleti feladatokat kell megoldaniuk a versenyzőknek, míg a harmadik fordulóban, ahol az első két forduló legjobbjai mérik össze tudásukat és ügyességüket, gyakorlati mérési feladatokkal kell megbirkózniuk. A verseny végső sorrendjét a második (elméleti) forduló és a kísérleti döntő együttesen határozza meg. Az elméleti fordulóban gyakran több versenyző is maximális pontszámot ér el, ilyenkor egyértelműen a mérési feladat megoldása dönti el a végeredményt. A versenyzők számára szokatlanabb mérés azonban más esetekben is gyakran megváltoztatja a második forduló után kialakuló sorrendet.

A BME Fizikai Intézet 1994 óta rendezi az emelt szintű fizikaoktatásban részesülő diákok (harmadik kategória) versenyének harmadik, kísérleti fordulóját, amin minden évben a második forduló legjobb 20-30 tanulója vesz részt. A versenyekről beszámoló olvasható a Módszertani Lapokban [57], [58] illetve a Fizikai Szemlében [59], [60]. A mérés elkészítésénél meghatározó elv, hogy a feladat lehetőleg minden versenyzőnek új és ismeretlen legyen, a vizsgált jelenségek és a mérési eszközök pedig változatosak és érdekesek legyenek. A mérések összeállításánál az is fontos szempont, hogy minden versenyző legalább részben meg tudja oldani a kitűzött feladatot, és a versenyzők közti különbség az elvégzett munka mennyiségében és minőségében, a mérési eredmények kiértékelésében és a jelenségek magyarázatában jelentkezzék.

A mérésekhez sokszor aránylag bonyolult és munkaigényes eszközöket kell elkészíteni 10-15 példányban. (Készült többek közt kis csillapítású torziós asztal, működőképes napkollektor modell, mágneses fék, közegellenállási erő mérésére és áramló víz vizsgálatára szolgáló eszközök, optikai és hangtani mérések.) Az adott feladathoz tartozó speciális berendezéseken kívül más méréseknél is felhasználható eszközök is készülnek: például időmérő fénykapuk, különböző hőmérsékletérzékelők, mágneses tér érzékelő – gyakran a hozzájuk tartozó elektronikával együtt. Ezek az eszközök alapozzák meg a tehetséggondozó mérési szakkör (3.3.2 rész) működését.

Az elmúlt évek versenyfeladatai közül azt a 2000-ben kitűzött problémát mutatom be részletesen, melynek kitalálásában és megvalósításában meghatározó volt a részem. Különleges ez a feladat abból a szempontból is, hogy a mérés tárgya egy játékszer: egy „hátrahúzó” autó. A versenyfeladról (és a tehetséggondozó mérési szakkörrel, ahol ez a feladat is szerepel a programban) az [57] versenybeszámolón kívül cikket írtam a Physics Competitions-ben is [61].

A versenyzők részére kiadott feladatlap (rövidítve)

A mérési feladatban egy "hátrahúzó" autót fogsz vizsgálni. Az autót a talajhoz nyomva és hátrahúzva egy áttételen keresztül egy rugót lehet felhúzni, az autó elengedése után ez a rugó gyorsítja fel az autót. A rugó "lejárta" után az autó szabadon gurul.

A mérőhelyen a következő eszközöket találod:

- 1 db hátrahúzó autó (tömege 153 g) *Az autót tilos szétszerelni!*
- 1 db három részből álló pálya parafa borítással
- 10 db téglatest a lejtők alátámasztásához
- 1 db a pálya szélére szerelhető csiga
- 2 db 500 g tömegű réz korong
- 10 db 50 g tömegű kampós nehezék
- 2 db fénykapu időmérő elektronikával, tápegységgel
- 1 db alumínium zászló
- 1 db papír mérőszalag, 3 db vonalzó
- gyurma, cellux, fonál, papír, milliméterpapír

Mérési feladatok:

1. Az áttétel vizsgálata

A hátsó kerekek és a rugó között kétféle áttétel van. Az egyik hátrahúzáskor kapcsolja össze a hátsó tengelyt a rugó tengelyével, a másik pedig az autó elengedése után, a gyorsítás közben. (A rugó lejárta után pedig egyik áttétel sincs közbeiktatva, az autó szabadon gurulhat.)

Mérd meg a kétféle áttétel arányát!

2. A hátrahúzáshoz szükséges erő és munka mérése

a) Mérd meg a hátrahúzás távolsága és a hátrahúzáshoz szükséges erő közötti függvény-kapcsolatot!

- Szereld fel a csigát a pálya egyik végére!

- A pálya és a kocsikerekek közti súrlódási erő növeléséhez használj réz pogácsá(ka)t! A pogácsá(ka)t gyurma segítségével rögzítheted.

- Az autót minden egyes beállított húzóerőnél a felhúzatlan állapotból kiindulva, lassan, de megállás nélkül, egyenletesen engedd eljutni az egyensúlyi állapotig!

b) Ábrázold a hátrahúzó erőt a hátrahúzási távolság függvényében!

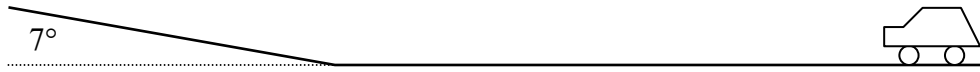
c) Határozd meg és ábrázold a hátrahúzáshoz szükséges munkát a hátrahúzási távolság függvényében!

3. A rugó által végzett munka mérése

a) Mérd meg az autó által befutott (teljes) utat a hátrahúzási távolság függvényében!

- Állítsd össze a 41. ábrán látható pályát! A fékező lejtő meredekségét 7° -ra állítsd be! (A fékező lejtőre azért van szükség, mert kevés a hely.)

- Az autót mindig ugyanonnan indítsd el! (A hátsó kerék a bejelölt startvonaltól induljon!)



41. ábra: A pálya összeállítása a 3/a feladathoz

b) Mérd meg és ábrázold a lejtőről elindított autó által befutott utat az indítási magasság függvényében!

- Állítsd össze a 42. ábrán látható pályát! A fékező lejtő meredeksége most is 7° legyen!
- A gyorsító lejtő meredekségét az alátétek segítségével állítsd be a kívánt értékre!
- Az autót mindig felhúzatlan állapotban, ugyanonnan indítsd el! (A hátsó kerék a bejelölt startvonaltól induljon!)



42. ábra: A pálya összeállítása a 3/b feladathoz

c) Az a) és b) részfeladatok eredményei alapján állapítsd meg és ábrázold a rugó hasznos (az autó gyorsítására fordított) munkavégzését a hátrahúzási távolság függvényében!

4. Az autó mozgásának vizsgálata

a) Vedd fel és ábrázold a 15 cm-rel hátrahúzott és elengedett autó elmozdulás-idő függvényét!

- A pálya most legyen újra vízszintes!
- Az alumínium zászlót celluxszal szereld az autó tetejére!
- Az idő méréséhez a fénykapukat helyezd a pályára! Az I jelű ("indít") fénykapu a fényút eltakarásakor elindítja, az Á jelű ("állít") pedig a fényút eltakarásakor megállítja az órát. Az Á fénykapu csak akkor működik, ha az I jelű fényútja már nincs eltakarva. A két fénykaput ne tedd 5 cm-nél közelebb egymáshoz, mert zavarhatják egymást! Az órát a kijelzőn lévő gombbal lehet nullázni. A kijelzőn az eltelt idő ms-ban mérve jelenik meg.
- Az idő rövideége miatt csak a mozgás első 1 méterét vizsgáld!

b) Vedd fel a 15 cm-rel hátrahúzott és elengedett autó sebesség-elmozdulás függvényét!

- A mérés összeállításánál vedd figyelembe az a) feladatnál leírtakat!

c) Az elmozdulás-idő és a sebesség-elmozdulás függvény alapján ábrázold a sebesség-idő függvényt!

d) A sebesség-idő függvény alapján határozd meg és ábrázold a gyorsulás-idő függvényt! A grafikon alapján határozd meg, mekkora úton működik a rugó!

A feladat kitűzésével kapcsolatos előzetes elképzelések

A mérés tárgya egy egyszerű és jópofa játék: egy hátrahúzó autó. A kérdések is könnyen érthetőek, részletesen megfogalmazottak, egyértelműek. Ugyanakkor a mérés elvégzése egyáltalán nem könnyű. Az autó olcsó tömegáru, így belső mechanikája messze áll a tökéletestől. A fogaskerekek közti súrlódások, befojtások miatt a hasonló körülmények között megismételt mérések eredményei is jelentősen szórhatnak. Ezért a mérések többszöri elvégzése, az eredmények értékelése és a hibaszámítás itt különösen fontos. A jelentős hiba miatt az sem mellékes, hogy egy-egy mérendő mennyiséget milyen elrendezésben, mennyire gondosan mér a versenyző. A mérés elvégzéséhez így elsősorban nem elméleti ismeretekre vagy bonyolult matematikai apparátusra, hanem mérési gyakorlatra, ügyességre, némi ötletességre, a mérési eredmények értékelésében, ábrázolásában, kezelésében való jártasságra van szükség.

Az iskolai feladatok idealizált, szinte minden jelenséget lineáris közelítésben tárgyaló világa után a versenyzőknek nehézséget okozhat, hogy az autó rugójának *nemlineáris* az erőkarakterisztikája. Ugyanígy az is szokatlan lehet, hogy az autó mozgása *nem egyenletesen* gyorsuló vagy lassuló. A középiskolai tananyagban (a rezgő mozgáson kívül) csak állandó gyorsulással változó mozgások szerepelnek, erre az esetre vannak a függvénytáblázatban képletek, és a feladatgyűjteményekben is (hallgatólagosan) mindig ezt feltételezik. A változó gyorsulás és a nemlineáris erőtvény miatt a mérési adatok kiértékelésénél nem használhatók az egyenletesen gyorsuló mozgásra, illetve a lineáris karakterisztikájú rugóra megtanult képletek, helyettük numerikus módszerekre (például a görbe alatti terület numerikus meghatározására) van szükség.

A feladatok mennyisége tudatosan inkább kicsit több, mint amennyit várhatóan négy óra alatt kellő alapossággal meg lehet oldani. Ez kevésbé rossz, mintha túl könnyű lenne a feladat (és a végén többen unatkoznának). A verseny értékelését is irreálissá teszi, ha sok versenyző mindent meg tud oldani, és a végeredmény jelentéktelen hibákon múlik. Végül azonban, ahogy az remélhető volt, a legjobbak – ha nem is azonos részletességgel – el tudták végezni az összes mérési feladatot.

A feladat megoldása

A mérés lehető legpontosabb elvégzéséhez sok apró ötletre, a mérések többszöri elvégzésére és ezek gondos értékelésére, gondosságra és némi ügyességre is szükség van. A versenyzők néhol olyan apróbb trükköket is használtak, amik a mérés előkészítése során nem merültek föl. A következőkben a saját mérési eredményeimet ismertetem. (Ezek a jelentős hiba és szórás ellenére pontosabbak, mint a versenyzők eredményei, hiszen több időm volt, és többször is meg tudtam mérni egy-egy mennyiséget.) A javításkor ezeket a mért adatokat tekintettük "etalonnak". Az egyes részfeladatoknál azonban más-más hibahatárral helyes eredménynek fogadtunk el ettől néha jelentősen eltérő mérési eredményeket is. Ezt a mérés jellege

és az egyes mérőhelyeken lévő autók közti különbségek is indokolták. Természetesen a számolt eredményeknek ilyenkor a versenyző által mért adatokkal kellett összhangban lenniük.

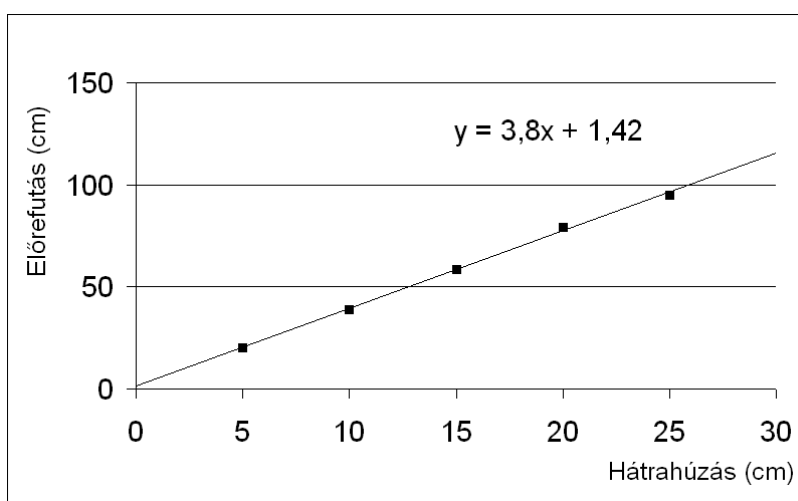
1. Az áttétel vizsgálata

Mérd meg a kétféle áttétel arányát!

Ennél az egy feladatnál pontos referenciaadatunk van, hiszen az autó szét szerelésével és a fogaskerekek fogszámának leszámolásával az áttétel pontosan meghatározható. (Természetesen a versenyzők nem szedhették szét az autót.) Az áttétel felhúzáskor $5/8$, a rugó munkavégzése közben $65/444$, tehát a két áttétel aránya $111/26 \approx 4,269$.

Az áttétel versenyen is elvégezhető méréséhez az autó kerekét először hátra kell forgatni, majd hagyni kell visszatérni a kiindulási állapotba, és vagy a fordulatokat, vagy a megtett utakat kell mérni. Nehézséget az okoz, hogy ha az autót szabadon engedjük futni, akkor jóval tovább gurul, mint a rugó erőmentes állapota, ha viszont lassan engedjük előre, akkor a súrlódás miatt hamarabb megáll, és a rugó még felhúzott állapotban marad. Erről például a hátsó kerék felemelésével győződhetünk meg. Ehhez a hibához járul a fogak kotyogása, így – velem együtt – a versenyzők is a pontos értéknél kisebb áttételt mértek.

A 43. ábrán egy mérési sorozat eredménye látható. A mérési pontokra illesztett egyenes meredeksége ($\approx 3,8$) az áttétel mért értéke.



43. ábra: Az áttétel meghatározása

Az ábrán látható grafikon és az illesztés számítógéppel (Excel táblázatkezelővel) készült. A versenyzők ezzel szemben (egyelőre) milliméterpapíron készítik el a grafikonokat. Az illesztett egyenes paramétereit zsebszámológéppel is meg lehet határozni (lineáris regresszió, sok számológépen van is ilyen funkció), de ez eléggé időigényes. Az egyenesillesztést azonban egy (lehetőleg átlátszó) vonalzó

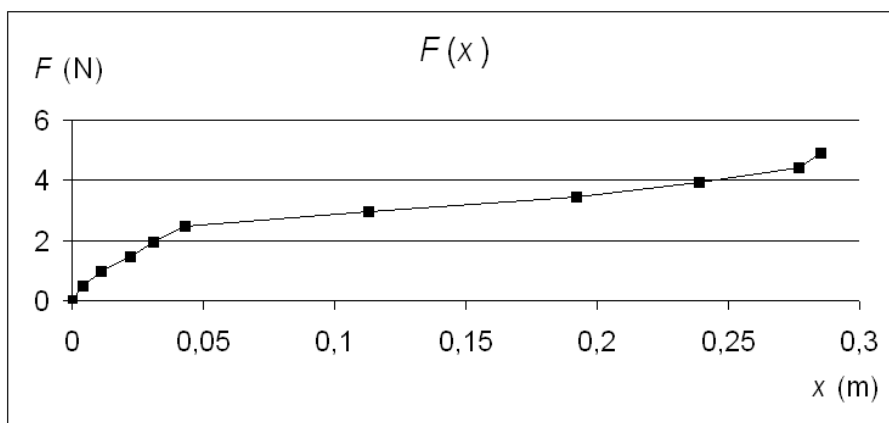
segítségével sokkal gyorsabban, ugyanakkor mégis megfelelő pontossággal el lehet végezni: a vonalzó mozgásával el lehet érni, hogy az egyenes a mérési pontok között fusson, az egyenes alatt és felett körülbelül ugyanannyi pont legyen. Az így „szemre” megrajzolt egyenes paraméterei a tapasztalat szerint jól egyeznek a sokkal több munkával kiszámolt értékekkel.

2. A hátrahúzáshoz szükséges erő és munka mérése

a) Mérd meg a hátrahúzás távolsága és a hátrahúzáshoz szükséges erő közötti függvénykapcsolatot!

b) Ábrázold a hátrahúzó erőt a hátrahúzási távolság függvényében!

A mérés a részletes leírás alapján egyértelműen elvégezhető. A hibák miatt a megbízható eredményhez az egyes adatok legalább háromszori mérése és átlagolása szükséges. A 44. ábrán a mérés eredménye látható.



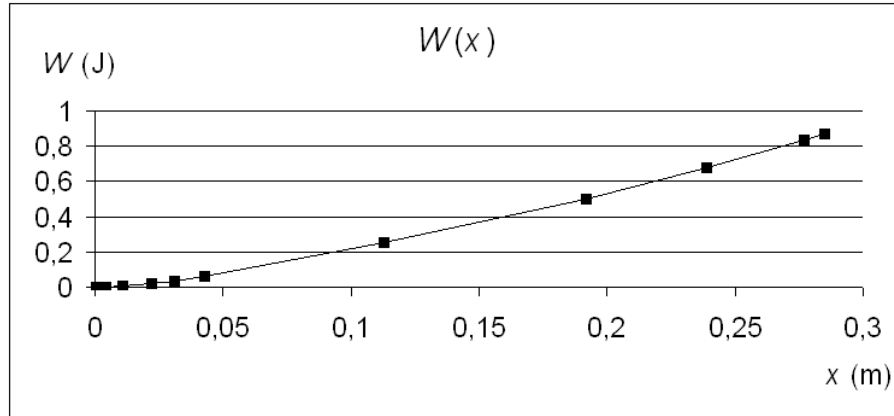
44. ábra: A hátrahúzáshoz szükséges erő a hátrahúzás függvényében

A mérési pontokat összekötő szakaszok csak a jobb áttekinthetőség miatt szerepelnek az ábrán. Természetesen a függvény két pont között sem szükségszerűen lineáris. Ugyanakkor nincs értelme valamilyen görbét sem illeszteni a pontokra, hiszen a függvény alakjára nincsenek elméleti feltevéseink. (Néhány versenyző ennek ellenére megpróbálkozik ezzel, és egyenest illeszt nyilvánvalóan nemlineáris pontsorokra is.)

c) Határozd meg és ábrázold a hátrahúzáshoz szükséges munkát a hátrahúzási távolság függvényében!

A munkát az erő-elmozdulás grafikon numerikus integrálásával, azaz a görbe alatti terület meghatározásával lehet kiszámítani. (Mivel a függvény pontos alakja nem ismert, a területet egyszerűen a mérési pontokat összekötő szakaszok alatti trapézok területeinek összeadásával kapjuk.) A versenyzők közül többen – helytelenül – a felhúzáshoz szükséges munkát a nehezekek helyzeti energiájának csökkenésével azonosították, figyelmen kívül hagyva azt, hogy a helyzeti energia csökkenése nemcsak a rugó energiáját növeli, hanem a lassú leeresztés közben a

nehézékek a kezünkön is munkát végeznek. A 45. ábrán a 44. ábra alapján meghatározott $W(x)$ grafikon látható.

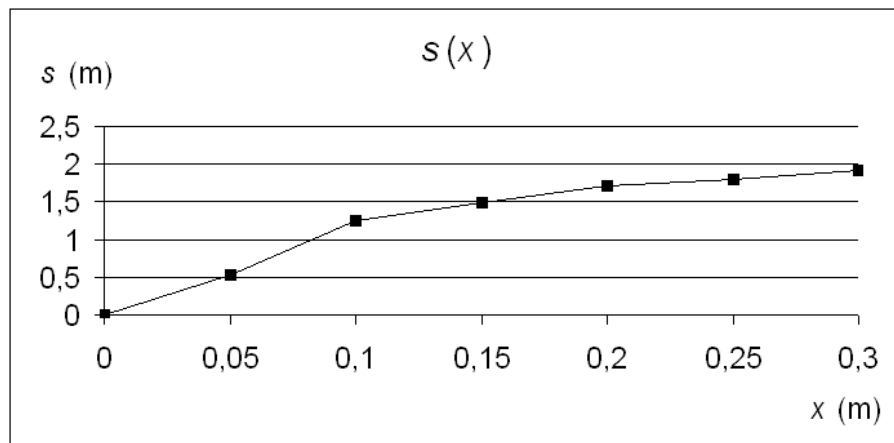


45. ábra: A hátrahúzáshoz szükséges munka a hátrahúzás függvényében

3. A rugó által végzett munka mérése

a) Mérd meg az autó által befutott (teljes) utat a hátrahúzási távolság függvényében!

A mérés aránylag egyszerűen elvégezhető, problémát az autó esetleges kanyarodása jelenthet. (Ezt kicsit ferde indítással lehetett ellensúlyozni.) A 46. ábra grafikonja újra több mérés átlagát ábrázolja.

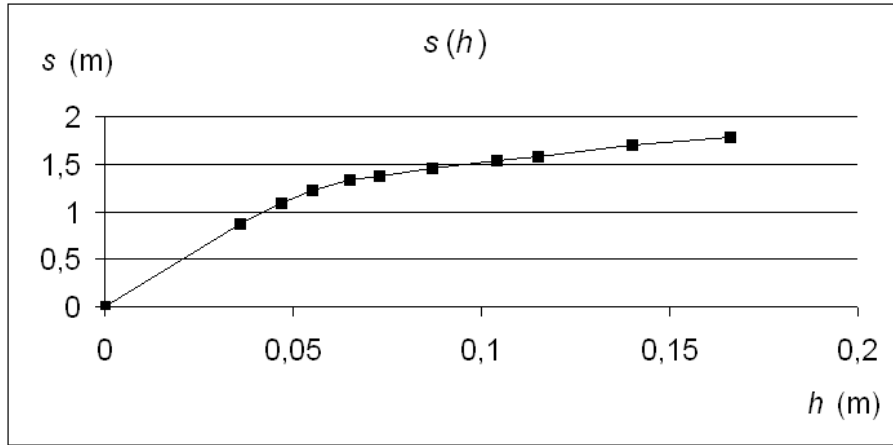


46. ábra: Az autó által befutott út a hátrahúzás függvényében

b) Mérd meg és ábrázold a lejtőről elindított autó által befutott utat az indítási magasság függvényében!

Ennél a mérésnél figyelembe kell venni, hogy az autó tömegközéppontja kb. a közepénél van (ezt könnyen ki lehetett próbálni), és a kiindulási helyzet ma-

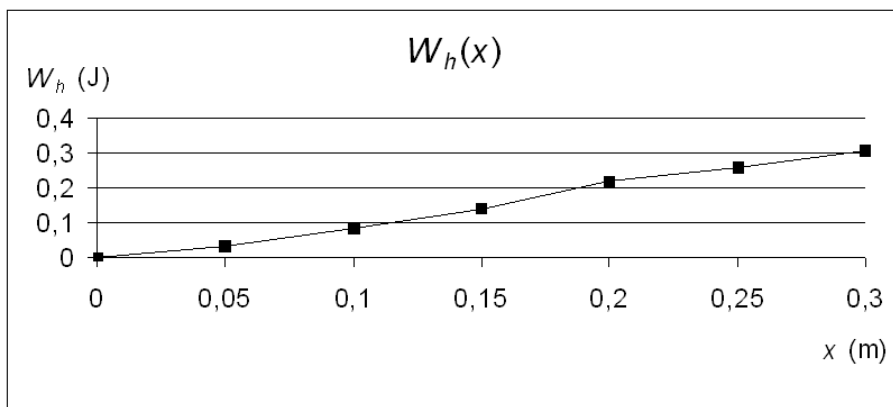
gasságának meghatározásánál ezt a pontot kell figyelembe venni, és nem az autó végét (pláne nem a lejtő végét). A mérési eredményeket a 47. ábra mutatja.



47. ábra: Az autó által befutott út az indítási magasság függvényében

c) Az a) és b) részfeladatok eredményei alapján állapítsd meg és ábrázold a rugó hasznos (az autó gyorsítására fordított) munkavégzését a hátrahúzási távolság függvényében!

Ezt a grafikont az előző két adatsorból kaphatjuk meg: egy adott x értékhez az $s(h)$ grafikonon (47. ábra) meg kell keresni azt a h magasságot, ahonnan elindítva ugyanakkora s utat futott be az autó, mint az x távolságra való hátrahúzáskor (46. ábra). A rugó hasznos munkája az a) részfeladatban egyenlő a helyzeti energia csökkenésével a b) részfeladatban: $W_h = mgh$. Természetesen a két mérésnél legfeljebb véletlenül futott az autó ugyanakkora utat, ezért a 47. ábrán a mérési pontok között a grafikonról való leolvasásra vagy interpolációra van szükség. Az eredmény a 48. ábrán látható.



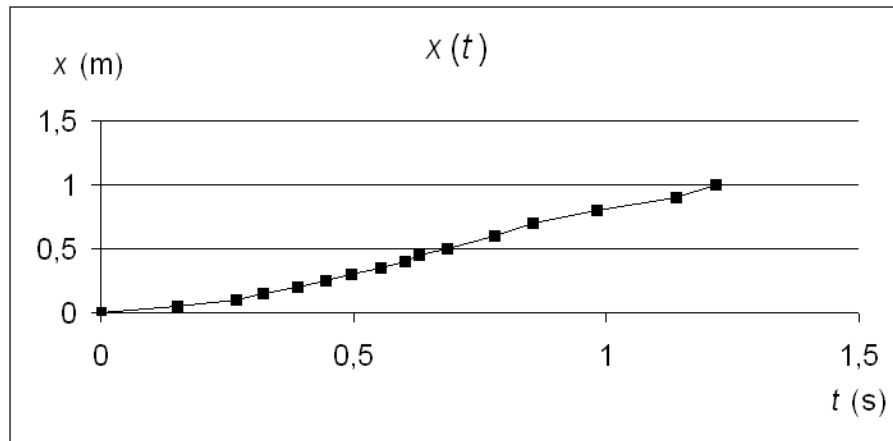
48. ábra: A rugó hasznos munkavégzése a hátrahúzás függvényében

A 45. és a 48. ábra összevetéséből látható, hogy a rugó által végzett hasznos munka a rugó felhúzásához szükséges munka 30-40 %-a.

4. Az autó mozgásának vizsgálata

a) *Vedd fel és ábrázold a 15 cm-rel hátrahúzott és elengedett autó elmozdulás-idő függvényét!*

Itt az egyik fénykaput közvetlenül az autón elhelyezett zászló elé kell helyezni. (Ezt úgy lehet beállítani, hogy az autó legkisebb elmozdulása is elindítsa az órát – ennek pontosságára nagyon érzékeny a mérés, hiszen pont az út legelején mozog az autó a leglassabban, és ha a fénykapu nem közvetlenül a zászló előtt van, akkor sok idő telik el az óra indításáig.) A másik fénykaput ettől a fénykaputól x távolságra kell helyezni. A 49. ábrán az $x(t)$ grafikon látható.



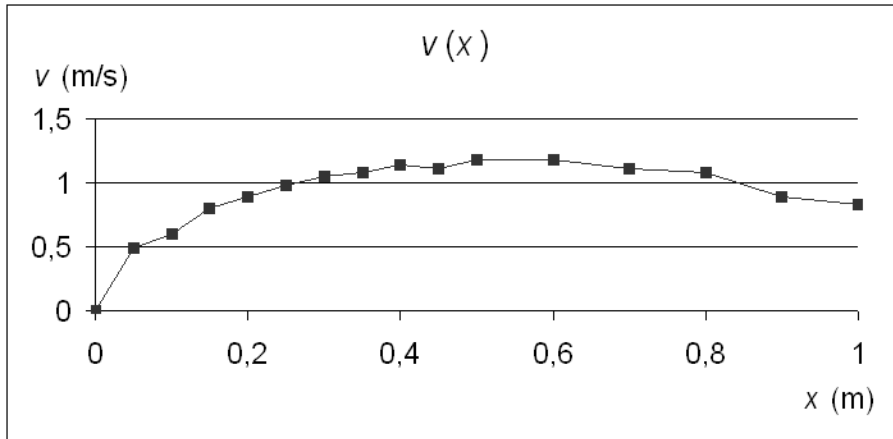
49. ábra: Az autó elmozdulás-idő grafikonja

b) *Vedd fel a 15 cm-rel hátrahúzott és elengedett autó sebesség-elmozdulás függvényét!*

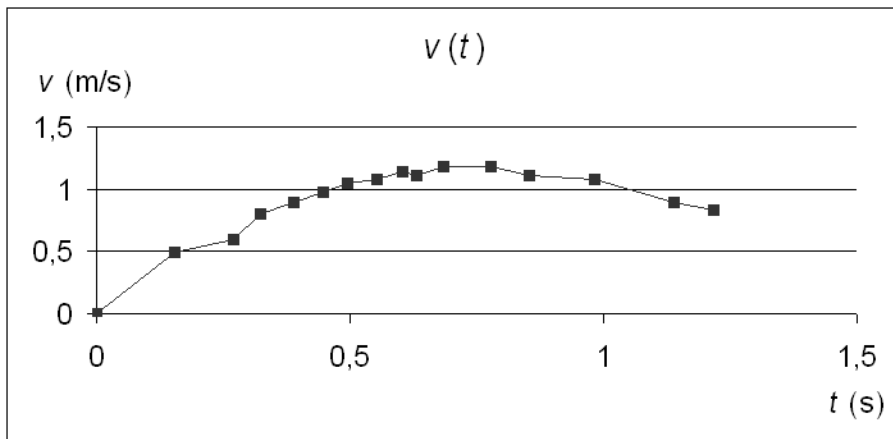
c) *Az elmozdulás-idő és a sebesség-elmozdulás függvény alapján ábrázold a sebesség-idő függvényt!*

A sebesség-idő grafikon az elmozdulás-idő grafikon numerikus differenciálásával is elő lehetne állítani. A mérési adatok hibáit azonban a differenciálás megnövelné (még rosszabb lenne a helyzet a kétszeres differenciálással meghatározott gyorsulás esetében). Pontosabb és érdekesebb, ha a sebességet közvetlenül mérjük: ekkor a két fénykaput egymástól állandó d távolságra tartva együtt mozgatjuk az indítási helyhez képest. Az óra ekkor a két fénykapu közti d távolság megtételéhez szükséges Δt időt méri. Ha d elég kicsi, akkor a $v = d/\Delta t$ sebességet jó közelítéssel pillanatnyi sebességnek tekinthetjük. (Ugyanakkor, ha d túl kicsi, akkor egyrészt a két fénykapu zavarná egymást, másrészt az idő- és távolságmérés relatív hibája lenne nagyon nagy. Jó választás például $d = 5$ cm.)

Ezzel a méréssel közvetlenül a $v(x)$ grafikont kapjuk meg (50. ábra), majd az $x(t)$ és a $v(x)$ grafikonokból a 3. feladat c) részénél látott módon szerkeszthetjük meg a $v(t)$ grafikont (51. ábra).



50. ábra: Az autó sebesség-elmozdulás grafikonja



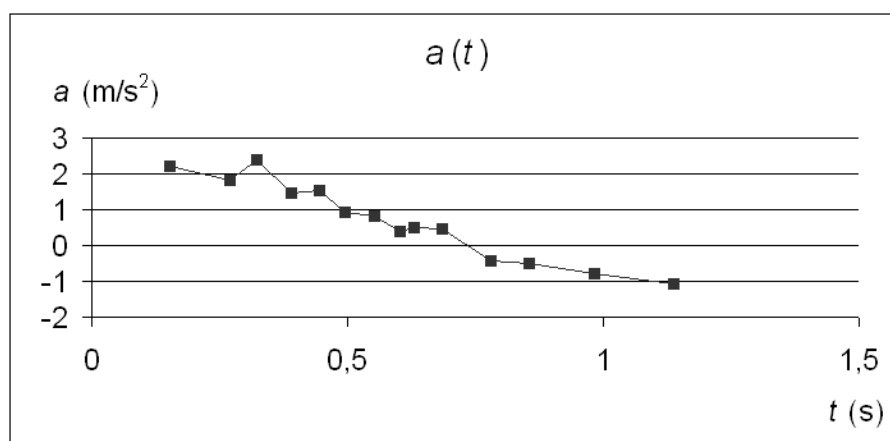
51. ábra: Az autó sebesség-idő grafikonja

d) A sebesség-idő függvény alapján határozd meg és ábrázd a gyorsulás-idő függvényt! A grafikon alapján határozd meg, mekkora úton működik a rugó!

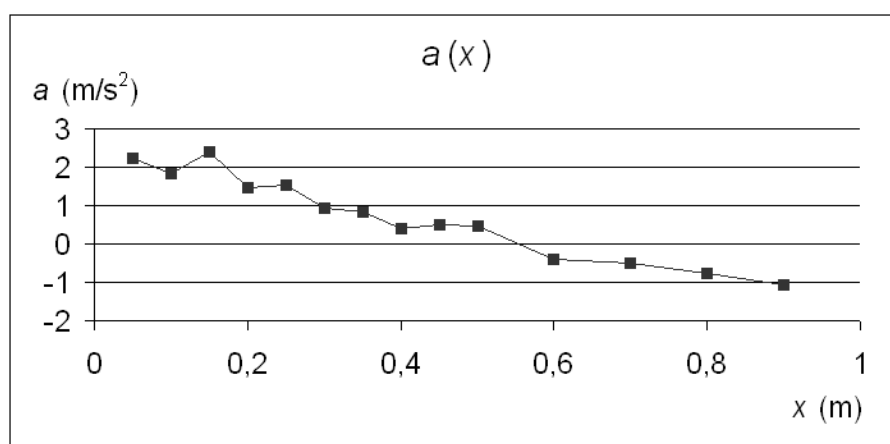
A gyorsulás közvetlen mérésére a rendelkezésre álló eszközökkel nincs lehetőség. A gyorsulás-idő grafikont a sebesség-idő grafikonon numerikus differenciálásával, az $a = \Delta v / \Delta t$ összefüggés alapján lehet meghatározni (52. ábra).

A rugó körülbelül addig működik, ameddig az autó gyorsulása pozitív. (Pontosabban: a rugó még akkor is működik, amikor az autó még csak kicsit lassul, kevésbé, mint később, amikor már csak a fékező erők hatnak.) Ezt az időpontot az 52. ábrából, a hozzá tartozó helyet pedig a 49. ábrából olvashatjuk le. Közvetlenül

látható ez a pont, ha a gyorsulást az elmozdulás függvényében is ábrázoljuk (53. ábra, ez nem volt feladat a versenyen). Az ábráról látható, hogy a gyorsulás az első 55-60 cm-en pozitív, a rugó körülbelül $x = 60$ cm-es úton gyorsítja az autót. Ez az érték, figyelembe véve, hogy a rugót $s = 15$ cm-es úton húztuk fel, összhangban van az áttételek körülbelül 4-szeres arányával.



52. ábra: Az autó gyorsulás-idő grafikonja



53. ábra: Az autó gyorsulás-elmozdulás grafikonja

A verseny végeredménye

A versenyen a második, elméleti fordulóból a legjobb 20 tanuló jutott a kísérleti döntőbe. A három legjobb versenyző – igazolva előzetes elképzeléseinket – a lehetséges pontszám több mint 87 %-át érte el. További 13 tanuló 45 % és 72 % között teljesített, és csak 4 tanuló ért el 37 %-nál kevesebbet [57].

A feladat szerepel a tehetséggondozó mérési szakkör programjában is, amit a 3.3.2 részben mutatok be.

3.3 Mérési versenyfeladatok „utóélete”

Mérési feladatokat készíteni nem könnyű. Egy versenyre készülő feladat legyen új, kevésbé ismert és érdekes, viszont középiskolás szinten érthető, és néhány óra alatt megoldható. A felhasznált eszközök és műszerek nem lehetnek túl bonyolultak vagy túl drágák, a mérési berendezés sok részét a feladat kitalálójának kell elkészítenie. Összességében a mérés kitalálása, kivitelezése, kipróbálása, a mérőeszköz elkészítése 10-15 példányban sok időt, munkát és pénzt igényel. Ugyanakkor egy-egy mérési versenyen csak aránylag kevés tanuló vehet részt, kevesen ismerkedhetnek meg a feladattal.

Egy jó mérési feladat és a sok példányban elkészült eszközök komoly értéket képviselnek, amit érdemes a verseny után is használni. Az elméleti versenyek problémái általában (megoldással együtt) megjelennek feladatgyűjteményekben, ami kiváló gyakorlási és felkészülési lehetőséget ad a későbbi versenyzőknek. A mérési versenyfeladatok hasznosítása nem ilyen egyszerű. Ezeknek a feladatoknak a publikálása is fontos, hiszen a versenyekre készülő tanulók és tanáraik a megjelent mérésleírásokból tájékozódhatnak a korábbi évek feladatairól és a mérési feladatok megoldásánál elvárt követelményekről (jegyzőkönyv készítése, táblázatok és grafikonok használata, numerikus és grafikus adatfeldolgozás, hibaszámítás). Ugyanakkor egy könyvben vagy folyóiratban leírt mérési feladat nem helyettesíthet egy valódi, elvégezhető mérést: a kísérletezést, a mérést *csinálni* is kell, nem lehet csak könyvből megtanulni.

A mérési feladatok verseny utáni felhasználására, szélesebb körben való megismertetésére sok lehetőség van. A feladatok akár újra fel is adhatók egy-egy kisebb versenyen, ahol az ismeretlenség, az eredetiség nem olyan fontos követelmény, mint egy (akár egyetemi felvételit is jelentő) országos versenyen. Ráadásul egy mérési feladat akkor is lehet új, ha valaki ismeri (olvasott róla), hiszen a nehézségek sokszor az apró részletekben, a gondos kivitelezésben, az idővel való helyes gazdálkodásban rejlenek.

Korábbi évek versenyfeladatai a legjobb gyakorlási, felkészülési lehetőséget nyújtják a hazai és nemzetközi versenyekre komolyan készülő diákoknak. Ugyanakkor egy-egy izgalmas mérés azoknak a tanulóknak az érdeklődését is felkeltheti, akik nem tűznek maguk elé ilyen célokat, a mérési versenyfeladatok elvégzése így a fizika szélesebb körű népszerűsítését is szolgálhatja. A BME Fizika Intézetében tartott *tehetséggondozó mérési szakkör* mindkét igénynek igyekszik megfelelni.

A mérési versenyfeladatok „utóéleté”-re egy további izgalmas lehetőség a feladat közös megoldása és elemzése – a feladathoz tartozó elméleti háttér felvázolásával, a mérés elvégzésével és számítógépes szimulációval együtt. Ennek helye a *középiskolai „workshop”*, egy szabadon választható, egész délutános, ünnepi hangulatú rendezvény, az érdeklődő tanulók (és – akár más szakokat tanító – tanárok) önkéntes részvételével.

3.3.1 Középiskolai „workshop”

A szűkös iskolai órakeret alig ad lehetőséget a tantervi tananyagon túlmutató, izgalmas és érdekes tudományterületek bemutatására, nehezebb feladatok megoldására, vagy időigényesebb kísérletek és mérések elvégzésére. A fizika óraszámok ráadásul – ahogy arról a 2. részben már szó volt – az újabb és újabb tantervek bevezetésével folyamatosan csökkennek. A heti másfél-két fizikaóra az egyre tömegesebbé váló oktatásban legtöbbször már a kötelező tananyag elsajátítására sem elegendő.

Több idő csak a rendszeres délutáni szakköri foglalkozásokon van, ahol az érdeklődő tanulók a délelőtti órákból kimaradó tananyaggal is foglalkozhatnak, közösen nehezebb feladatokat oldhatnak meg, vagy a kisebb létszámnak köszönhetően olyan méréseket is elvégezhetnek, amihez csak egy-egy példányban vannak eszközök. Tizenöt évvel ezelőtt az Árpád Gimnáziumban a speciális matematika tagozatos osztályom tanulóinak közel fele járt rendszeresen fizika szakkörre az akkor még heti 2-3 kötelező fizikaóra mellett. (Igaz, ez az osztály kiemelkedő volt: a négy év során a harmincfős osztályból öten voltak országos fizikaversenyeken az első húsz között, és ebbe az osztályba járt legsikeresebb tanítványom, Tóth Gábor Zsolt is, aki Eötvös-versenyt és OKTV-t is nyert, a Nemzetközi Fizikai Diákolimpián pedig ezüstérmet kapott.)

Tapasztalatom szerint azonban – legalábbis Budapesten – a különböző szabadidős programok (számítógépes játékok és internet, egyre bővülő szórakozási lehetőségek) és más iskolán kívüli elfoglaltságok (elsősorban idegen nyelv és más felkészítő különórák) miatt egyre kevesebb diák akar vagy tud időt szakítani a rendszeres délutáni szakkörökre. A csökkenő létszám miatt az egy-egy osztály tantervi tananyagához kapcsolódó szakkörök egyre kevésbé működnek.

Ezért több éven át tematikus szakköröket hirdettem meg: az iskola több osztályából működőképes létszámú csoport állt össze, akikkel egy egész éven át egyetlen, a tananyagban nem vagy csak alig tárgyalt témával foglalkoztunk. A tematikus szakkör első évében a relativitáselmélettel ismerkedtünk: a rendelkezésünkre álló idő lehetővé tette, hogy ne csak az ismeretterjesztő előadások stílusában beszéljek az elmélet egy-egy érdekes következtetéséről, hanem a fogalmak megalapozása után sokat rajzoljunk (események és világvonalak különböző koordinátarendszerekben), és rendszeresen végig is számoljunk egy sor érdekes feladatot. A következő évben, az „a-tom fizika szakkör” keretében Leon Lederman könyve [62] alapján az elemi részecskék világában kalandoztunk. A harmadik évben pedig, a „káosz szakkör”-ön fraktálokat és kaotikus jelenségeket tanulmányoztunk, elsősorban számítógéppel. Néhány diákom nagyon jól tudott programozni, szívesen dolgoztak otthon is egy-egy feladat megoldásán, a szakköri foglalkozásokon pedig az elkészült programokkal „kísérletezhettünk”. A szakkör – bár az iskola méretéhez képest nagyon kis létszámmal – igazi önképzőkörként működött.

A tematikus szakkörök egyetlen hosszú délutánra összesűrített változata a középiskolai „workshop”. Egy-egy ilyen rendkívüli alkalomra azonban sok olyan diákot is el lehet csábítani, akik rendszeresen nem akarnak vagy nem tudnak szakkörre járni. A „workshop” egy iskolanaphoz, vagy más rendkívüli eseményhez kapcsolódóan érdemes megrendezni, amikor sok tanuló van az iskolában, és akár estig is együtt lehet maradni. A részvétel természetesen önkéntes, és a plakátokon nemcsak diákokat, hanem tanárokat is hívunk.

A „workshop” egyetlen, a tananyaghoz csak lazán kapcsolódó, érdekes, izgalmas témát dolgoz fel. Az egész délutános program lehetővé teszi, hogy a résztvevők megismerkedjenek a feldolgozott jelenség matematikai és fizikai alapjaival, kísérleteket és méréseket végezzenek, számítógép segítségével modellezzék a jelenséget, és értelmezzék az eredményeket.

A „workshop” célja azonban nemcsak egy érdekes kísérlet elvégzése és elemzése, hanem az interdiszciplináris megközelítés bemutatása és népszerűsítése is. Magyarországon az iskolai oktatás – az elmúlt évek reformjai ellenére – túlzottan tantárgyakra tagolódik, sajnos a természettudományos tárgyak, a matematika és a számítástechnika között is nagyon gyenge az együttműködés. Pedig a legtöbb diák által jól ismert, egyszerű számítógépes programok segítségével olyan problémák és fizikai jelenségek is kvantitatívan vizsgálhatók és megoldhatók, melyekhez számítógép hiányában bonyolult, a középiskolai szintet messze meghaladó matematikai ismeretek lennének szükségesek.

Több mint tíz éve a fentebb már említett osztályom egyik csoportjában lehetőségem volt egy éven át a fizika mellett számítástechnikát is tanítani. A csoport tanulói már otthon vagy máshol tanultak annyi számítástechnikát, ami akkor a kötelező tananyag volt, így az órákon kötöttségektől mentesen választhattam meg a témát: fizikai problémák megoldása számítógéppel. Az első félévben közösen elemeztünk egy problémát: a szabadon eső test mozgásának számítását a légellenállás figyelembevételével. A program algoritmusát közösen készítettük el. Ennek középpontjában a differenciálegyenlet numerikus megoldásának algoritmusai áll, amit már a 3.1.1 rész végén (26. oldal) a mérnök-fizikusok szorgalmi feladata kapcsán bemutattam. A programokat viszont már mindenki maga írta meg az általa ismert, szabadon választott programnyelven (például Basic vagy Turbo Pascal). A második félévben mindenki maga választhatott feladatot, amin otthon is dolgozhatott. A megoldásról az órákon folyamatosan lehetett konzultálni. Néhány feldolgozott probléma: instabil helyzetből eldőlé és a talajon megcsúszó pálca, félhengerben súrlódással csúszkáló test mozgása, gravitációs háromtestprobléma. Szép, grafikusan is megjelenített megoldások születtek.

A fizikához hasonlóan a matematikatanításban is nagyon jól használhatók lennének már az alapszintű programozási ismeretek is. A számítógépes „kísérleti matematika” izgalmas lehetőségeiről az *erdei iskolák*ban szereztem tapasztalatot (erről a 3.4 részben lesz szó). Ennek ellenére még a speciális matematika tagozaton is teljesen elkülönül a matematika és a (döntően felhasználói ismereteket adó) számítástechnika oktatása.

Meghívott előadóként más iskolákban is tartottam előadásokat, ahol általában egy-egy, a tananyag peremére szorult témáról beszéltem. Ezekon az előadásokon (melyek anyagából több ismeretterjesztő cikket is írtam, pl. [63], [64], [65], [66]) a „workshop” koncepciójával összhangban néhány bemutatott kísérletet, vagy a szabadban megfigyelhető jelenséget kapcsolok össze egy fizikai téma ismertetésével. Például „Hova verjük a sátrunkat?” címmel az iskolai tananyagban alig tárgyalt hőszugárzással lehet megismertetni a hallgatóságot. A hőszugárzás törvényei – melyek Max Planck kvantumhipotézisével fontos szerepet kaptak a XX. századi fizika megszületésében is – nemcsak abban segítenek minket, hogy ne fázzunk éjjel a sátorban, hanem egy sor globális problémát is érthetővé tesznek.

Azonban igazi „workshop”-okat az Árpád Gimnáziumban Mezei István (ELTE TTK Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék) közreműködésével rendeztem, aki gimnazisták számára is érthetően tud beszélni egyetemi szintű matematikáról. Az egyik ilyen „workshop”-on például a hallgatóság számára érthetővé tette a variációs számítás alapjait, és – kisebb egyszerűsítésekkel, a matematikai szigor mellőzésével – megmutatta a brachisztokron-probléma megoldását is. Azt, hogy két pont között nem az egyenes pálya a leggyorsabb, kísérlettel is jól lehet szemléltetni különböző alakú pályákon versengő golyókkal. Emellett más fizikai szélsőérték-problémákat is bemutattam és elemeztem (minimálfelületek szappanhártyákon, fénysugarak terjedése inhomogén közegben).

A következőkben azt a 2000. január 12-én megtartott „workshop”-ot ismertetem részletesebben, amelynek középpontjában a 3.2.1 részben bemutatott nehéz hullámoptikai versenyfeladat áll [55], [56].

Mérési versenyfeladat megoldása és elemzése a „workshop”-on

A verseny és a „workshop” körülményei eltérők, a legfontosabb különbségeket az 1. táblázatban foglaltam össze:

<i>A versenyen:</i>	<i>A „workshop”-on:</i>
• szűk időkeret	• több idő van
• egyedül kell dolgozni	• közösen lehet dolgozni
• csak zsebszámológép, milliméterpapír, vonalzó használható	• az adatfeldolgozáshoz és a szimulációhoz számítógép használható
• korlátozott ismeretek (könyvek nem használhatók)	• háttér információk, bevezető előadás, kérdezni lehet

1. táblázat: A verseny és a „workshop” körülményeinek összehasonlítása

A versenyfeladat az olimpiai csapat kiválasztására készült, ezért a tanulók az olimpiákhoz hasonló körülmények között, a Nemzetközi Fizikai Diákolimpia szabályai szerint versenyeztek. Az olimpiákon a feladatok mennyiségéhez képest szűk időkeret az egyik legnagyobb nehézség (a magyar csapat tagjai általában nem

a feladatok nehézségére, hanem a kevés időre panaszkodnak). A versenyen egyedül kell dolgozni, és – egyelőre – még programozható zsebszámológépet se lehet használni. Az olimpia szabályai (eltérően a hazai tanulmányi versenyektől) nem engednek semmilyen segédeszköz (könyv, füzet, függvénytábla) használatát.

A „workshop”-on nem szorít az idő – az sem baj, ha nem oldjuk meg a feladat minden részét. A közös munka könnyebb, gyorsabb, és így azok is részt vehetnek a mérésben, akik egyedül nem tudnák azt elvégezni. Az egyik legnagyobb különbség a számítógép használata: a számítógép nemcsak megkönnyíti és felgyorsítja a mért értékek feldolgozását és ábrázolását, hanem lehetővé teszi a mérési adatok összevetését is a számítógépes szimuláció eredményeivel. A bevezető előadásnak, a „workshop” kötetlen jellegének (kérdezni bármikor lehet) köszönhetően mindenki megértheti a feladatot, nem csak a legjobbak.

A matematikai háttér

A „workshop” matematikai háttérét a Fourier-sorok és Fourier-integrálok középiskolai szintű ismertetése adta. Az elemzett mérésnek ehhez az a kapcsolata, hogy a résrendszerek diffrakciós képe a Fourier-integrálnak, ennek a matematikai konstrukciónak az egyik látványos fizikai realizációja. Az n résből álló résrendszer (ahol a rések távolsága d , szélessége w) diffrakciós képének intenzitását a Fourier-integrál segítségével lehet meghatározni:

$$I(\mathbf{k}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp(\mathbf{kx}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right|^2,$$

$$\text{ahol } |\mathbf{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

$$\mathbf{kx} = kx \sin \theta \approx kx \theta \quad (\theta \ll 1) \text{ és}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x \in [md; w + md] \quad m = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & \text{máshol} \end{cases}.$$

Behelyettesítve \mathbf{kx} és $f(x)$ kifejezését az intenzitás:

$$\begin{aligned} I(\theta) &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp(kx\theta) f(x) dx \right|^2 = \\ &= \left| \sum_{m=0}^{n-1} \int_{md}^{w+md} \exp(kx\theta) dx \right|^2 = \\ &= \left| \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\exp(kmd\theta) (\exp(kw\theta) - 1)}{k\theta} \right|^2 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left| \frac{\exp(kwd\theta i) - 1}{k\theta i} \cdot \frac{\exp(knd\theta i) - 1}{\exp(kd\theta i) - 1} \right|^2 = \\
&= \left| \frac{\exp\left(\frac{k}{2}w\theta i\right) \frac{\exp\left(\frac{k}{2}w\theta i\right) - \exp\left(-\frac{k}{2}w\theta i\right)}{2i}}{\frac{k\theta i}{2i}} \cdot \frac{\exp\left(\frac{k}{2}nd\theta i\right) \frac{\exp\left(\frac{k}{2}nd\theta i\right) - \exp\left(-\frac{k}{2}nd\theta i\right)}{2i}}{\exp\left(\frac{k}{2}d\theta i\right) \frac{\exp\left(\frac{k}{2}d\theta i\right) - \exp\left(-\frac{k}{2}d\theta i\right)}{2i}} \right|^2 = \\
&= \left| \frac{\exp\left[\frac{k}{2}(w+nd-d)\theta i\right] \sin\left(\frac{k}{2}w\theta\right) \cdot \sin\left(\frac{k}{2}nd\theta\right)}{\frac{k\theta}{2} \cdot \sin\left(\frac{k}{2}d\theta\right)} \right|^2 = \\
&= \frac{\sin^2\left(\frac{k}{2}w\theta\right) \cdot \sin^2\left(\frac{k}{2}nd\theta\right)}{\frac{k^2\theta^2}{4} \cdot \sin^2\left(\frac{k}{2}d\theta\right)} = \\
&= \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}w\theta\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}nd\theta\right)}{\frac{\pi^2\theta^2}{\lambda^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\theta\right)}.
\end{aligned}$$

A „workshop”-on azonban csak megemlítettük, hogy a diffrakciós képet így lehet meghatározni, ezt a levezetést nem mutattuk meg.

A mérés közös elvégzése

A mérést a felmerülő gyakorlati nehézségek megbeszélése után a résztvevők együtt végezték el a 3.2.1 részben leírtaknak megfelelően. A versenyhez képest döntő különbség, hogy a mért adatokat egy előkészített Excel táblázatba azonnal be

lehet írni, így a diffrakciós görbe a táblázathoz tartozó grafikonon már a mérés közben láthatóvá válik.

Az Excel táblázatkezelő nem tudományos célokra készült, hátrányairól már korábban (3.1.1 rész, 23. oldal) szó volt. Ugyanakkor középiskolai szinten mindenképp mellette szól, hogy a tanulók nagy része ismeri, könnyen kezelhető, és az adatsorokból néhány gombnyomással grafikonokat lehet készíteni.

A mérés kiértékelése és a diffrakciós kép szimulációja

A diffrakciós görbe értelmezéséhez a fázor reprezentációt ismerttettem a 3.2.1 részben leírtakhoz hasonlóan. A fázor reprezentáció segítségével az I_{rel} relatív intenzitás képlete a Fourier-integrál levezetése nélkül is kiszámolható.

Felhasználva a 37. ábra (3.2.1 rész, 46. oldal) alapján levezetett eredményeket egy rés eredő E_1 fázorja az

$$E_1 = \frac{\lambda}{\pi\theta} \sin\left(\frac{\pi\theta}{\lambda} w\right)$$

képlettel, a résrendszer eredő E fázorja pedig az

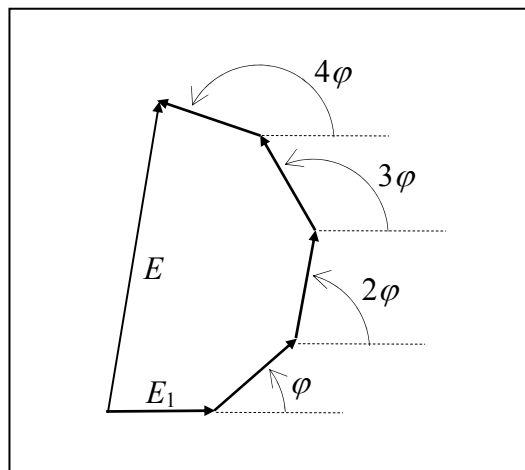
$$E = \sum E_i$$

összegzéssel határozható meg. Az összeg a vektorkomponensek segítségével kifejezhető (54. ábra):

$$E = E_1 \sqrt{[1 + \cos \varphi + \cos 2\varphi + \dots + \cos(n-1)\varphi]^2 + [\sin \varphi + \sin 2\varphi + \dots + \sin(n-1)\varphi]^2},$$

ahol (a 37. ábra alapján)

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \theta d.$$



54. ábra: Az egyes részek télerősségének összegzése

Felhasználva, hogy

$$I = |\mathbf{E}|^2 = E^2,$$

$$I_{rel} = \frac{I}{I_0} \text{ és}$$

$$I_0 = n^2 w^2 \text{ (45. oldal),}$$

az I_{rel} relatív intenzitás

$$I_{rel} = E_1^2 \frac{[1 + \cos \varphi + \cos 2\varphi + \dots + \cos(n-1)\varphi]^2 + [\sin \varphi + \sin 2\varphi + \dots + \sin(n-1)\varphi]^2}{n^2 w^2},$$

ahol

$$E_1 = \frac{\lambda}{\pi \theta} \sin\left(\frac{\pi \theta}{\lambda} w\right) \text{ és } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \theta d.$$

Ezen kívül a 34. ábra (42. oldal) alapján

$$y = D \tan \theta \approx D \theta \text{ (} \theta \ll 1 \text{),}$$

és így a θ paraméter segítségével I_{rel} és y is kifejezhető és táblázatba foglalható, az $I_{rel}(y)$ függvény pedig grafikonon ábrázolható. Az Excel táblázat részletei az 55. és 56. ábrán láthatók (a fájlt letölthető az internetről is [67]).

Az 55. ábra a számítások egy részletét mutatja. A táblázat elkészítéséhez csak a 4. sor képleteit kell beírni, a többi sor (5-253.) az egér lehúzásával már egyetlen mozdulattal létrehozható („autokitöltő”). A 3. sor egyszerűbb (I_0 számítása), de azt külön kell kitölteni, hogy ne keletkezzen „zéróosztó” hiba. A képletekben szerepelnek a felhasználó által megadható paraméterek értékei is, ezeket a táblázat könnyebb használhatósága érdekében a grafikon fölött helyeztem el (56. ábra).

A 4. sor egyes oszlopainak képletei:

- J oszlop (θ értéke): $J4=J3+H\$2$ (H\$2 paraméter a felbontás, most $\Delta\theta = 0,0001$)
- K oszlop (φ számolása): $K4=2*PI()*J4*C\$2/E\2 (a C\$2 paraméter a rések d távolsága, E\$2 a λ hullámhossz, mindkettő μm -ben)
- L oszlop (E_1 számolása): $L4=E\$2/PI()/J4*SIN(PI()*B\$2*J4*C\$2/E\$2)$ (B\$2 = w/d)
- M-V oszlopok ($\cos n\varphi$ és $\sin n\varphi$ számolása): $M4=COS(K4)$, $N4=COS(2*K4)$, ... $Q4=COS(5*K4)$ és $R4=SIN(K4)$, $S4=SIN(2*K4)$, ... $V4=SIN(5*K4)$, értelemszerűen
- W-AH oszlopok ($\sum_{i=0}^{n-1} \cos i\varphi$ és $\sum_{i=0}^{n-1} \sin i\varphi$ számolása): $W4=1$, $X4=1+M4$, $Y4=1+SZUM(M4:N4)$, ... $AB4=1+SZUM(M4:Q4)$, illetve $AC4=0$, $AD4=R4$, $AE4=SZUM(R4:S4)$, ... $AH4=SZUM(R4:V4)$

- AI-AN oszlopok ($I(n)$ -ek számolása az $E_1^2 \cdot \left[\left(\sum \cos i\varphi \right)^2 + \left(\sum \sin i\varphi \right)^2 \right]$ képlettel):
AI4=L4*L4*(W4*W4+AC4*AC4), ... AN4=L4*L4*(AB4*AB4+AH4*AH4)
- AO oszlop (az n értékének megfelelő I kiválasztása):
AO=HA(A\$2=1;AI4;HA(A\$2=2;AJ4;HA(A\$2=3;AK4;HA(A\$2=4;AL4;HA(A\$2=5;AM4;HA(A\$2=6;AN4;0))))))
- AP oszlop (y számolása mm-ben): AP4=J4*F\$2*1000 (F\$2 D értéke m-ben)
- AQ oszlop (I_{rel} számolása): AQ4=AO4/AO\$3*I\$2 (AO\$3 I_o értéke, I\$2 segítségével nagyítani lehet a grafikont)

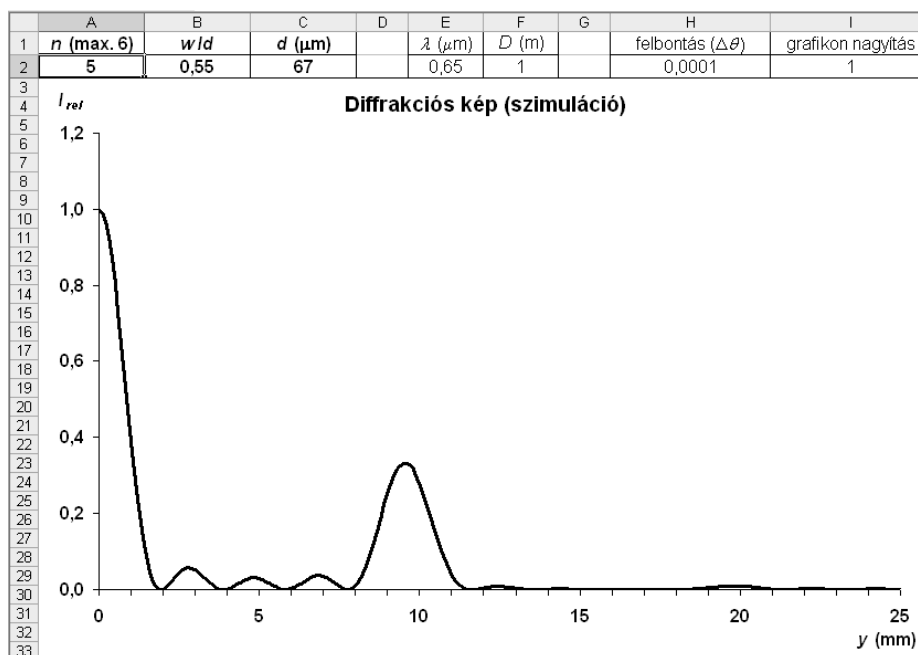
	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1		$\varphi =$	$E_1 =$										
2	θ	$2\pi\theta d/\lambda$	$\lambda \sin(\pi\theta w/\lambda)/\pi\theta$	$\cos(\varphi)$	$\cos(2\varphi)$	$\cos(3\varphi)$	$\cos(4\varphi)$	$\cos(5\varphi)$	$\sin(\varphi)$	$\sin(2\varphi)$	$\sin(3\varphi)$	$\sin(4\varphi)$	$\sin(5\varphi)$
3	0,0000	0,0000	36,850	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,0001	0,0648	36,848	0,998	0,992	0,981	0,967	0,948	0,065	0,129	0,193	0,256	0,318
5	0,0002	0,1295	36,842	0,992	0,967	0,925	0,869	0,798	0,129	0,256	0,379	0,495	0,603
6	0,0003	0,1943	36,832	0,981	0,925	0,835	0,713	0,564	0,193	0,379	0,550	0,701	0,826
7	0,0004	0,2591	36,819	0,967	0,869	0,713	0,509	0,272	0,256	0,495	0,701	0,860	0,962
8	0,0005	0,3238	36,801	0,948	0,798	0,564	0,272	-0,048	0,318	0,603	0,826	0,962	0,999
9	0,0006	0,3886	36,780	0,925	0,713	0,394	0,016	-0,364	0,379	0,701	0,919	1,000	0,932
10	0,0007	0,4534	36,755	0,899	0,616	0,209	-0,240	-0,641	0,438	0,787	0,978	0,971	0,767
11	0,0008	0,5181	36,725	0,869	0,509	0,016	-0,481	-0,852	0,495	0,860	1,000	0,877	0,524
12	0,0009	0,5829	36,692	0,835	0,394	-0,177	-0,689	-0,974	0,550	0,919	0,984	0,724	0,225

W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
	$\sum \cos(i\varphi) \quad (i=0 \dots n-1)$					$\sum \sin(i\varphi) \quad (i=0 \dots n-1)$					
$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
1	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000	0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	1,998	2,990	3,971	4,937	5,885	0	0,065	0,194	0,387	0,643	0,961
1	1,992	2,958	3,884	4,752	5,550	0	0,129	0,385	0,764	1,259	1,863
1	1,981	2,907	3,742	4,454	5,018	0	0,193	0,572	1,122	1,824	2,649
1	1,967	2,835	3,548	4,058	4,330	0	0,256	0,751	1,453	2,313	3,275
1	1,948	2,746	3,310	3,582	3,533	0	0,318	0,922	1,747	2,710	3,708
1	1,925	2,638	3,032	3,049	2,685	0	0,379	1,080	1,999	2,999	3,931
1	1,899	2,515	2,724	2,484	1,843	0	0,438	1,225	2,203	3,174	3,941
1	1,869	2,378	2,395	1,914	1,062	0	0,495	1,356	2,356	3,232	3,756
1	1,835	2,229	2,052	1,363	0,388	0	0,550	1,470	2,454	3,178	3,403

AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ
$I = E_1^2 \cdot \left[\left(\sum \cos(i\varphi) \right)^2 + \left(\sum \sin(i\varphi) \right)^2 \right]$							$y =$	
$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$I(n)$	$D\theta$	$I_r(n)$
1358	5432	12221	21727	33948	48885	33948	0	1,0000
1358	5425	12186	21611	33661	48285	33661	0,1	0,9915
1357	5407	12080	21266	32810	46519	32810	0,2	0,9665
1357	5375	11905	20700	31430	43689	31430	0,3	0,9258
1356	5332	11664	19928	29574	39958	29574	0,4	0,8712
1354	5277	11359	18969	27316	35533	27316	0,5	0,8047
1353	5209	10995	17846	24742	30654	24742	0,6	0,7288
1351	5131	10576	16586	21947	25576	21947	0,7	0,6465
1349	5041	10107	15218	19032	20547	19032	0,8	0,5606
1346	4941	9596	13775	16098	15797	16098	0,9	0,4742

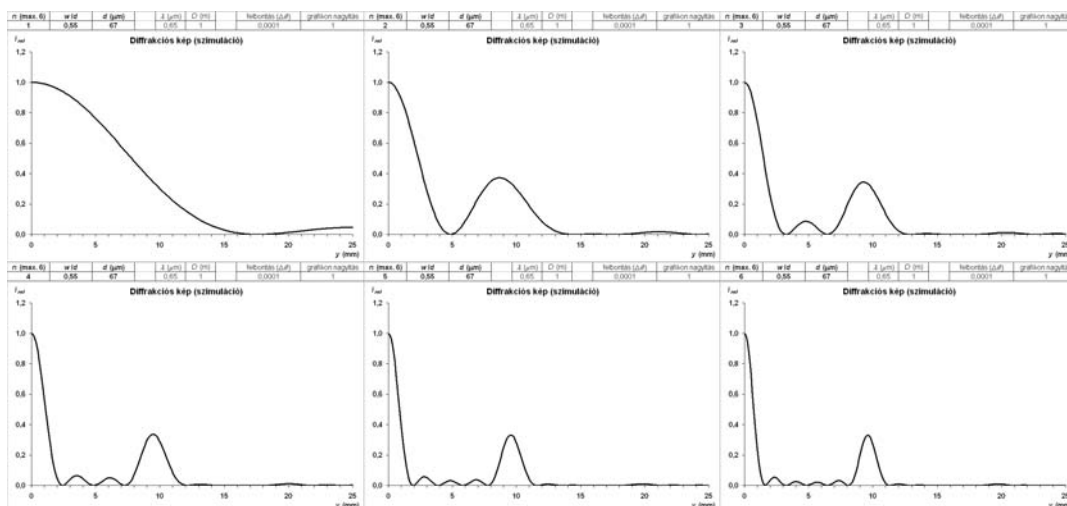
55. ábra: Az Excel táblázat részletei (számítások)

3 Tudományos eredmények



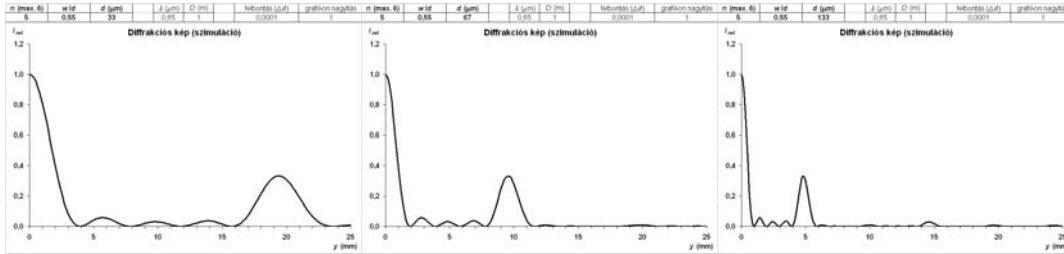
56. ábra: Az Excel táblázat részlete: a grafikon a változtatható paraméterekkel

Ezzel a grafikkal már „kísérletezni” lehet: a paraméterek változtatásával meg lehet keresni, hogy a szimulált grafikon mikor egyezik legjobban a mért értékekkel. Az 57. ábra különböző számú rés esetén mutatja a szimulált diffrakciós képet (n értéke 1 és 6 között változik, $d = 67 \mu\text{m}$, $w/d = 0,55$). Jól megfigyelhető, hogy a központi maximum és az első nagy maximum között $n-1$ minimumhely és $n-2$ kis maximum van.



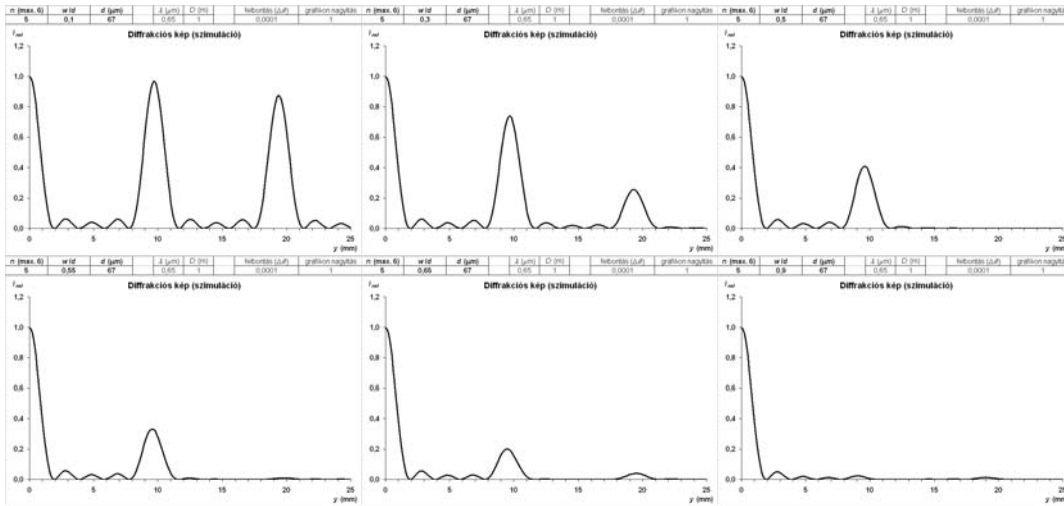
57. ábra: Szimulált diffrakciós kép $n = 1, n = 2, \dots, n = 6$ réssel

Az 58. ábra a d réstávolság változtatásának hatását mutatja: d növelésével a diffrakciós kép y irányban összenyomódik.



58. ábra: Szimulált diffrakciós kép $d = 33 \mu\text{m}$, $d = 67 \mu\text{m}$ és $d = 133 \mu\text{m}$ réstávolságnál

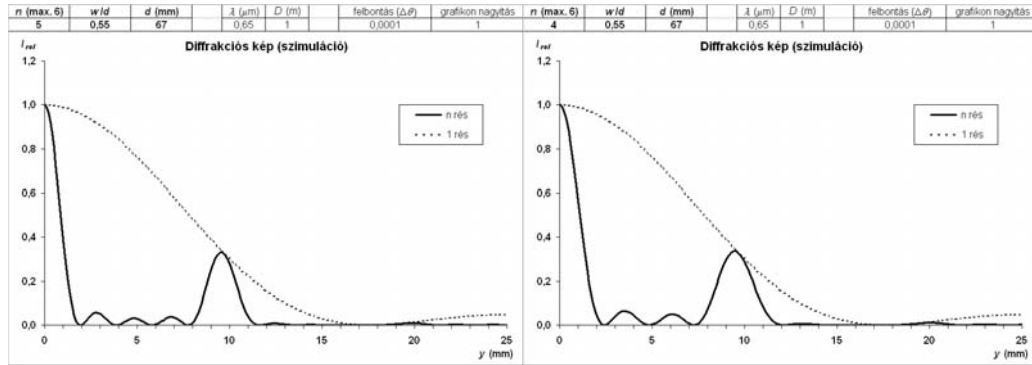
Az 59. ábrán az $n = 5$ résből álló rendszer ($d = 67 \mu\text{m}$) diffrakciós képe látható különböző szélességű rések esetén. Jól megfigyelhető, hogy kis w/d értéknél (1. grafikon, $w/d = 0,1$) a nagy maximumok majdnem akkorák, mint a központi fő maximum, a grafikon az optikai rács diffrakciós képére hasonlít. Növekvő w/d értékeknél a maximumok folyamatosan csökkennek (2. grafikon, $w/d = 0,3$), majd $w/d = 0,5$ értéknél (3. grafikon) teljesen eltűnik a második nagy maximum. A rés szélességét tovább növelve az első nagy maximum tovább csökken, viszont újra megjelenik a második nagy maximum (4. és 5. grafikon, $w/d = 0,55$ és $w/d = 0,65$). Végül nagy w/d értéknél (6. grafikon, $w/d = 0,9$) a központi fő maximumon kívül alig vannak maximumok, a grafikon egyetlen széles rés diffrakciós képére hasonlít. A mért értékekkel a 4. grafikon ($w/d = 0,55$) van leginkább összhangban.



59. ábra: Szimulált diffrakciós kép w/d különböző értékeknél (0,1; 0,3; 0,5; 0,55; 0,65 és 0,9)

A szimuláció segítségével a feladat megoldása (n , d és w/d értékének meghatározása) után is tovább lehet „játszani”: a 60. ábrán látható grafikonon egyszer-

re ábrázolom az n résből álló résrendszer és egyetlen rés diffrakciós képét. Jól látható, hogy az egyetlen résen kialakuló diffrakciós kép a többréses rendszer diffrakciós képének burkolója.



60. ábra: Szimulált diffrakciós képek: egy rés és több rés képe együtt ($n = 5$, illetve $n = 4$)

Ugyanakkor nagyon fontosnak tartom hangsúlyozni, hogy a „workshop”-on a számítógépes szimuláció csak kiegészíti a *valódi* kísérletet és mérést.

Az utóbbi időben egyre több látványos szimulációs program kapható, ezekkel olyan jelenségek is vizsgálhatók és „bemutathatók”, melyekre különben nem lenne lehetőség. Azonban az aránylag olcsón beszerezhető (vagy akár megírható) szimulációk legtöbbször nem kiegészítik, hanem helyettesítik a sokkal drágábban és több munkával összeállítható kísérleteket. Ennek a csak (nagyon leegyszerűsített, életidegen) elméleti feladatokkal foglalkozó „krétafiziká”-hoz hasonlóan az a nagy veszélye, hogy a számítógépen látható virtuális világ teljesen elszakad a valótól. A szimulációkkal a valóságtól teljesen függetlenül, sőt azzal teljes ellentmondásban is be lehet mutatni bármit – akár rossz fizikai modell (például a jelenség szempontjából lényeges hatások elhanyagolása) vagy véletlen programozási hiba miatt, de akár szándékos „csalással” is.

A „workshop”-on viszont az elvégzett mérés igazolja a modell és a szimuláció „valódiságát” – miközben a szimuláció pedig segíti a mérés kiértékelését. A résztvevők egyszerre láthatják a valódi kísérletben a detektor falán a különböző erősségű fényfoltokat és a mérőműszer által kijelzett feszültséget, valamint a fázorábrákat és az intenzitás grafikonokat. Ez lehetővé teszi a modell és a valóság, a matematikai leírás és a fizikai megjelenés közti kapcsolat jobb megértését.

Az egész délutános, ünnepi hangulatú együttlét jó lehetőség arra is, hogy az iskolában tanító kollégák megismerhessék egymás munkáját, és néhány új ötletet kapjanak. Inspiráló alkalom a szervezőknek is: olyan új módszereket, eszközöket, programokat kell kitalálni, melyeket később is lehet használni. A „workshop” legnagyobb haszna azonban az, hogy az érdekes mérések és a számítógépes szimuláció, a kötetlen forma és az interdiszciplináris megközelítés felkeltheti néhány résztvevő érdeklődését a matematika és a fizika iránt.

3.3.2 Tehetséggondozó mérési szakkör

A fizika iránt különösen érdeklődő, tehetséges tanulók az „olimpiai” szakkörön foglalkozhatnak az iskolai tananyagot meghaladó szinten fizikával. Ezeknek a szakköröknek a résztvevői (és az országos versenyek győztesei) közül választjuk ki a Nemzetközi Fizikai Diákolimpiára utazó ötfős magyar csapatot. Jelenleg Békéscsabán, Budapesten, Debrecenben, Miskolcon, Pécsen és Szegeden működik olimpiai felkészítő szakkör.

A budapesti „elméleti” szakkör munkájában 1995 óta veszek részt. A szakkörön minden héten egy feladatsort osztunk ki, amivel egy hétig otthon lehet foglalkozni, majd a következő alkalommal együtt megbeszéljük (általában valaki elmondja az otthoni megoldását, amit szükség esetén a többiek, vagy a szakkört vezető tanár kiegészít). A szakkörre körülbelül 20-30 diák jár: egy részük inkább csak érdeklődő, passzív résztvevője a munkának, de minden évben van néhány olyan kimagasló képességű tanuló, aki minden héten minden feladatot megold – általában közülük kerülnek ki később az olimpiai csapat tagjai.

A szakkör éppen ezért komoly kihívás a szakkört vezető tanárnak is: a foglalkozásokra nehéz és érdekes feladatokkal kell készülnie. A kitűzött feladatok témája és stílusa is változatos: fontos foglalkozni olyan területekkel, melyek szinte teljesen kimaradnak a magyar tananyagból, de részei az olimpián elvárt ismereteknek (Bragg-törvény, hősugárzás, entrópia, relativitáselmélet), szükség van nagy ötleteket igénylő, izgalmas problémákra, és több részből álló, hosszas számolást igénylő feladatokra is (melyek jobban hasonlítanak az olimpiákon kitűzöttekre).

A szakkörre a klasszikus, szép elméleti problémák mellett be lehet „csempegni” a hétköznapi élet jelenségeit és a műszaki gyakorlatot is: kitűzök például olyan feladatokat is, ahol egy ember hősugárzását kell megbecsülni, egy veszteséges transzformátor működését kell kiszámítani (komplex szám reprezentációval), vagy egy ömlesztett anyag továbbítására használt rázócsúszdát kell „megtervezni”.

A szakkör résztvevőinek matematikai felkészültsége lehetővé teszi az alapszintű differenciál- és integrálszámítás használatát, valamint a legegyszerűbb differenciálegyenletek megoldását is. Ugyanakkor nagyon fontosnak tartom olyan zárt alakban nem megoldható, nemlineáris problémák tárgyalását is, ahol (a hazai iskolai gyakorlatban indokolatlanul háttérbe szoruló) közelítő, grafikus és numerikus módszerek használatára van szükség.

Az olimpiai csapat elméleti felkészítése alapvetően az egész éves szakköri munkán alapul: a válogatóverseny után az ötfős csapat még két alkalommal néhány napos intenzív felkészítésen vesz részt, de ott a hangsúlyt már inkább a mérésekre helyezzük, legfeljebb néhány elméleti kérdéssel foglalkozunk. Az olimpiákra kiutazó tanulók elméleti tudása nemcsak hazai, hanem nemzetközi összehasonlításban is kimagasló, amit az eredmények is igazolnak. A csapatvezetők tapasztalatai szerint általában a kevésbé sikeres versenyzők esetében sem az ismeretek hiányoz-

nak, hanem az idő rövideje miatt nem tudnak befejezni egy-egy feladatot. (Néhány, elsősorban ázsiai országban a versenyzőket speciális iskolákban egész éven át „edzik” a gyorsabb, rutinosabb feladatmegoldásra – ezt a versenysportra emlékeztető módszert azonban nem helyesljük. Fontosnak tartjuk, hogy a magyar csapat tagjai kiemelkedően okos és nagy tudású, de amúgy teljesen „normális” középiskolások.)

Sokkal nehezebb a versenyzők felkészítése a mérésekre. Sok iskolában egyáltalán nincsenek tanulói kísérletek és mérések (demonstrációs kísérletek is alig), így az olimpiai szakkörökbe bekapcsolódó diákok egy részének nincsen semmilyen mérési tapasztalata.

A hetvenes években azok, akik be szerettek volna kerülni az olimpiai csapatba, egész éven át egy levelező szakkörön vettek részt: minden hónapban postán kaptak egy-egy feladatsort, a megoldásokat pedig vissza kellett küldeniük. A feladatsorokban mérések is voltak, amiket egyszerű otthoni eszközökkel kellett elvégezni. (Például: csapból kifolyó vízszög elvékonyodásának vizsgálata a vízhozam függvényében. Otthon elvégezhető mérésekkel ma is lehet gyakorolni: ilyen stílusúak a KöMal mérési pontversenyén kitűzött feladatok [22], 9. oldal) Komolyabb műszerezettségű mérésekkel csak a nyár eleji néhány napos felkészítésen találkozhattak a csapat tagjai (az ELTE TTK Általános Fizika Tanszékén [68], ahol húsz éven keresztül az OKTV kísérleti fordulóját is rendezték).

Az OKTV kísérleti döntőjét 1994 óta három különböző helyen rendezik: az I. kategóriának (szakközépiskolások) a Szegedi Tudományegyetemen, a II. kategóriának (gimnáziumok alap óraszámában fizikát tanuló diákjai) a Debreceni Egyetem Kísérleti Fizika Tanszékén, a III. kategóriának (fizikát emelt óraszámában tanuló gimnazisták) pedig Budapesten, a BME Fizikai Intézetében [69]. A budapesti döntő mérési feladataira alapozva Vannay László, a laboratórium vezetője 1997-ben tehetséggondozó mérési szakkört hirdetett meg 11-12. évfolyamos középiskolás tanulóknak. A mérési foglalkozásokat 1997-ben „külsősként” kezdem vezetni, 1999 óta egyetemi oktatóként szervezem és irányítom a szakkör munkáját.

A tehetséggondozó mérési szakkör évente körülbelül 40 tanulónak nyújt lehetőséget tanári irányítással színvonalas mérési feladatok elvégzésére. A szakkörre nemcsak Budapestről, hanem az egész országból (sőt a határon túlról is) járnak diákok. (A vidéki résztvevők fizika iránti komoly érdeklődését bizonyítja, hogy a Debrecenből, Egerből, Miskolcra, Pécsről, Zalaegerszegről vagy a Csallóközből érkező tanulók akár 3-4 órás utazást is vállalnak a szakkör érdekében.)

A szakkörre bárki jelentkezhet: vannak olyanok, akik az OKTV döntőjére szeretnének felkészülni, mások „csak” a kísérletezés, a mérések iránt érdeklődnek. A mérésekre a budapesti és vidéki olimpiai szakkörök résztvevői közül is egyre többen járnak, így a tehetséggondozó szakkör egyben olimpiai mérési szakkörként is működik, megalapozva ezzel az olimpiai csapat kísérleti felkészítését. A Fizikai Intézet hallgatói laboratóriuma ezzel az egyetemi fizikusképzés mellett a középiskolai tehetséggondozás és az olimpiai felkészítés fontos helyszínévé is vált: 2002

óta az olimpiai válogatóversenyek mérési fordulóját is itt rendezzük, és a csapat végső felkészítése is részben itt történik.

A tehetséggondozó mérési szakkör programja

A tehetséggondozó mérési szakkörön külön programot [21] hirdetünk meg a 11. és 12. évfolyam számára, így mindenki két éven át járhat a szakkörre. A mérések döntő többségét a korábbi évek OKTV-döntőkre készült feladatai közül válogattuk. A két kivétel az egyen- és váltóáramú elektromos alpmérések és az oszcilloszkópos mérési gyakorlat. Ezek a mérések a 11. évfolyamos szakkör végén ismertetik meg a résztvevőket a következő év méréseihez is szükséges legfontosabb elektromos műszerekkel. Az utolsó alkalommal pedig kísérleti bemutatót tartunk.

A programban jelenleg a következő mérési versenyfeladatok szerepelnek:

Cukoroldat koncentrációjának meghatározása: Ismert töménységű oldatok segítségével egyszerű mérésekkel (felhajtóerő, kifolyási idő, csepegtetés) kalibrációs görbék felvétele, majd ezek alapján az ismeretlen oldat koncentrációjának meghatározása.

Tehetetlenségi nyomaték meghatározása: Torziós asztal vizsgálata (direkciós nyomaték, lengésidő, csillapítás), az asztal tehetetlenségi nyomatékának mérése különböző módszerekkel, inhomogén test tömegközéppontjának és tehetetlenségi nyomatékának meghatározása, a Steiner-tétel igazolása.

Rugós "hátrahúzás" autó jellemzőinek vizsgálata: A 3.2.2 részben részletesen ismertetett feladat.

Mikroméretű üveggolyók átmérőjének meghatározása: Az átmérő (körülbelül 80 μm) meghatározása különböző módszerekkel (ismert térfogatú golyó egyrétegű kiterítésével, optikai kivetítéssel, vízben süllyedő golyók sebességéből a Stokes-törvény alapján, kondenzátor kapacitásának mérésével – ahol a fegyverzetek közé helyezett néhány golyó határozza meg a légrés nagyságát).

Közegellenállási erő vizsgálata: A közegellenállási erő sebességfüggésének vizsgálata, a formatényező meghatározása – vízben süllyedő, változtatható tömegű test állandósult sebességének a mérésével (sebességmérés fénykapukkal).

Vasmag mágneses vizsgálata: Légréses vasmag mágneses viselkedésének vizsgálata (tekercs önindukciós együtthatójának mérése, transzformátor), ismert vastagságú távtartókkal kalibrációs görbék felvétele, majd a görbék alapján ismeretlen vastagság meghatározása.

Hengeres üvegedényben lévő folyadék törésmutatójának meghatározása: Félvezető lézer segítségével különböző sugármenetek felvétele, majd ezek alapján a folyadék törésmutatójának és az edény belsejében lévő henger átmérőjének a meghatározása.

Termoelem vizsgálata: A feladat egy (közel 1 cm^2 keresztmetszetű) réz és nikkelt rúdból összeállított zárt termoelem ($10^{-4} \Omega$ nagyságrendű) ellenállásának a meghatározása. A termoelem egyik végét pákával lehet melegíteni, a másik végét jég hűti. A zárt termoelem elektromotoros erejét egy vékony réz és nikkelhuzalból összeállított, meleg víz segítségével hitelesített nyitott („mérő”) termoelemmel lehet mérni. A zárt körben folyó áramot egy (a versenyző által készített tekerccsel hitelesített) mágneses tér érzékelő segítségével lehet számításokkal meghatározni.

Csőben áramló víz sebességének meghatározása: Üvegcsőben áramló víz sebességének a meghatározása a vízhozam mérésével (kifolyási idő), befecskendezett tintacsepp terjedési sebességéből (vizuálisan), hőimpulzus és sókoncentráció terjedési sebességének mérésével (adott távolságra elhelyezett érzékelők elektromos jele alapján, a kis változások Wheatstone-hidas mérésével).

A szakkörön ugyanazokat a mérési feladatokat mérik a tanulók, mint a versenyeken, de a mérés körülményei és feltételei mégis különböznek. A legfontosabb különbségeket a 2. táblázatban foglaltam össze:

<i>A versenyen:</i>	<i>A tehetséggondozó mérési szakkörön:</i>
• egyszer, néhány versenyzőnek	• évről-évre, sok tanulónak
• szűk időkeret	• több idő van
• ismeretlen feladat	• előre fel lehet készülni
• egyedül kell dolgozni	• mérőpárban lehet dolgozni
• kevés segítő információ (csak a feladat szövege)	• tanári útmutatás, szükség esetén segítség, kérdezni lehet

2. táblázat: A verseny és a tehetséggondozó mérési szakkör körülményeinek összehasonlítása

Fontos különbség a rendelkezésre álló több idő: A mérési feladatokra az OKTV-döntőn 4 óra áll a versenyzők rendelkezésére, és általában ez az idő is csak a legjobbaknak elég az összes feladat befejezésére. A szakkörön ezért sok feladatot két részre bontva, két egymás utáni alkalmon (kétszer 3 órán keresztül) mérhetnek a résztvevők. Ez az időkeret már a legtöbb tanuló számára elegendő. A mérésre és a mérés kiértékelésére fordítható időt növeli az is, hogy a feladatok leírását előre kiosztjuk, ezeket a tanulók otthon elolvashatják és felkészülhetnek a mérésre.

Sokat számít az is, hogy a szakkörön a tanulók mérőpárban dolgozhatnak. A mérőpár tagjai segíthetnek egymásnak, gyakorolhatják a munkamegosztást, a tudományos életben is fontos csapatmunkát. Például egy több mérési gyakorlattal rendelkező és egy elméletben jobban felkészült tanuló jól kiegészítheti egymást. (A mérőpároknak köszönhetően ráadásul ugyanannyi eszközzel kétszer annyian vehetnek részt a foglalkozáson.)

A szakkörön sok olyan diák is részt vesz, aki korábban még soha nem végzett önállóan méréseket. A szakkörnek ezért nemcsak a mérési lehetőség biztosítása a célja, hanem a mérés elvégzésének, a mérési adatok kiértékelésének, a hibaszámításnak és a mérési jegyzőkönyv megírásának a tanítása is.

A szakkörön az első alkalommal (a balesetvédelmi oktatás után) egy rövid bevezető előadásban ismertetem a mérési jegyzőkönyvvel kapcsolatos elvárásokat. A mérési jegyzőkönyv a későbbi tudományos publikációk előképe, amiben a mérést végzők úgy számolnak be a mérés körülményeiről és eredményeiről, hogy azt az olvasó reprodukálni és ellenőrizni tudja. A jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell a méréshez használt eszközök ismertetését és azok összeállítását (vázlat, kapcsolási rajz formájában), az összes közvetlenül mért adatot (lehetőleg táblázat formájában, esetleg grafikonon is ábrázolva), az adatok feldolgozásához használt képleteket és összefüggéseket, a kiszámolt adatokat (szintén táblázat, grafikon formájában), a hibaszámítást és a mérés értékelését.

Az adatfeldolgozás különböző lehetőségeiről (egyenesillesztés, interpoláció, numerikus deriválás és integrálás, stb.) az egyes feladatoknál érdemes beszélni – akár a mérés közben, konzultáció formájában. Az apróbb hibákra, hiányosságokra a jegyzőkönyvek javítása ad lehetőséget: nem rangsoroljuk, és természetesen nem is osztályozzuk a munkákat, de a részletes javítás fontos visszajelzés a tanulók számára az elvégzett munka minőségéről.

Legtöbb tanulónak teljesen új és ismeretlen a mérési hiba és a hibaszámítás fogalma. Sok tankönyv egyáltalán nem foglalkozik a mérések hibájával, a könyvekben közölt „mérési adatok” gyakran szemléletrontóan „tökéletesek”. (Például a Mikola-csőben a buborék minden másodpercben *pontosan* ugyanakkora utat tesz meg. Aki már elvégezte a mérést – a metronóm kattánásakor krétával kell bejelölni a csőben mozgó buborék helyét –, annak nyilvánvaló, hogy valódi mérésből nem származhatnak ilyen pontos adatok. A mozgás egyenletességét csak grafikus ábrázolással és egyenesillesztéssel lehet megmutatni: a mérési pontok *hibahatáron belül* egy egyenesen vannak.)

A mérési hibák meghatározása általában nem könnyű, a részletes hibaszámításhoz pedig komolyabb matematikai ismeretek (parciális differenciálhányados, a statisztika és a valószínűségszámítás alapjai) szükségesek. Ennek ellenére már az első méréseknél fontos felhívni a figyelmet a mérési hibák léteire, megmutatni a legfontosabb hibaforrásokat, és megtanítani a hibaszámítást a legegyszerűbb esetekben. A mérési hiba legalább közelítő meghatározása nélkül a mérési eredmény információtartalma vitatható.

A digitális eszközök sokszor a mérési eredmények irreális pontosságát sugallják: Hiába mutat a stopper század- vagy ezredmásodperceket, ha a stopper használójának reakcióideje fél másodperc; hiába mér az ellenállásmérő $m\Omega$ pontossággal, ha egy banándugós csatlakozó vezeték ellenállása $0,2-0,3 \Omega$ (és persze hiába számol a zsebszámológép 8 tizedes pontossággal, ha a kiinduló adatok csak egy vagy két értékes jegy pontosságúak).

Már a bevezető előadásban érdemes megemlíteni a mérés megismétlésének fontosságát: több mérési eredmény átlagolásával csökkenthető a véletlen, statisztikus hiba. (Persze a módszer vagy az eszközök hibájából adódó rendszeres hiba nem!) A többszöri mérés támpontot adhat a hiba becsléséhez is, ugyanakkor 3-4 mért adat esetében nincs értelme bonyolultabb statisztikai számításokat végezni (például szórás számolni). A mérések közben meg lehet mutatni a hibaterjedés néhány szabályát is (például szorzásnál és osztásnál a relatív hibák összeadódnak). A hibákra már a mérési összeállítás megtervezésekor érdemes figyelni: például két közel egyforma mennyiség kivonásakor a relatív hiba nagyon nagyra nőhet, ezért ezt lehetőleg el kell kerülni.

A „hátrahúzó” autó vizsgálata a mérési szakkörön

A tehetséggondozó mérési szakkör egyik közkedvelt mérése a 3.3.2 részben bemutatott mérési versenyfeladat, a „hátrahúzó” autó vizsgálata. A szakkörön ezt a mérést is két alkalommal (összesen 6 órán át) végzik a tanulók, így van idő „játsszani”, egyes méréseket megismételni. A feladat nemcsak abból a szempontból különleges, hogy a mérés tárgya egy hétköznapi eszköz, egy játékszer: a mérés elvégzése és az adatok kiértékelése nagyon sok pedagógiai lehetőséget kínál [61].

A mérés elvégzése

A játékautó egy olcsó, tökéletlen szerkezet: a műanyag fogaskerekek ketyognak, beszorulhatnak, jelentős a belső szerkezetben a súrlódási veszteség. A megismételt mérések jelentősen eltérhetnek egymástól, ezért érdemes mindig több mérést végezni, és az eredményeket átlagolni.

A mérés elvégzése gondos munkát, sok apró ötletet igényel – a szakkörön ezekre fel lehet hívni a figyelmet, és a tanulók egymást is segíthetik. Az egyszerű eszközöket (nehezékek, mérőszalag, vonalzó) használó mérés egyetlen bonyolultabb eszköze az időmérő elektronika. A fénykapuk segítségével vizsgálható a hirtelen gyorsuló, fürge kisautó mozgása (amire kézi időméréssel nem lenne lehetőség, hiszen az egész mozgás alig több mint egy másodpercig tart). A mérő elektronika ms pontossággal mér (és itt a reakcióidő se rontja a mérés pontosságát), de ezt a pontosságot csak a fénykapuk gondos elhelyezésével lehet elérni.

A mérési adatok kiértékelése

A „hátrahúzó” autó mérési adatainak kiértékelése közben nagyon sok grafikus és numerikus módszer megtanítható a diákoknak. Az autót működtető rugó karakterisztikája *nemlineáris*, az autó gyorsulása *nem állandó*, így az iskolában megtanult képleteket (pl. $W = \frac{1}{2}Dy^2$ a rugóban tárolt energia, $s = \frac{1}{2}at^2$ az egyenes gyorsulással mozgó test által megtett út kiszámolására) nem lehet használni. Ez szokatlan a tanulóknak, hiszen az iskolai tananyagban szinte kizárólag állandó gyorsulás (a rezgőmozgást kivéve) és lineáris erőkarakterisztika szerepel, a feladat-

gyűjtemények is az ezekre az esetekre vonatkozó összefüggéseket gyakoroltatják. (Ehhez hasonlóan a feladatokban szinte mindig hőmérséklettől független az ohmos ellenállás, nagy sebességeknél is elhanyagolható a légellenállás, stb.)

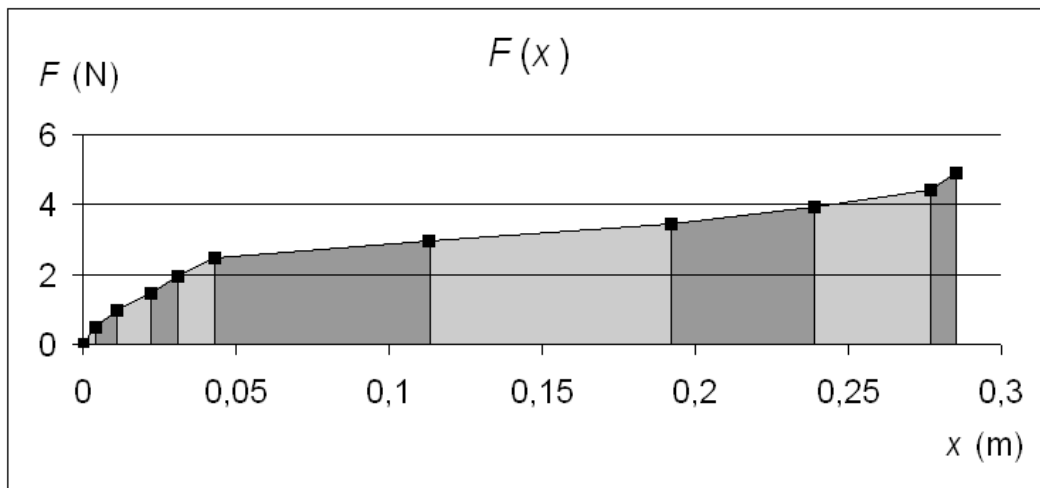
A feladat kapcsán megtanítható módszerek:

Egyenesillesztés

A feladat első kérdése (a kétféle áttétel arányának meghatározása) egyetlen adatpár (egy hátrahúzás és a hozzá tartozó előrefutás) megméréssel is megválaszolható: az áttételek aránya a két mennyiség hányadosa. Pontosabb, megbízhatóbb eredményt kapunk, ha több különböző hátrahúzás esetén is megmérjük az előrefutást. Meg lehetne határozni a keresett arányt az így kapott hányadosok átlagaként is, de a két mennyiség közti egyenes arányosság sokkal szemléletesebbé válik, ha a mérési pontokat grafikonon ábrázoljuk, és a pontokra (egy átlátszó vonalzó segítségével) egyenest illesztünk (43. ábra, 53. oldal).

Numerikus integrálás

A feladat 2. részében a hátrahúzáshoz szükséges munkát kell meghatározni a hátrahúzáshoz szükséges erő alapján. A munkát az $F(x)$ függvény görbe alatti területe adja meg. A mérési pontok között nem ismerjük a függvény pontos menétét, ezért legegyszerűbb a mérési pontokat összekötő szakaszok alatti trapézok területét kiszámolni (61. ábra). A $W(x)$ grafikon (45. ábra, 55. oldal) x helyhez tartozó értékét úgy kapjuk meg, hogy 0-tól x -ig összeadjuk a trapézok területét. (A számolást persze nem a grafikonról leolvasott területekkel, hanem a táblázatba foglalt mérési adatokkal érdemes elvégezni a $\Delta W = \frac{F(x_1) + F(x_2)}{2}(x_2 - x_1)$ képlettel.)

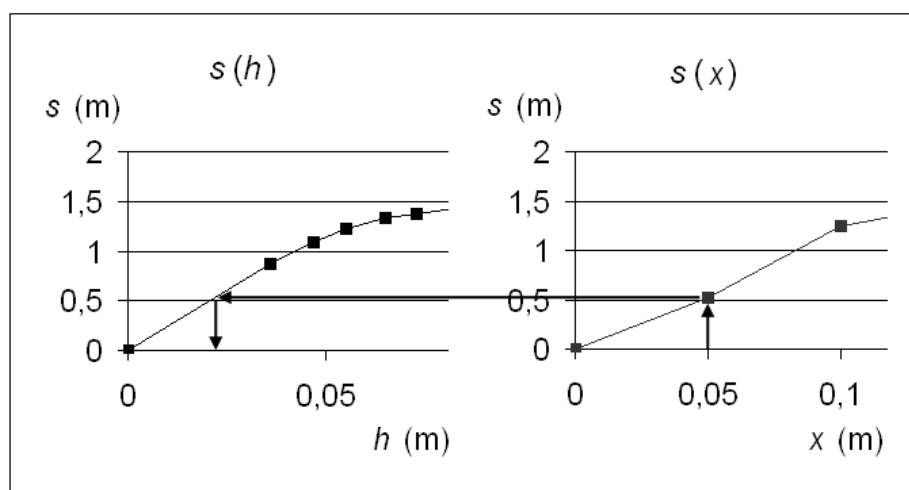


61. ábra: Numerikus integrálás a görbe alatti terület meghatározásával

Grafikus és numerikus interpoláció

A feladat 3. részében a rugó hasznos munkavégzését kell meghatározni a hátrahúzás függvényében. Ehhez két mérést kell elvégezni: először meg kell mérni az autó által befutott utat (s) a hátrahúzás (x) függvényében, majd – a rugó felhúzása nélkül – lejtőről kell elindítani az autót, és ismét a befutott utat kell mérni, de most az indítási magasság (h) függvényében. A rugó hasznos munkavégzését a két grafikon összehasonlításából lehet megkapni: meg kell keresni azt a h magasságot, ahonnan elindítva ugyanakkora s utat futott be az autó, mint az x távolságra való hátrahúzásakor, és ekkor a rugó hasznos munkája megegyezik a h magasságból elindított autó kezdeti helyzeti energiájával ($W_h = mgh$).

A 62. ábrán a 46. és 47. ábra (55-56. oldal) egy-egy részlete van egymás mellé másolva. Példaképpen olvassuk le az $s(x)$ grafikonról az $x = 0,05$ m hátrahúzáshoz tartozó befutott utat ($s \approx 0,53$ m), majd az $s(h)$ grafikonon keressük meg, hogy mekkora h indulási magasságnál vesz fel a függvény ugyanekkora s értéket ($h \approx 0,022$ m). Ebből már az autó m tömegének ismeretében meghatározható W_h értéke az $x = 0,05$ m helyen: $W_h \approx 0,153 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,022 \text{ m} \approx 0,033 \text{ J}$.



62. ábra: Grafikus interpoláció

Hasonló eljárással a $W_h(x)$ függvény többi értéke is meghatározható, és a függvény ábrázolható (48. ábra, 56. oldal).

Az interpolációt természetesen nemcsak a grafikon segítségével lehet elvégezni, hanem a táblázatba foglalt mérési adatokból is ki lehet számolni. Korábban a középiskolások a négyjegyű függvénytáblázat használata kapcsán tanultak az interpolációról. A trigonometrikus és logaritmus táblázatok helyett ma már mindenki zsebszámológépet használ, így az interpoláció szerepe háttérbe szorult. Más (tudományos, műszaki, pénzügyi stb.) táblázatok pontosabb használatához azonban szükséges az interpoláció. A 3. táblázat $s(x)$ és $s(h)$ mért értékeit mutatja.

x (m)	s (m)	h (m)	s (m)
0	0	0	0
0,05	0,526	0,036	0,873
0,10	1,247	0,047	1,085
0,15	1,495	0,055	1,223
0,20	1,717	0,065	1,329
0,25	1,805	0,073	1,371
0,30	1,918	0,087	1,452
		0,104	1,540
		0,115	1,577
		0,140	1,696
		0,166	1,785

3. táblázat: $s(x)$ és $s(h)$ mért értékei

A táblázat alapján például $x = 0,15$ m hátrahúzáshoz $s = 1,495$ m befutott út tartozik. Ezek szerint h értékét $0,087$ m és $0,104$ m között kell keresni interpolációval: $h = 0,087 \text{ m} + \frac{1,495 - 1,452}{1,540 - 1,452} \cdot (0,104 - 0,087) \text{ m} = 0,095 \text{ m}$. Látható, hogy az

utolsó két x érték esetében már extrapolációra van szükség: $x = 0,30$ m hátrahúzáshoz $s = 1,918$ m befutott út tartozik, h értékét az utolsó két adatból extrapolációval kell meghatározni: $h = 0,140 \text{ m} + \frac{1,918 - 1,696}{1,785 - 1,696} \cdot (0,166 - 0,140) \text{ m} = 0,205 \text{ m}$.

Numerikus differenciálás

A feladat utolsó részében az $a(t)$ függvényt a $v(t)$ függvényből numerikus differenciálással kell meghatározni. Talán ez a legismertebb módszer, a gyorsulás

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ definíciója alapján könnyen elvégezhető: $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$. A gyorsulásértéket

az ábrázoláskor a $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ időponthoz érdemes rendelni (52. ábra, 59. oldal).

A tehetséggondozó mérési szakkör legfontosabb eredménye, hogy sok középiskolás kötetlen, játékos körülmények között szerezhethet mérési tapasztalatot, és a kísérleteken, méréseken keresztül megszeretheti a fizikát. A szakkörnek emellett két fontos hatása van:

A szakkör résztvevőinek jelentős része érettségi után fizikus szakon folytatja tanulmányait – jelentős részük a szakkörnek is helyet adó Fizikai Intézetben. Az itt szerzett mérési tapasztalat nagyon hasznos az egyetemi tanulmányok során.

Fontos szerepe van a szakkörnek abban is, hogy a Nemzetközi Fizikai Diáklimpián résztvevő magyar versenyzők a kísérleti feladatok megoldásában is az élmezőnybe kerültek: az elmúlt évek kimagasló eredményt elérő tanulói (37. oldal) szintén részt vettek a tehetséggondozó mérési szakkör foglalkozásain.

3.4 Fizika az erdei iskolában

A fizika *természettudomány*: a körülöttünk lévő természet a tárgya „az atomoktól a csillagokig”. Az iskolai fizikaoktatás azonban – a többi természettudományos tárggyal együtt – elszakadt a körülöttünk lévő természettől, a hétköznapi élet és a technika jelenségeitől. Az irreális adatokkal dolgozó, túlzottan leegyszerűsített feladatok szemléletrombolók, a tananyag egy része a legtöbb diák számára felesleges, a megtanított ismeretek nem válnak használható tudássá – ugyanakkor a tanulók nem kapnak segítséget a körülöttük lévő világ megértéséhez, az „ismeretlenben való tájékozódáshoz”.

Legtöbb gyereknek a városi életforma miatt az iskolától függetlenül is kevés kapcsolata van a természettel. A növényeket és az állatokat könyvekből ismerik meg a diákok, így az erdőben sokan nem tudják megkülönböztetni a tölgyfát a bükkfától, az őzet a szarvastól – miközben a biológia tantervben bonyolult, egyetemi szintű biokémiai ismeretek is szerepelnek. A csillagászattal két tantárgy is foglalkozik egy keveset (a fizika és a földrajz), de közvetlen tapasztalatok nélkül – mivel a nagyvárosokban a fényszennyezés miatt egyre több embernek egyáltalán nincs élménye a csillagos égboltról – nagyon kis hatékonysággal. Földrajzórán hatalmas lexikális anyagot kell megtanulni, azonban alig van néhány tanuló, aki képes az erdőben vagy egy idegen városban tájékozódni. (A természettől való eltávolodás ugyanakkor nem jár együtt a technikai eszközök jobb megismerésével: a „high-tech” eszközöket mindenki használja, de működésük tudományos és műszaki alapjait az emberek többsége nem érti.)

A lexikális tudásra és típusfeladatok megoldására ösztönző iskolai követelményrendszer nem kedvez az iskolán kívüli, természetközeli foglalkozások szervezésének. A természettudományos tárgyak csökkenő óraszámai miatt (a diákok többsége számára irreálisan nagy tananyag mellett) nemcsak a tanulmányi kirándulásokra, hanem az iskolában végzett megfigyelésekre és kísérletekre is kevés idő jut. (Az érettségi szünet alatt megszervezett osztálykirándulások már régóta nem tanulmányi kirándulások, hanem közösségi programok.)

A szabadban történő tapasztalatszerzésre, megfigyelésre és kísérletezésre elsősorban hétvégi és nyári kirándulásokon, táborozásokon nyílik lehetőség, általában néhány lelkes tanár vagy szülő szervezésében. A természetvédelmi, ökológiai programokat sok nemzeti park, civil szervezet is támogatja: egyre több tanösvény létesül, madarász táborokat szerveznek, előadásokat tartanak. Ilyen, alapvetően iskolán kívüli kezdeményezésekből fejlődtek ki a néhány napos, szakszerű vezetéssel, tudományos programmal is kiegészülő táborozások, az erdei iskolák.

Az elmúlt évtizedben egyre több iskola is felismerte a szabad természetben eltöltött egyhetes foglalkozásokban rejlő pedagógiai lehetőségeket. A programok tantervi oktatásba való beillesztésére elsősorban a tanév legvégén, az iskolai munkára amúgy is alig használható hetekben van lehetőség. A megnövekedett igények

kielégítésére a tanári kezdeményezések mellett vállalkozások is alakultak komplett – szállást, étkezést, szakmai programot nyújtó – erdei iskolai foglalkozások szervezésére. Az erdei iskolák témája – a közösségi programok, kirándulások mellett – elsősorban a környezet- és természetvédelem, madarászás és növényhatározás, azaz az iskolai tárgyak közül jellemző a biológia dominanciája.

A budapesti Árpád Gimnáziumban 1998-ban szerveztük az első erdei iskolát a 9. évfolyam két 15-15 fős csoportja (a speciális matematika tagozatos osztály emelt szintű fizikacsoportja és egy természettudományos tagozatú fél osztály) számára [70]. Az iskola programját – az étkezésen kívül, amit a Várkúti turistaház biztosított – külső segítség nélkül, magunk állítottuk össze. A növény- és állathatározást, vízvizsgálatot biológia-kémia szakos, az esti közösségi-kulturális együttlétet magyar szakos kollégám irányította. Az erdei iskola egészének programját és a *fizika* szakmai programot én készítettem.

1998 óta a 9. évfolyam fenti csoportjai minden évben egy hetet erdei iskolában töltenek (néhány évben a 10. évfolyamról is vittünk csoportokat). A különböző helyszíneken megrendezett erdei iskolákat mindig olyan tanárok szervezik, akik tanítanak az adott osztályokban. Az évek során a szervező tanárok szakjának és érdeklődésének megfelelően folyamatosan alakult, kiegészült a program, de a fizika meghatározó szerepe változatlan.

Az általam szervezett erdei iskolák részletes programja, képei, térképei, segédanyagai megtalálhatók az interneten [20], az erdei iskola koncepciójáról, a fizika szakmai programról és az erdei iskola tapasztalatairól „Fizika az erdei iskolában” címmel publikációm jelent meg a Fizikai Szemlében [71].

Az erdei iskola programja

Az erdei iskolában a természettudományos tárgyakat (fizika, kémia, biológia, földrajz) ill. a tárgyakhoz kapcsolódó néhány tudományterületet (csillagászat, térképészet, ökológia) integráltan, természetes környezetben, öt napon (és egy csillagos éjszakán) keresztül intenzíven, célirányosan (projektek), kreatív csoportmunkára építve lehet tanítani. Az erdei iskola tananyaga az egész éves tananyag szerves része, érdekességével, összetettségével a tanév "megkoronázása", ugyanakkor a további tanulmányok megalapozója is.

Az erdei iskolában az intenzív, kreatív tanulásnak köszönhetően a tanulók rövid idő alatt nagyon sok új ismeretet szerezhettek, ezen túl a korlátozott iskolai lehetőségeknél sokkal hatékonyabban elsajátíthatják a természettudományos kísérletezés és megfigyelés alapvető módszereit. A természettudományos tárgyak iskolai oktatásánál is fontos a tananyaghoz kapcsolódó környezetvédelmi kérdések megbeszélése. Az erdei iskolában ez a kapcsolat sokkal természetesebb és intenzívebb. Az erdőben töltött hét a tanulók számára olyan élmény, ami megalapozhatja környezeti gondolkodásukat.

Az erdei iskola szakmai programja *projektek*ből áll. A félnapos vagy egész napos projekteket az ötletek közös megbeszélése, elemzése után a tanulók négy-öt fős csoportokban, önállóan, az iskolában megszerzett ismereteik vagy korábban kiadott segédletek alapján valósítják meg. A feladatok megoldása szükségessé teszi a csoportokon belüli és esetleg a csoportok közti együttműködést is. Egy-egy nap végén a csoportok posztereken, az utolsó este rövid előadással számolnak be elért eredményeikről.

Projektek

A feladat és a munkamódszer eltér az iskolában megszokottól. Egy-egy projektbe egy témához kapcsolódóan több, egymást kiegészítő feladat is beletartozik. Bár egy projekt megvalósítására a 45 perces iskolai óránál sokkal hosszabb idő áll rendelkezésre, a sikeres befejezéshez hatékony munkára, jó szervezésre, a csoporton belüli munkamegosztásra van szükség. A munka fontos része a terepi felmérések, kísérleti és számítási eredmények, következtetések „publikálása”: a csoport poszterének elkészítése.

Az évek során a szervező tanárok szakjának és érdeklődésének megfelelően különböző projektek kerültek a programba. A hagyományos *biológia* projekt egy 10·10 m²-es terület élővilágának felmérése: fás és lágyszárú növények, rovarok és esetleg más kisebb állatok meghatározására, feltérképezésére (vizes élőhely esetén a víz kémiai és biológiai elemzésével kiegészítve) legalább fél nap áll rendelkezésre. Az elvégzett munka mennyiségét és minőségét, a szabadon, tanári felügyelet nélkül végzett, csoportos munka hatékonyságát az elkészült poszterek igazolják.

Az erdei iskola állandó programja a lámpa nélküli *éjszakai* kirándulás, ahol a városi fényekhez szokott diákok a májusi lombos erdő teljes sötétjével, a sötétben való tájékozódás nehézségével ismerkedhetnek. A fényszennyezett nagyvárosi ég után megdöbbenő a sok száz csillag és a tejút látványa. Van idő a legismertebb csillagképek beazonosítására, az északi irány (sarkcsillag) megkeresésére, és néhány óra elteltével a csillagok látszólagos napi mozgásának a megfigyelésére is.

Az egész napos *nappali* kirándulás (amellett, hogy a résztvevők erőnlétét is próbára teszi) a térképolvasáson, tájékozódáson, földrajzi és geológiai ismeretszerzésen kívül érdekes fizikai megfigyelésekre és kísérletekre is lehetőséget nyújt. A 3.1.2 részben bemutatott granulált anyagok sztatikáját a természetben is tanulmányozni lehet: a 63. ábra képein egy hatalmas szikladarabokból álló természetes lejtő látható (Köves-hegy, Káli-medence). A „szemcsék” a lejtő tetején lévő szikláról hasadnak le, és időnként – a kődarabok törése, megcsúsúzása vagy más külső behatások miatt – mozognak is. A baloldali képen jól meg lehet figyelni a sziklagörgeteg szabályos, egyenletes lejtését (a rézsűszöget). A 64. ábrán látható kép szintén a Káli-medencében készült, ezen a szentbékállai ingókövön végzett rezonanciakísérlet látható: a 4-5 méter magasan nyugvó sokmázsás szikla jól érezhetően billegni kezd, ha a tanulók megfelelő ritmusban mozognak rajta.



63. ábra: Kőfolyó – hatalmas „szemcsék”-ből álló természetes lejtő

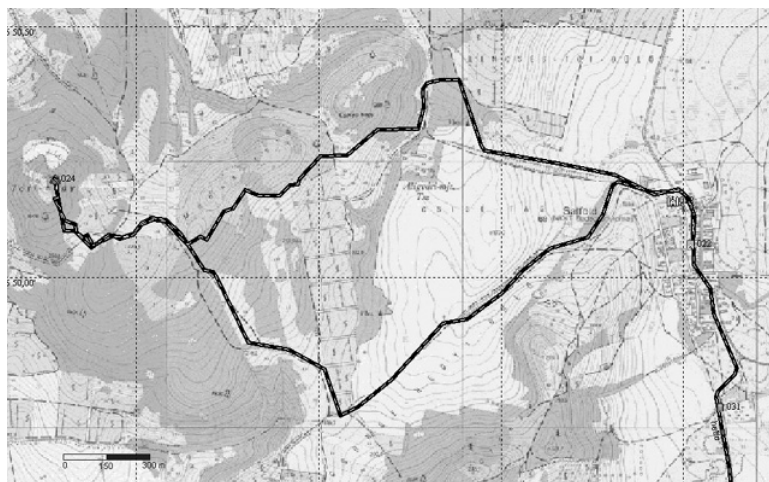


64. ábra: Rezonanciakísérlet a szentbékállai ingókövön

A technika fejlődése új lehetőségeket jelent az erdei iskolában is: a digitális fényképezésnek köszönhetően a kirándulás képeit este már közösen lehet megnézni, a kirándulás közben GPS által rögzített útvonalat (a „track”-et) pedig térképre lehet illeszteni egy hordozható számítógépen (65. ábra). Az összegyűlt képeket, térképeket, feladatokat az erdei iskola minden résztvevője megkapta CD-n.

A számítógép által nyújtott legizgalmasabb lehetőség azonban a *kísérleti matematika*: a számítógép segítségével izgalmas, hagyományos módszerekkel nehezen, vagy sehogyan sem megoldható matematika feladatok válnak kezelhetővé. A „kísérletezés” itt azt jelenti, hogy a számítógéppel egy matematikai probléma sok millió lehetséges esetét ki lehet próbálni. Az eredmények alapján sejtéseket lehet megfogalmazni, de a módszert akár bizonyításra is alkalmas: a még számító-

gép számára is túl sok lehetőséget elméleti megfontolásokkal le kell szűkíteni, és a megmaradt eseteket egyszerűen le kell ellenőrizni.



65. ábra: Térképre illesztett GPS-track

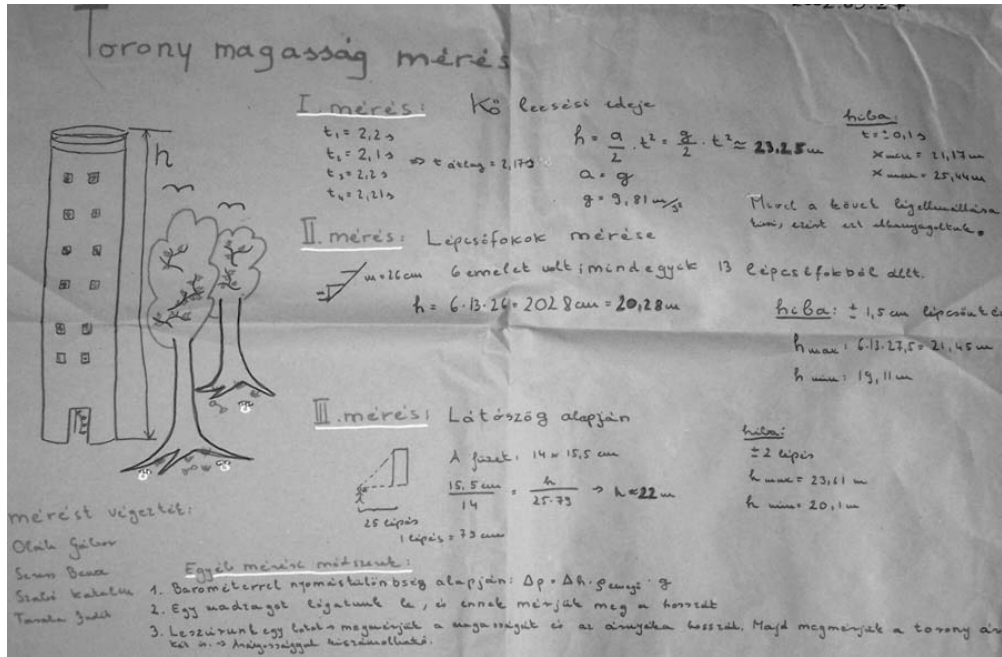
A következőkben két *fizika* projektet ismertetek részletesebben.

„Hegy” projekt: hegy és torony magasságának mérése

Egy új projekt megvalósítása ötletbörzével kezdődik, ahol az erdei iskola résztvevői módszereket javasolnak a feladatok megoldására. A feladat 1998-ban a turistaház felett magasodó, erdővel borított Vár-hegy turistaházhoz viszonyított relatív magasságának a megmérése volt. A gyerekek szívesen szabadjára engedik a fantáziájukat, a sok jó módszer mellett mindig felvetődik néhány furcsa, nehezen megvalósítható ötlet is (például a hegy tetejéig feleresztett lufi, majd a fonál hosszának megmérése). A javaslatok megvitatása után közösen kiválasztjuk azokat a módszereket, amelyeket ki is tudunk próbálni. Például a térképészek által használt háromszögelést a Vár-hegy esetében a rálátás hiánya miatt nem tudtuk alkalmazni.

A magasságkülönbség (Δh) jól mérhető a légnyomásváltozás alapján. Nem túl nagy (néhány száz méteres) magasságkülönbség esetén a levegőoszlopban a levegő ρ sűrűsége keveset változik, ezért az aerosztatikai nyomása jó közelítéssel számolható a $\Delta p = \Delta h \rho g$ képlettel. A sűrűséget az átlagos hőmérséklet és az átlagos nyomás ismeretében az ideális gáz állapotegyenletéből könnyen ki lehet számolni. (A feladat elemzésekor érdemes megemlíteni, hogy nagyobb magasságkülönbség esetén a számításnál a sűrűség magasságfüggését is figyelembe kell venni. Ebben az esetben a $dp = g\rho(h)dh$ differenciálegyenletet kellene megoldani. Sok könyvben szerepel olyan megoldás, amelyben – teljesen hibásan – a légkör hőmérsékletét állandónak tekintik: ekkor a légnyomás a magassággal exponenciálisan

A különböző módszerekkel mért értékeket össze lehet vetni egymással és a térképekről leolvasott adatokkal is. Néhány éve a GPS által mért magasságadatok nyújtanak újabb összehasonlítási lehetőséget.



67. ábra: Poszter a toronymagasság méréséről

2002-ben a hegy projektet a csőványosi betontorony magasságának mérése egészítette ki. A 67. ábrán egy erről készült poszter látható. A csoport három különböző módon határozta meg a torony magasságát:

- A torony tetejéről leejtett kő t esési idejéből (4 mérés átlaga) a $h = \frac{1}{2}gt^2$ képlettel.
- a toronyba felvezető lépcsőfokok magasságának megmérésével és a lépcsőfokok megszámlálásával,
- a látószög alapján: a toronytól addig kell távolodni, hogy a torony ugyanakkora szögben látszódjon, mint egy füzet egyik oldala a füzet sarkától. Ezután a torony magassága a füzet méreteinek ismeretében a torony távolságának megmérésével (lépésszámlálás) a hasonlóság alapján meghatározható.

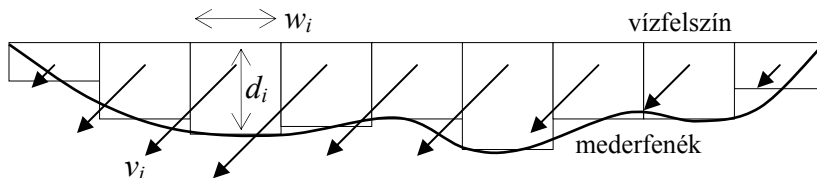
A három elvégzett mérés eredményei a hibaszámítások szerint hibahatáron belül megegyeznek. A poszter alján három további ötlet olvasható: a már ismertebb barométeres módszer (ehhez a kis magasságkülönbség miatt sokkal pontosabb műszer kellett volna), lelógatott madzag hosszának mérése, valamint a torony és egy ismert hosszúságú bot árnyékának összehasonlítása – amit a borús idő miatt nem lehetett elvégezni.

„Patak” projekt: patak vízhozamának, víz kifolyási idejének mérése

A „patak” projekt témája a folyadékok áramlása, egy olyan izgalmas terület a fizikának, amely kiszorult a kötelező középiskolai tananyagból. Vizes kísérletekre remek lehetőségeket nyújt az erdei iskola: a projekt első feladata egy patak vízhozamának mérése. A „patakozás” – gátépítés, vízduzzasztás, vízimalom készítése – felnőtteknek is jó játék, ebben mindenki szívesen részt vesz.

Az egyik, sok közös munkát, gátépítést kívánó módszer szerint a patak vizét egy összeszűkített helyen egy nagy, tízliteres vödörben fogjuk fel, és a vödör megteléséhez szükséges időt mérjük. Azonban egy szelíden csordogáló kis patak is egy-két másodperc alatt megtölti a vödröt – közben pedig a gát résein is sok víz elfolyik –, így ez a módszer inkább csak egy becslést ad a vízhozamra.

A másik, a csoportok által külön-külön elvégzett mérés lényegében a vízsebesség numerikus integrálásán alapul: egy sekély, szélesebb helyen a patak sebességét és mélységét kell megmérni 10-15 helyen egy patakra merőleges egyenes mentén. A mélységet könnyen meg lehet mérni egy patakba dugott vonalzóval. A sebességet egy vízbe dobott, a vízben úszó fadarab segítségével lehet megállapítani (elmozdulás és idő méréseivel). A 68. ábrán a patak keresztmetszete látható. Ha a patakmeder elég sok részre van felosztva, akkor egy részen belül a sebesség és a mélység is közel állandónak tekinthető, és így az ottani rész-vízhozam a kiválasztott rész szélességének, mélységének és sebességének szorzataként számolható. A patak vízhozamát a rész-vízhozamok összege adja: $I = \sum I_i = \sum d_i w_i v_i$.



68. ábra: Vízhozam mérése numerikus integrálással

A mérés pontosságát csökkenti, hogy a víz sebessége függőleges irányban sem állandó, a mederfenék közelében kisebb, mint a felszínen. Ezt jól lehet szemléltetni azzal, hogy egy víz felszínén úszó papírdarab gyorsabban mozog, mint egy mélyebben sodródó (vízzel körülbelül megegyező sűrűségű) test. A vízbe bemerülve úszó fadarab azonban többé-kevésbé „átlagolja” ezeket a sebességeket, ezért a mért sebességértékek jó közelítésként használhatók.

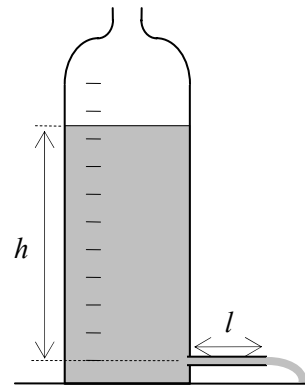
A feladat külön érdekessége, hogy a csoportok más-más helyen, de ugyanannak a pataknak a vízhozamát mérik, így az eredmények összevethetők. A különböző mérőhelyek összehasonlítása jól szemlélteti a kontinuitási törvényt: ahol a patak keresztmetszete kisebb, ott (átlagosan) nagyobb sebességgel folyik.

A projekt másik feladatát zárt térben is el lehetne végezni, de a fél napig is eltartó, vizes mérésorozat ideális helyszíne mégis a szálláshely kertjében, a szabadban van (69. ábra). A méréshez pillepalack, néhány szívószál és ragasztó felhasználásával olcsó mérőeszköz készíthető, amihez már csak egy konyhai mérőpohár, stopper (karóra) és víz szükséges. A mérésorozatban a víz „kifolyási sebessége” (vízhozama) mérhető egyrészt a hidrosztatikai nyomás vagy a vízoszlop magassága, másrészt a kifolyócső (összedugott szívószálak) hosszának függvényében.



69. ábra: Víz kifolyási idejének mérése

A sok méréshez érdemes először a palackot kalibrálni: a mérőpohárral beöntött víz szintjét azonos ΔV térfogatonként (pl. deciliterenként) egy vonallal megjelölni. Ezután a nyomástól függő vízhozam mérése egy-egy vonal közti vízszintsüllyedés idejének mérésére egyszerűsödik: $I = \Delta V / \Delta t$. A hidrosztatikai nyomás középértéke a két vonal kifolyócsőhöz viszonyított átlagos h magasságából számolható: $\Delta p = h \rho g$. A kifolyócső l hossza pedig minden újabb mérés előtt egy ollóval könnyen változtatható (70. ábra).



70. ábra: A mérőeszköz

A mérés kiértékeléséhez a vízhozamot a hidrosztatikai nyomás vagy a vízoszlop magasságának függvényében kell ábrázolni. A probléma érdekességét az adja, hogy hosszú cső esetén a kifolyási időt a víz viszkozitása, egészen rövid cső esetén viszont a víz tehetetlensége (a nyílásnál való felgyorsulása) határozza meg.

Hosszú cső ($l \gg r$) esetében az időegységenként kifolyó víz mennyiségét (a vízhozamot) a Hagen-Poiseuille-törvény adja meg:

$$I = \frac{r^4 \pi}{8\eta l} \Delta p = \frac{r^4 \rho g \pi}{8\eta l} h,$$

ahol r a cső (szívószál) sugara, η pedig a víz viszkozitása. A vízhozam egyenesen arányos a vízoszlop magasságával: $I \sim h$. (A képlet csak akkor érvényes, ha az áramlás lamináris, azaz ha a Reynolds-szám nem túl nagy: $Re = \rho r v / \eta < 1160$. Ez a feltétel az elvégzett méréseknél a legnagyobb vízhozam kivételével – amikor a vízoszlop magassága maximális, a cső pedig már egészen rövid – teljesül.)

Egészen rövid cső ($l \approx r$) esetében a kifolyó víz sebességét és a vízhozamot a Bernoulli-törvény alapján lehet kiszámítani:

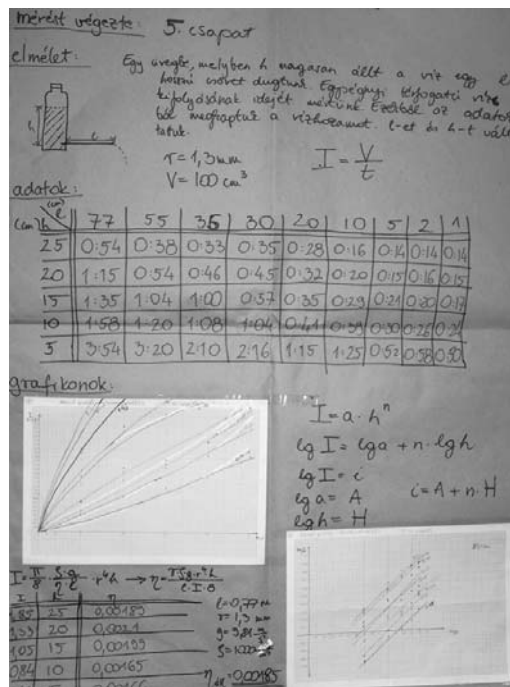
$$v = \sqrt{2gh}, \quad I = A'v = A'\sqrt{2gh},$$

ahol $A' < r^2 \pi$ a nyíláson kilépő és a kiömlőnyílás alakjától függő mértékben összehúzó folyadéksugár keresztmetszete. (Az összehúzás a mérés közben jól megfigyelhető.) Ebben az esetben a vízhozam a vízoszlop magasságának négyzetgyökével arányos: $I \sim h^{0,5}$.

A vízhozam mindkét esetben felírható $I = k \cdot h^n$ alakban, ahol k az adott elrendezésre érvényes (l , r , ρ és η értékétől függő) állandó. Közepes csőhosszaknál mindkét fenti hatás számottevően befolyásolja a vízhozamot, ekkor az n kitevő értéke 0,5 és 1 között van. Ha a vízhozam logaritmusát a nyomás logaritmusának függvényében ábrázoljuk, akkor a pontokra illesztett egyenes meredekségéből a kitevő kísérletileg meghatározható: $\lg I = \lg k + n \lg p$.

A 71. ábrán az egyik mérőcsoport által készített poszter látható. A mérőberendezés vázlatja és a mérés rövid leírása után a mért adatok ($V = 100 \text{ cm}^3$ kifolyási ideje h és l függvényében), majd a kiértékelés látható. A baloldali grafikon a vízhozamot a vízoszlop magasságának függvényében ábrázolja különböző csőhosszúságok esetén. Alatta a leghosszabb, $l = 77 \text{ cm}$ -es cső (három egymásba dugott szívószál) adataiból a víz viszkozitását határozzák meg a Hagen-Poiseuille-törvény alapján. A mért érték ($\eta \approx 0,0018 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) a szobahőmérsékletre vonatkozó irodalmi értéknek közel kétszerese; azonban ha figyelembe vesszük, hogy a képletben szereplő r^4 tényező miatt a szívószál sugarának már 0,1 mm-es hibája is a viszkozitás közel 40 %-os hibáját okozza, ez nem is olyan rossz eredmény. A jobb alsó sarokban az $\lg I(\lg h)$ grafikon látható, a mérési pontokra illesztett egyenesekkel.

A mérés során egy további érdekes jelenség is megfigyelhető: Egészen kis magasságú vízoszlopnál a szívószál végén kialakuló vízcsepp görbületi nyomása ellensúlyozza a hidrosztatikai nyomást. A víz kifolyása már $h \approx 1 \text{ cm}$ magasságnál leáll, összhangban a vízcsepp görbületi nyomásának $p_g = 2\gamma/r \approx 100 \text{ Pa}$ értékével (a víz felületi feszültsége szobahőmérsékleten $\gamma = 0,072 \text{ N/m}$).



71. ábra: Poszter a víz kifolyási idejének méréséről

„Tájékozódás” – kísérleti tantárgy az Árpád Gimnáziumban

Az Árpád Gimnáziumban 2004 óta kísérleti jelleggel egy új tantárgyat veztettem be. Az interdiszciplináris „Tájékozódás” tantárgyat a speciális matematika tagozatos osztályok a 7. évfolyamon heti egy órában tanulják. Az iskolai tanórákat az év során hat alkalommal terepgyakorlat egészíti ki. A fizikához sok szálon kapcsolódó tantárgy ötletét a 2003-as erdei iskolában először kipróbált GPS-es tájékozódás adta. Abban, hogy az iskola épületén kívül, a szabadban szervezett terepgyakorlatok is az új tárgy tantervében szerepeljenek, az erdei iskolák nagyon jó pedagógiai tapasztalatai is bátorítottak. A tantárgy létrejöttét segítette az iskolában 1993 óta vezetéssel működő tájfutó (tájékozódási futó) szakosztály is.

A tantárgy elsősorban a térbeli tájékozódással foglalkozik, de ezen keresztül segítséget kíván adni a tágabb értelemben vett ismeretlenben való eligazodáshoz is. A tananyag hat részből áll:

- Az első, bevezető rész közvetlen kapcsolódik a fizika tananyaghoz: a tér és az idő fogalmával, távolság- és időméréssel, a földi hely- és az időadatok megadásának lehetőségeivel (gömbi koordinátarendszer, helyi idő és világidő) foglalkozunk. A térbeli és időbeli tájékozódást a csillagos égen és a virtuális térben (az interneten) való eligazodás egészíti ki.
- A 2. részben térkép nélküli tájékozódási technikákkal ismerkedünk (például irányok meghatározása a Nap, csillagok vagy iránytű segítségével, távolságok és magasságok becslése). Ehhez kapcsolódik az első terepgyakorlat is.

- A 3. rész tárgya a térkép. A térkép a valóság egyszerűsített ábrázolása, ebben rokonítható a fizikai modellalkotással is. Az egyik legnehezebb feladat a térbeli domborzat ábrázolása a síkban. A szintvonalakhoz hasonlítanak például a hőtanban az állapotúton megrajzolt izotermák.
- A 4. rész a térképes tájékozódás elsajátítása és gyakorlása városi és erdei környezetben. Az iskola közelében lévő erdővel borított Kiscelli-parkról nagyon részletes, 1:4000 méretarányú tájfutó térképet készítettem, ide akár egy dupla tanítási óra alatt ki lehet menni.
- Az 5. fejezetben az utóbbi években már széles körben használt GPS elméleti alapjaival és használatával ismerkedünk. A GPS (Global Positioning System, globális helymeghatározó rendszer) működése rengeteg izgalmas fizikai kérdést vet fel: Hogyan történik a helymeghatározás? Milyen pályán mozognak a műholdak? Milyen pontos időmérésre van szükség a néhány méteres pontosság eléréséhez? Hogyan lehet megoldani, hogy a GPS vevőkészülékbe mégsem kell atomóra? A terepgyakorlatokon meg lehet ismerni a GPS-készülék használatát, és gyakorolni lehet a GPS-es tájékozódást is.
- Az év végén a tájékozódási sportokkal ismerkedünk, az év során megtanult technikákat egy tájfutó versenyen is ki lehet próbálni.

A tantárgy tanulásához (tankönyv helyett) egy interneten elérhető segédletet készítettem [72], így az internet nemcsak témája, hanem eszköze is a tanulásnak. A tárgyat már harmadik alkalommal tanítom, nagyon kedvező tapasztalatokkal. A heti egy órás tárgyat csak olyan tanárnak érdemes tanítani, aki más tárgyat is tanít az osztálynak. A tananyag a fizikán kívül a matematikához, a számítástechnikához és a földrajzhoz is kapcsolódik. A tárgyat később tanító tanárok részére összeállítottam egy CD-t, amin a tanulói segédleten kívül az összes oktatási anyag szerepel (tanmenet, feladatlapok, dolgozat feladatok, térképek, programok) [73].

A fizika népszerűtlenségét sokan (okkal) a „krétafizika” túlsúlyával, az iskolai tananyag és a valóság elszakadásával magyarázzák. A kiutat az élményszerű, szemléletes, életközeli kísérletek és mérések jelenthetik, de ezekre legtöbb iskolában a csökkenő óraszámok és a gyengén felszerelt szertárak miatt kevés alkalom adódik. Ezért is nagy lehetőség az erdei iskola a fizika újbóli megkedveltetésére: az erdei iskolában sokkal több a hely és az idő, kisebb csoportokban lehet dolgozni, és a természettel, a valósággal való kapcsolat is sokkal nyilvánvalóbb. Az erdei iskolában szerzett ismeretek, élmények és tapasztalatok általában sokkal tovább megmaradnak, mint a hétköznapi iskolai tananyag. Egy jól sikerült erdei iskola – nyári táborokhoz, kirándulásokhoz, evezésekhez hasonlóan – érezhetően javítja az osztály és a tanár kapcsolatát, és így – a tanár személyén keresztül – a tantárgy megítélését is. Ezért azt gondolom, hogy a tantervi reformok, az iskolai kísérletezés és mérés fejlesztése, valamint a Csodák palotája típusú tudományos játszótér elterjedése mellett az erdei iskolának is komoly szerepe lehet a tantárgy megújulásában.

4 Összefoglalás

A szakirodalom szerint a valóságtól elszakadt, korszerűtlen tananyag és a kevés kísérletezés alapvető oka annak, hogy a fizika az egyik legkevésbé szeretett tantárgy az iskolában. A korszerűtlenség nem csak a XX. századi fizika alulreprezentáltságát jelenti, a klasszikus fizika tárgyalásmódja sem sokat változott az elmúlt évszázadban. A fizikaoktatásban szinte kizárólag a fizika lineáris összefüggésekkel többé-kevésbé jól leírható területei szerepelnek, a zárt alakban, elemi szinten nem megoldható jelenségek kimaradnak, vagy olyan durva elhanyagolásokkal kerülnek tárgyalásra, amelyek épp a probléma lényegét, érdekességét fedik el. Pedig a zsebszámológépek és a személyi számítógépek elterjedése óta a nemlineáris problémák is könnyen kezelhetővé váltak, megnyitva ezzel a lehetőséget egy sor izgalmas jelenség alapfokú, de mégis kvantitatív tárgyalására.

Az iskolai kísérletezés pozitív hatását minden felmérés megerősíti, a legtöbb iskolában mégis kevés demonstrációs kísérletet látnak a diákok, tanulói kísérletre, mérésre pedig még ritkábban kerül sor. Pedig a tanulók által elvégzett kísérletek és mérések különösen hasznosak nemcsak a tantárgy megszerettetéséhez, hanem a helyes fizikai világkép kialakításához is. Az iskolai mérési gyakorlat hiánya a kilencvenes évek végén még a Nemzetközi Fizikai Diákolimpián elért eredményekben is megmutatkozott: az elméleti feladatok megoldásában kimagasló eredményeket elérő magyar csapat a mérésekben kevésbé volt eredményes.

Hogyan lehet megmutatni, hogy a fizika *izgalmas*? Munkám középpontjában a fizika új és érdekes, az iskolai és egyetemi alapozó oktatásban nem, vagy csak alig tárgyalt területeit bemutató mérések állnak. A klasszikus jelenségek vizsgálata is izgalmassá válik, ha a mérés játékos eszközökkel, csúcstechnológiát alkalmazó berendezésekkel vagy izgalmas körülmények között történik. A mérések alapszinten is elvégezhető kiértékelését számítógépes programok és modellezések segítik.

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem fizikus hallgatói laboratóriumában munkatársaimmal korszerűsítettük a méréseket és azok leírását, sok mérésnél számítógépes adatgyűjtést vezettünk be, néhány elavult gyakorlat helyett pedig új, érdekes feladatokat állítottunk össze. Mérést készítettem két izgalmas és látványos, de az alapfokú tananyagban nem szereplő jelenség, a determinisztikus káosz és a granulált anyagok vizsgálatára.

A kettős inga – két egymáshoz csatlakoztatott fizikai inga – az egyik legegyszerűbb mechanikai rendszer, ami kaotikus viselkedést mutat. A kaotikus rendszerekre jellemző, hogy rendkívül érzékenyek a kezdőfeltételekre, és ezért mozgá-

suk hosszabb távon megjósolhatatlan. A mérési gyakorlaton a kettős inga mozgását a hallgatók egy háromdimenziós nyomkövető rendszerrel, a V-scope-pal rögzítik. A V-scope három rögzített ultrahang vevővel érzékeli a mozgó testekre rögzített kicsiny, infravörös jellel aktivált ultrahang adók jelét, és a hangimpulzusok késéséből számítja ki a vizsgált testek térbeli koordinátáit. Az eszközzel a hallgatók már egy másik, önmagában is látványos mérésen megismerkednek, ahol csatolt ingák kétdimenziós mozgását vizsgálják.

A kaotikus kettős inga mozgását a gyakorlaton minden egyes kezdőhelyzetből négyszer mérik, a mért adatokat feldolgozzák (a karok szögelfordulását ábrázolják az idő függvényében), és összehasonlítják. A mérési hibán belül azonos helyről indított mozgások görbéi egy ideig vonalvastagságon belül egyformák, de néhány másodperc után látványosan szétválnak egymástól. A mérési eredmények szorgalmi feladatként összevethetők a mozgás numerikus szimulációjával is.

A granulált anyagok különös viselkedése az elmúlt két évtizedben került a tudományos érdeklődés középpontjába. A kísérletileg megfigyelt jelenségeket még csak részben sikerült elméleti modellekkel megmagyarázni. A mérési gyakorlat első felében a hallgatók különböző granulált anyagokat öntenek két átlátszó párhuzamos lap közé. Mérik a kialakuló lejtő szögét (a rézsűszöget), és megfigyelik a keverékek spontán szegregációját, látványos rétegződését.

A mérés második részében a hallgatók különböző granulált anyagok (apró üvegyöngy, homok) rázásakor kialakuló mintázatokat vizsgálják. A rázóedény gyorsulását egy gyorsulásérzékelő csip méri. Ha a maximális gyorsulás nagyobb, mint a nehézségi gyorsulás, a rázás hatására a szemcsék egymáshoz képest is mozogni kezdenek, egymással és az edény falával is ütköznek. A bonyolult ütközések teljesen kiszámíthatatlan mozgást sejtetnek, de a tapasztalat szerint meglepően szabályos mintázatok keletkeznek. A feladat a különböző mintázatok megfigyelése, és egy fázistérkép elkészítése, azaz a megfigyelt mintázatok ábrázolása a maximális gyorsulás – frekvencia fázistérben.

A tanulmányi versenyeknek több mint száz éves hagyománya van Magyarországon. A versenyek nemcsak a tehetséggondozásra, de az egész oktatásra is nagy hatással vannak. Ezért is fontos, hogy a fizika versenyeken érdekes mérési feladatok legyenek kitűzve. Az értekezésben két olyan versenyfeladatot elemzek, melyek kitalálásában és megvalósításában meghatározó volt a szerepem. Az egyik egy olimpiai válogatóversenyre készült nehéz hullámoptikai mérés, a másik pedig egy játékautó vizsgálata, egy OKTV kísérleti döntő feladata.

Az olimpiai válogatóverseny feladatában a versenyzőknek félvezető lézer és fotodetektor segítségével két, néhány résből álló optikai rendszert kell megvizsgálniuk. Az elhajlási kép alapján meg kell határozni mindkét rendszerben a rések egymástól mért távolságát, a rések számát és körülbelüli szélességét. A mérés elvégzése is gondos munkát igényel, de az igazán nehéz feladat a diffrakciós kép kiértékelése.

Az első kérdésre aránylag könnyű válaszolni: a rések távolságát az elhajlási képben megjelenő nagy csúcsok távolságából a kettős réshez vagy az optikai rács-hoz hasonlóan lehet meghatározni. A mérési adatok finomabb részleteit középiskolás szinten fázorok segítségével lehet értelmezni. A fázor egy vektor, amely a fény esetében a szinuszosan változó elektromos térerősség nagyságát és fázisát reprezentálja (a középiskolai tananyagban a váltóáramú hálózatok fázisviszonyait szokás fázorokkal szemléltetni). A rések száma a diffrakciós képben megjelenő kis csúcsok számából határozható meg, a rések szélességének becsléséhez pedig a csúcsok relatív intenzitását kell megvizsgálni.

Az OKTV (Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny) döntőjére készült feladatban egy játékszert, egy „hátrahúzó” autót kell vizsgálni. Az autót a talajhoz nyomva és hátrahúzva egy rugót lehet felhúzni egy műanyag fogaskerekekből álló áttételen keresztül. A rugó az autó elengedése után egy másik áttételen keresztül felgyorsítja az autót, amely a gyorsítás után egy darabig még szabadon gurul. A mérés első részében a két áttétel arányát, a felhúzáshoz szükséges erőt és munkát, valamint a rugó munkavégzését kell tanulmányozni.

A feladat második részében ezredmásodperc pontosságú fénykapuk segítségével az autó mozgását kell vizsgálni. A mérések alapján az autó elmozdulását, sebességét és gyorsulását kell ábrázolni az idő függvényében. A feladat érdekessége, hogy a középiskolai feladatokkal ellentétben a rugó erőkarakterisztikája nem lineáris, az autó gyorsulása és lassulása sem egyenletes, így a feladat megoldásánál grafikus és numerikus módszereket kell alkalmazni.

A mérési versenyeken aránylag kevesen vehetnek részt, ugyanakkor egy-egy mérési feladat elkészítése sok időt, munkát és pénzt igényel. A mérési feladatok verseny utáni felhasználására, szélesebb körben való megismertetésére sok lehetőség van. Ezek közül kettőt ismertetek: az Árpád Gimnáziumban megtartott középiskolai „workshop”-ot és a BME Fizikai Intézetében szervezett tehetséggon-dozó mérési szakkört.

A középiskolai „workshop”, egy szabadon választható, egész délutános, ün-nepi hangulatú rendezvény, amely egyetlen, a tananyaghoz csak lazán kapcsolódó, érdekes, izgalmas témát dolgoz fel. A rendelkezésre álló hosszabb idő és a kötetlen forma lehetővé teszi, hogy a résztvevők megismerkedjenek a probléma matematikai és fizikai alapjaival, közösen kísérleteket és méréseket végezzenek, számítógép segítségével modellezzék a jelenséget, és értelmezzék az eredményeket.

Az értekezésben a már korábban bemutatott hullámoptikai versenyfeladat iskolai feldolgozását ismertetem. A „workshop” matematikai hátterét a Fourier-sorok és Fourier-integrálok középiskolai szintű ismertetése adja, ezt követi a mérés elvégzése és elemzése. A „workshop”-on a mérés kiértékelését és értelmezését számítógép segíti: a mérési adatokat közvetlenül egy számítógépes táblázatba lehet beírni, majd a táblázatból készült grafikont a fázor reprezentáció alapján elkészített szimulált grafikonnal lehet összevetni. Ezzel a grafikonnal már kísérletezni lehet: a

paraméterek változtatásával meg lehet keresni, hogy a szimulált grafikon mikor egyezik legjobban a mért értékekkel.

A tehetséggondozó mérési szakkör évente körülbelül negyven tanulónak nyújt lehetőséget korábbi évek mérési versenyfeladatainak az elvégzésére. A fizika népszerűsítése mellett egyben olimpiai mérési szakkörként is működik, megalapozva ezzel az olimpiai csapat kísérleti felkészítését. (Ennek sikerét az elmúlt évek kiemelkedő eredményei is igazolják.) A szakkörön a tanulók a versenynél hosszabb idő alatt, mérőpárokban, tanári útmutatással végzik el a méréseket. Szükség esetén segítséget kapnak az adatok kiértékeléséhez, a hibaszámításhoz és a mérési jegyzőkönyv elkészítéséhez is.

Az értekezésben az ismertetett OKTV versenyfeladat, a „hátrahúzás” autó szakköri mérését mutatom be. A feladat nemcsak abból a szempontból különleges, hogy tárgya egy hétköznapi eszköz, egy játékszer: a mérés elvégzése és az adatok kiértékelése is nagyon sok pedagógiai lehetőséget kínál. A játékautó egy olcsó, tökéletlen szerkezet, a megismételt mérések jelentősen eltérhetnek egymástól, ezért érdemes mindig több mérést végezni, és az eredményeket átlagolni. Az adatok kiértékelése közben meg lehet tanítani a grafikus egyenesillesztést, a numerikus integrálást és differenciálást, valamint a grafikus és a numerikus interpolációt.

Az Árpád Gimnáziumban 1998 óta szervezek erdei iskolákat, melyek programjában meghatározó a fizika szerepe. Az erdei iskolában a természettudományos tárgyakat, a matematikát és a tárgyakhoz kapcsolódó néhány tudományterületet (csillagászat, térképészet, ökológia) integráltan, természetes környezetben, intenzíven és célirányosan (projektek), kreatív csoportmunkára építve lehet tanítani. Az erdei iskola szakmai programja projektekből áll, melyeket az ötletek közös elemzése után a tanulók négy-öt fős csoportokban, önállóan, az iskolában megszerzett ismereteik vagy más segédletek alapján valósítanak meg. A csoporton belüli együttműködést feltételező munka eredményeiről a csoportok posztereiken számolnak be.

Az értekezésben bemutatott két fizika projekt közül a „hegy” projekt egy hegy vagy egy torony magasságának megmérést tűzi ki célul, minél több különböző módszerrel. A „patak” projekt témája egy izgalmas, de a kötelező középiskolai tananyagból kiszorult területe a fizikának: a folyadékok áramlása. Ebben a projektben egy erdei patak és egy palackból vékony csövön kiáramló víz vízhozamának mérése a feladat. Az erdei iskola programját a csillagos éggel való ismerkedés és GPS-es tájékozódás is kiegészíti, melyek tanítására az iskolában „Tájékozódás” néven új, kísérleti tantárgyat is bevezettem.

Tudományos eredményeimet nemzetközi és hazai folyóiratokban jelentettem meg. A dolgozat témájához összesen 48 publikációm kapcsolódik, melyek szerepelnek a hivatkozások között. Ezek közül kiemelem a referált folyóiratokban megjelent írásokat: [12], [44], [45], [46], [52], [56], [61] és [71], valamint a nemzetközi konferenciákon tartott előadásokat: [42] és [55].

4 Summary

Exciting Measurements and Modelling in the Teaching of Physics

Physics is one of the least liked subjects in schools which is explained in the literature by the out of date syllabus and the small amount of experiments carried out in schools. Not only is modern physics underrepresented in the syllabus but also teaching methods of classical physics have hardly changed during the last century. In fact, only phenomena described by linear relations are studied; all the problems which can not be solved by elementary maths are missing from the syllabus or they are explained with such rough simplification that the essence and the interest of the problem are lost. However, there are new possibilities: pocket calculators and computers can help to manage non-linear problems and thereby interesting real problems can be investigated in a simple manner yet quantitatively.

Although the positive effects of school experiments are well known, in many schools there are only few demonstrating experiments. Measurements carried out by students are even rarer in spite of the fact that they would be very useful not only for the popularization of the subject but for forming the scientific view of the students. The missing experimental practice could have been the reason behind the experience of the mid nineties when the Hungarian participants of the International Physics Olympiad (IPhO), who were very good in theoretical problems, had moderate results in the experimental competitions.

How can it be demonstrated that physics is *exciting*? In the centre of my scientific work there are measurements presenting new and interesting physical problems which are hardly or not at all studied in high-schools or in the first semesters of the university. The investigation of classical phenomena can also become exciting if high-tech equipments are applied or the measurements are carried out under interesting circumstances. The evaluation of the results is supported by computer programs and simulations.

The basic level physics teaching laboratory of the Budapest University of Technology and Economics (BUTE) offers a wide range of measurements for physics students. Over the past years a significant part of the measurements have been renovated or replaced by new experiments. In many cases computerized data collection has been applied. Two new, exciting measurements have been invented to examine deterministic chaos and the motion of granular materials, two topics which are missing from the high-school syllabus.

The double pendulum is built of two pendula attached to each other via a common axis. It is one of the simplest mechanical systems that exhibit chaotic behaviour. Chaotic systems are known to be very sensitive to the initial conditions and exhibit irregular, unpredictable behaviour. The evolution of the system is quantified via tracking with the V-scope, a powerful 3D motion tracking system. Three fixed „towers” of the V-scope system receive the ultrasonic response signal of the „buttons” which are attached to the moving bodies. The spatial coordinates of the buttons are calculated from the delay of the ultrasonic response compared to the triggering infrared signal. The V-scope apparatus is already known to the students from other experiments (e.g. investigation of coupled pendula).

The motion of the double pendulum is tracked from every starting position four times. The rotation angles of the arms are calculated and plotted as a function of time. The different motions that follow from virtually identical initial conditions are plotted in the same graph. In the first seconds only slight differences that are hardly perceptible appear between the angular positions. A few seconds later, however, the deviation may be as large as ten turns. The results of the measurement can be compared with computer simulation.

The surprising behaviour of granular materials has been in the centre of scientific interest for twenty years. Only a small part of the experimental results can be explained by theoretical models. In the first part of the measurement different granular materials are poured between two parallel and transparent planes. The slope of the arising surface is measured and the spontaneous segregation of mixed granular materials is observed.

In the second part of the measurement patterns formed in vertically vibrated granular layers are investigated. The acceleration of the container is measured by an accelerometer chip fixed on the container. If the maximal acceleration of the container is higher than the gravitational acceleration the particles start to move relative to each other. The huge number of collisions suggests an unpredictable motion but surprising regular patterns are formed on the surface of the vibrated material. The observed patterns can be plotted in the acceleration-frequency phase diagram.

Physics competitions have a more than a hundred year-old tradition in Hungary. The competitions influence not only the nurturing of talented students but the whole of the teaching of physics. Therefore it is very important to invent interesting experimental problems for the competitions. In the dissertation two experimental problems are presented: one of them is a difficult optical problem to be solved in a competition where the Hungarian team for IPhO is selected; the other problem is an amusing measurement prepared for the experimental final of the National Competition for Secondary School Pupils.

In the optical problem there are two optical structures to investigate by semiconductor laser. Both of them are multiple slits, i.e. a few parallel and identical

transparent slits on a dark background separated by the same distance. The distance, the number and the width of the slits in both optical structures are to be determined from the diffraction pattern of the laser beam. It is not easy to carry out the measurement but the most difficult problem is the interpretation of the diffraction pattern.

The distance between the slits can be calculated relatively easily: the condition for the first big maximum in the diffraction pattern can be derived in the same way as in the case of the double slit or the grating. To determine the number and the width of the slits from the diffraction pattern is more difficult: the relationship can be understood by phasors, i.e. vectors expressing phase and amplitude. (Phasors are used in high-schools to represent voltages and currents in AC circuits, for example.)

In the other problem a pull back toy car is to be investigated. The spring in the car can be wound up by pulling back the car (for sufficient friction the car must be pressed down). The released toy car is accelerated by the spring. In the first part of the experiment the force and the work needed to pull the car back and the work of the spring are to be determined.

In the second part of the measurement the motion of the car is to be investigated by light sensors and timing electronics. The displacement, the velocity and the acceleration of the car vs. time are to be plotted. The most interesting feature of the measurement is that, in contrast to the usual problems encountered in schools, the acceleration of the car is not constant and the plots are not linear therefore graphic and numerical methods are required.

Inventing an experimental problem for a competition is neither easy nor cheap but only a few students taking part in the competition can carry out the measurements. There are more possibilities for later use and popularization of existing experimental set-ups. Two of these possibilities are presented: a school workshop held in Árpád Grammar School and a special course in measuring organized in the Institute of Physics at BUTE.

The secondary school workshop is an afternoon event for interested students and teachers where an exciting problem is performed and discussed. The participation is voluntary; the approach of the problem is interdisciplinary and separate from the syllabus. In the workshop there is enough time to learn about the mathematical and physical background, to perform nice experiments and carry out measurements, to analyze the data by PC software and to discuss the details and the consequences of the problem.

In the dissertation the discussion of the above mentioned optical problem in the school workshop is presented. As a mathematical background the principles of Fourier-series and the Fourier-integral are introduced. The measurements are carried out by all participants together. The data analysis is supported by a computer: The measured data are typed in an Excel table and can be plotted easily.

The graph of measured data can be compared with a computer simulation based on phasor representation. By playing around with the parameters in the model the best correlation between the measured and simulated graph can be found.

In the special measuring course interesting experimental problems of earlier competitions are solved and discussed, but in contrast to the competitions two pupils work together and the time available is also extended. The twofold aim of the course is to popularize physics among secondary school pupils and to give experimental practice to the member of the Hungarian IPhO team. (The efficiency of this work is proved by the outstanding success of Hungarian student at IPhO.) If it is needed a tutor helps the pupils to understand the theoretical background or the proper usage of the apparatus. Short introductions into error estimation and data analysis are provided. The participants summarize their results with tables and plots; make calculations and error estimation as in real competitions. These papers are corrected by the tutor and discussed together.

The investigation of a pull back toy car (the experimental problem invented for the national competition) on the measuring course is presented. The speciality of the problem is not only the toy car itself but the pedagogical possibilities during the measurement and data analysis. The toy car is a cheap mass product so the repeated measurements can differ from each other; averaging of the data is necessary. For data processing graphical line fitting, numerical integration and differentiation, graphical and numerical interpolation can be taught.

Since 1998 scientific outdoor activities are organised in Árpád Grammar School. During the one week long interdisciplinary program physics, astronomy, chemistry, biology, geology and cartography can be taught together out in nature. The program is based on projects which require the well-organised independent work of smaller groups. The students within the groups must co-operate to complete the program; they prepare every day a poster to demonstrate their results.

Two physics projects are presented in the dissertation: In the project “Hill” the height of a hill and a tower is to be measured by different methods. The topic of the project “Stream” is the flow of fluids which is missing from the school syllabus. The water output of a stream in the forest is to be measured and the leak of water from a plastic bottle through a narrow tube is to be investigated. The program is completed by star-gazing and an introduction to the usage of GPS (Global Positioning System) which are taught in a newly introduced experimental subject “Orienteering” in the school.

My scientific results are published in both Hungarian and international journals. All my publications related to the topic of the dissertation (48 altogether) are presented among the references. The most important referred publications [12], [44], [45], [46], [52], [56], [61], [71] and talks on international conferences [42], [55] are highlighted.

Hivatkozások

1. Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat munkabizottsága: A fizika felsőfokú oktatása Magyarországon I.
Fizikai Szemle **45**, pp173-9 (1995)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz9505/fizokt9505.html>
2. Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat munkabizottsága: A fizika felsőfokú oktatása Magyarországon II.
Fizikai Szemle **45**, pp244-50 (1995)
3. Hadházy T., Szabó Á.: Általános iskolai tanulók véleménye a fizikaoktatásról
Fizikai Szemle **46**, pp166-7 (1996)
4. Józsa K., Lencsés Gy., Papp K.: Merre tovább iskolai természettudomány?
Fizikai Szemle **46**, pp167-70 (1996)
5. Papp K., Józsa K.: Legkevésbé a fizikát szeretik a diákok?
Fizikai Szemle **50**, pp61-7 (2000)
6. Papp Z., Pappné Patai A.: Mit tehetnénk a fizika-attitűd javításáért?
Fizikai Szemle **50**, pp234-41 (2000)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0007/papp.html>
7. Radnóti K.: A fizika tantárgy helyzete és fejlesztési feladatai
Országos Közoktatási Intézet
<http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=cikk&kod=tantargyak-Radnoti-Fizika>
8. Radnóti K.: A fizika tantárgy helyzete és fejlesztési feladatai egy vizsgálat tükrében
Fizikai Szemle **53**, pp170-6 (2003)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0305/radnoti0305.html>
9. Radnóti K.: A középiskolai fizikaoktatás problémái egy felmérés tükrében
Fizikai Szemle **55**, pp148-51 (2005)
10. Radnóti K.: A fizika tantárgy helyzete egy vizsgálat tükrében – 2
Fizikai Szemle **55**, pp268-73 (2005)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0508/radnoti0508.html>
11. Polányi M.: Személyes tudás I-II.
Atlantisz Kiadó, Budapest, 1994

12. Vankó P.: Próbaérettségi: elégtelen
Fizikai Szemle **54**, pp240-4 (2004)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0407/eretts0407.html>
13. Science North
<http://sciencenorth.on.ca>
14. A. Carl, A. Lorke: Freestyle-physics: A successful concept to improve on the interest of high-school pupils in physics education
Physics Competitions **6** no1 pp11-6 (2004)
<http://www.freestyle-physics.de>
15. Csodák palotája
<http://www.csodapalota.hu>
16. „Fizika Éve 2005” nyitórendezvény a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen
<http://jedlik.phy.bme.hu/wyp2005>
17. Az atomoktól a csillagokig
Előadássorozat középiskolásoknak az ELTE TTK Fizikai Intézetében
<http://www.atomsill.elte.hu>
18. Plósz Katalin: XXXVII. Országos Középiskolai Fizikatanári Ankét
Fizikai Szemle **44**, pp488-9 (1994)
19. VII. Nyári Fizikai Tábor – Pacsa, 2002
<http://komal.elte.hu/hirek/beszamolok/pacsa2002/pacsa.h.shtml>
20. Erdei iskola honlap
Árpád Gimnázium, Budapest
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/fizika/erdei.htm>
21. Tehetséggondozó mérési szakkör a BME Fizika Intézetében
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/labor/Tehetseggondozas.doc>
22. Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok
Fizika mérési feladatok pontverseny
<http://www.komal.hu/verseny/2006-09/kiiras.h.shtml>
23. A Fizikai laboratóriumi gyakorlatok I-II c. egyetemi jegyzet
(szerk.: Vannay L. és Gránásy L., Műegyetemi Kiadó, 2000)
folyamatosan frissített, javított és kiegészített internetes változata
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/labor/jegyzet.htm>
24. Leybold Didactic 47630: Lichtsender und -empfänger
<http://www.leybold-didactic.de/phk/a.asp?a=47630&L=1>

25. Fénysebesség meghatározása
jegyzetfejezet in: [23]
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/jegyzet/31feny.zip>
26. Számítógépes mérések
jegyzetfejezet in: [23]
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/jegyzet/34szamg.zip>
27. Sztatikus mágneses tér vizsgálata Hall-szondával
jegyzetfejezet in: [23]
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/jegyzet/33magn.zip>
28. 34. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia, Taipei, 2003
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/iph2003>
29. Vankó P.: A 34. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia mérési feladata: Lézerdióda és nematikus folyadékkristály optikai tulajdonságai
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **53**, pp558-66 (2003)
<http://www.komal.hu/cikkek/2003-12/lezerdioda/lezerdioda.h.shtml>
30. Folyadékkristályok vizsgálata
jegyzetfejezet in: [23]
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/jegyzet/35LC.zip>
31. Békéssy L. I., Bustya Á.: Fizikai kettősinga vizsgálata – kaotikussá váló síkmozgás egy példája
Fizikai Szemle **55**, pp185-90 (2005)
32. T. Shinbrot, C. Greboni, J. Wisdom, J. A. Yorke: Chaos in a double pendulum
Am. J. Phys. **60** pp491-9 (1992)
33. Tél T., Gruiz M.: Kaotikus dinamika
Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002
34. Gruiz M., Tél T.: Káoszról, kicsit bővebben
Fizikai Szemle **55**, pp218-20 (2005)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0506/gruiz0506.html>
35. M. Ronen, A. Lipman: A vektorszóp – háromdimenziós mozgások nyomkövetése és elemzése
Fizikai Szemle **45**, pp395-8 (1995)
36. M. Ronen: V-scope for windows: 3D motion tracking lab with a multimedia
Phys. Educ. **32** 1997
<http://www.iop.org/EJ/abstract/0031-9120/32/3/004>

37. Erlichné Bogdán K., Dede M., Darai J., Demény A.: Hely- és időmérés, adatfeldolgozás V-scope és számítógép alkalmazásával
Fizikai Szemle **55** pp213-8 (2005)
38. Farkas Zs.: A vektorszakrendszer alkalmazása a kinematikában
Fizikai Szemle **54**, pp345-51 (2004)
39. Csatolt ingák mérése V-scope-pal
jegyzetfejezet in: [23]
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/jegyzet/30csatol.zip>
40. Kaotikus kettős inga vizsgálata V-scope-pal
jegyzetfejezet in: [23]
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/jegyzet/32kaotik.zip>
41. Szorgalmi feladat: Nemlineáris problémák számítógépes modellezése
http://mono.eik.bme.hu/~vanko/labor/Szorgalmi_2.doc
42. Investigation of Deterministic Chaos by V-scope Motion Tracking System (Workshop)
2nd European Conference on “Physics Teaching in Engineering Education” (PTEE 2000), 14-17 June 2000, Budapest
<http://www.bme.hu/ptee2000>
43. Izgalmas kísérletek a mérnök-fizikus laboratóriumból
Fizika Éve 2005 nyitórendezvény, Budapest
<http://jedlik.phy.bme.hu/wyp2005>
44. P. Vankó, L. Gránásy: Investigation of Deterministic Chaos by V-scope Motion Tracking System [PDF file: <http://www.bme.hu/ptee2000/papers/vanko.pdf>]
in: Proceedings of the 2nd European Conference on “Physics Teaching in Engineering Education” (PTEE 2000), 14-17 June 2000, Budapest
<http://www.bme.hu/ptee2000/proceed.html>
45. Vankó P.: Izgalmas kísérletek a mérnök-fizikus hallgatói laboratóriumban
Fizikai Szemle **56**, pp307-13 (2006)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0609/izgalmas0609.html>
46. P. Vankó: Investigation of Chaotic Double Pendulum in the Basic Level Physics Teaching Laboratory
European Journal of Physics **28**, pp61-9 (2007)
<http://stacks.iop.org/EJP/28/61>
47. Jánosi I.: A homok titkai
Természet Világa **129** pp19-22 (1998)
<http://www.kfki.hu/chemonet/TermVil/tv98/tv9801/sand.html>

48. P. B. Umbanhowar, F. Melo, H. L. Swinney: Localized excitations in a vertically vibrated granular layer
Nature **382** p793 (1996)
49. Analog Devices ADXL78
http://www.analog.com/UploadedFiles/Data_Sheets/50606390ADXL78_a.pdf
50. Granulált anyagok vizsgálata
jegyzetfejezet in: [23]
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/jegyzet/36granul.zip>
51. Gyenis András: Granulált részecskesokaság kísérleti és szimulációs vizsgálata
TDK-dolgozat, BME TTK, 2006
52. P. Vankó: Problems of the 2nd and 9th International Physics Olympiads (Budapest, Hungary, 1968 and 1976)
Physics Competitions **6** no2 pp8-19 (2004)
53. 35th IPhO
<http://www.ipho2004.or.kr/home/eng>
54. Vankó P.: Kimagasló siker a 36. Nemzetközi Fizikai Diákolimpián (Salamanca, Spanyolország, 2005. július 3-12.)
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **55**, pp373-6 (2005)
<http://www.komal.hu/cikkek/2005-09/ipho/ipho2005.h.shtml>
55. An Experimental Problem of a Competition Discussed in a Secondary School Workshop
2nd Congress of the World Federation of Physics Competitions,
14-18 April 2004, Groningen, The Netherlands
<http://info.ifpan.edu.pl/wfphc/iicong.html>
56. P. Vankó: An Experimental Problem of a Competition Discussed in a Secondary School Workshop
Physics Competitions **6** no1 pp45-57 (2004)
57. Vannay L., Vankó P., Fülöp F., Máthé J., Nagy T.: A fizika OKTV harmadik fordulója a harmadik kategória részére 2000
Módszertani Lapok Fizika **7**, 2. pp14-26 (2000)
58. Vannay L., Fülöp F., Vankó P., Máthé J., Nagy T.: A fizika OKTV harmadik fordulója a harmadik kategória részére 2001
Módszertani Lapok Fizika **8**, 3. pp7-19 (2001)

59. Vannay L., Fülöp F., Máthé J., Nagy T., Vankó P.: A fizika Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny harmadik fordulója a harmadik kategória részére, 2002-2003
Fizikai Szemle **54**, pp274-81 (2004)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0408/tanver0408.html>
60. Vannay L., Fülöp F., Máthé J., Nagy T., Vankó P.: A fizika Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny harmadik fordulója a harmadik kategória részére – 2004
Fizikai Szemle **54**, pp390-3 (2004)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0411/fktv0411.html>
61. P. Vankó: Investigation of a Pull Back Toy Car: a Problem of a Competition used in a Popularizing Experimental Course
Physics Competitions **7** no2 pp10-8 (2005)
62. Leon Lederman: Az isteni a-tom
Typotex kiadó, Budapest, 1995
63. Vankó P.: Káosz és szabad akarat
Hang (Országos evangélikus ifjúsági lap) **VI.**, pp12-3 (1999. szeptember)
64. Vankó P.: Hősugárzás 1.
Élet és Tudomány **XLVIII.** 13. – "Diákoldal" melléklet, pp37-8 (1993)
65. Vankó P.: Hősugárzás 2.
Élet és Tudomány **XLVIII.** 14. – "Diákoldal" melléklet, p42 (1993)
66. Vankó P.: Úszó testek egyensúlya
Élet és Tudomány **XLVIII.** 21. – "Diákoldal" melléklet, pp70-1 (1993)
67. Letölthető Excel táblázatok a „workshop”-hoz
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/phd/workshop.xls>
68. ELTE TTK Általános Fizika Tanszék Fizika Demonstrációs Laboratórium
<http://metal.elte.hu/~dlab/dlab.html>
69. Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek fizikából 1994-1998
Országos Köznevelési Szolgálat Iroda, 1999
70. Az első erdei iskola honlapja – Várkút (Bükk), 1998. május 25-29.
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/fizika/erdei/varkut/fizika21.htm>
71. Vankó P.: Fizika az erdei iskolában
Fizikai Szemle **56**, pp165-8 (2006)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0605/vanko0605.html>

72. Vankó P.: Tájékozódás – kísérleti tantárgy
Tanulói segédlet az interneten
<http://mono.eik.bme.hu/~vanko/fizika/tajekozodas/segedlet/tajekozodas.doc>
73. Vankó P.: Tájékozódás – kísérleti tantárgy
Tanári segédlet + CD
Árpád Gimnázium, 2006
- További, az értekezés témájához kapcsolódó publikációk:
- Nemzetközi Fizikai Diákolimpia – beszámolók és feladatmegoldások*
74. Tasnádi T., Vankó P.: A 36. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatai II. (A mérési feladat és a feladatok megoldása)
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **55**, pp490-502 (2005)
75. Gnädig P., Vankó P.: A 34. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **53**, pp498-505 (2003)
76. Gnädig P., Vankó P.: Beszámoló a 34. Nemzetközi Fizikai Diákolimpiáról
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **53**, pp373-6 (2003)
<http://www.komal.hu/hirek/beszamolok/ipho2003/ipho2003.h.shtml>
77. Gnädig P., Vankó P.: A 32. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **51**, pp493-501 (2001)
78. Gnädig P., Honyek Gy., Vankó P.: Beszámoló a 32. Nemzetközi Fizikai Diákolimpiáról
Fizikai Szemle **51**, pp290-1 (2001)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0109/32diak.html>
79. Gnädig P., Honyek Gy., Vankó P.: Beszámoló a 32. Nemzetközi Fizikai Diákolimpiáról
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **51**, pp364-8 (2001)
<http://komal.elte.hu/hirek/beszamolok/ipho2001/ipho2001.h.shtml>
80. Gnädig P., Vankó P.: A 31. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **50**, pp495-505 (2000)
81. Vankó P.: XXXI. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia
Fizikai Szemle **50**, pp321-5 (2000)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0009/vanko.html>

82. Honyek Gy., Vankó P.: A 29. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **48**, pp497-503 (1998)
83. Honyek Gy., Vankó P.: Kimagasló eredmény a XXIX. Nemzetközi Fizikai Diákolimpián
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **48**, pp366-9 (1998)
84. Gnädig P., Vankó P.: A 28. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **47**, pp429-30 (1997)
85. Gnädig P., Vankó P.: Beszámoló a XXVIII. Nemzetközi Fizikai Diákolimpiáról
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok **47**, pp365-7 (1997)
86. Gnädig P., Honyek Gy., Vankó P.: Nemzetközi Fizikai Diákolimpiák
Fizikai Szemle **47**, pp305-6 (1997)
<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz9709/nefidi.html>

Ismeretterjesztő írások

87. Vankó P.: Amikor a víz szintje nem vízszintes ...
Élet és Tudomány **LVI**, 47. – "Diákoldal" melléklet **XI**, pp17-9 (2001)
88. Vankó P.: Vissza a természethez
Hang (Országos evangélikus ifjúsági lap) **V**, (1998. március)
89. Vankó P.: Világ világossága
Hang (Országos evangélikus ifjúsági lap) **III**, p11 (1996. március)
90. Vankó P.: Otthonunk a Föld
Hang (Országos evangélikus ifjúsági lap) **II**, p6 (1995. március)
91. Vankó P.: Fizikusok a transzcendenciáról
Diakonia (Evangélikus szemle) **XIII**, 1., pp49-55 (1991 tavasz)
92. Vankó P.: A teológia és a XX. századi fizika kapcsolata
Diakonia (Evangélikus szemle) **IX**, 2., pp52-61 (1987 ősz)

Iskolai tantervek

93. Vankó P.: Az Árpád Gimnázium fizika tanterve
Árpád Gimnázium, 1998
94. Vankó P.: Az iskolai oktatás egy éves terve a fizika szakterületen, a 12. évfolyamon (pályázat)
Budapest III. ker. Önkormányzat Pedagógiai Szolgáltató Intézete, 1999 (I. díj)