

A mágneses kölcsönhatás

Azt a kölcsönhatást, amelyet később mágnesesnek neveztek el, először bizonyos ásványok darabjai között fellépő – a gravitációs és az elektromos kölcsönhatáshoz hasonló, de attól függetlenül fellépő – erőként észlelték. Ezeket az anyagokat (az ásvány lelőhelyéről) *mágneses anyagoknak*, a kölcsönhatást *mágneses kölcsönhatásnak* nevezték el. A mágneses kölcsönhatást – az elektromos kölcsönhatás mintájára – kezdetben valamilyen speciális "mágneses töltés" jelenlétének tulajdonították. A mágneses anyagokból készült eszközök az ún. *mágnesek*, amelyeket a gyakorlatban is használnak.

A mágneses anyagból készült, tengelyre szerelt, elfordulásra képes lemez vagy tű a Föld adott helyén jól meghatározott irányba, a földrajzi Észak-Dél irányba áll be, vagyis a Föld is képes mágneses hatást kifejteni (mint kiderült a Föld egy óriási mágnesként viselkedik). A földrajzi irány meghatározására szolgáló mágneses eszközök az *iránytűk*, amelyeket tájékozódásra igen régóta (a kínaiak kb. 2000 éve) használnak.

KÍSÉRLETEK:

Először mágnesekkel és iránytűkkel kísérletezünk. Az általunk használt mágnesek és iránytűk két végét a megkülönböztethetőség céljából különböző színűre – kékre illetve pirosra – festettük.

- ◆ Ha Észak-Dél irányba beállt iránytűhöz mágneset közelítünk, akkor az iránytű kitér eredeti irányából, és a mágnes által meghatározott új helyzetbe kerül. A mágnes piros vége maga felé vonzza az iránytű kék végét, a mágnes kék vége maga felé vonzza az iránytű piros végét, vagyis a különböző színű végek vonzzák egymást. Az is megállapítható, hogy azonos színű végek taszítják egymást.
- ◆ Rúdmágneseket az asztalra téve ugyanezt állapíthatjuk meg.

Ezek a kísérletek valóban azt sugallják, hogy kétféle mágneses töltés létezik, amelyek közül az egyik a mágnes piros-, a másik pedig a mágnes kék végén található.

KÍSÉRLET:

- ◆ Mágnesrudat, vagy mágneses tűt kettétörve a két darab továbbra is kétpólusú mágnesként viselkedik.

Ha egy mágnes feldarabolását tovább folytatjuk, a keletkezett kis darabok mindvégig kétpólusú mágnesként, ún. *mágneses dipólusként* viselkednek, tehát a feltételezett kétféle mágneses töltést nem tudjuk szétválasztani. Ez a tapasztalat megkérdőjelezi a mágneses töltések létezését.

KÍSÉRLET:

- ◆ Eredetileg nem mágneses acél rudat vagy kötőtűt mágneshez érintve azok mágnesként viselkednek. A mágneset eltávolítva mágneses viselkedésük megszűnik.

Ezt a tapasztalatot, hogy bizonyos anyagok mágnes hatására mágnessé válnak, a későbbiekben felhasználjuk a mágneses hatások vizsgálatánál.

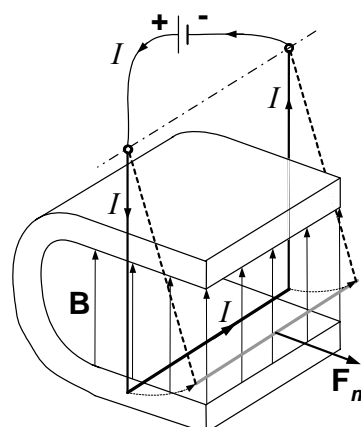
KÍSÉRLET:

- ◆ Áramkört állítunk össze, amelynek van egy kb. l m hosszú egyenes szakasza, ami két állványra szerelve a levegőben halad az asztal felett. Az egyenes szakasz alá elhelyezünk egy iránytűt, és a vezetőt az iránytűvel párhuzamosan állítjuk be. Ezután az egyenes vezetőben áramot hozunk létre. Az iránytű kimozdul eredeti irányából, és minél erősebb az áram, annál nagyobb szöggel tér ki (igen nagy áram esetén majdnem merőleges lesz a vezetőre).
- ◆ Az áram irányát ellenkezőre változtatva az iránytű elfordulása ellenkező irányú lesz.
- ◆ Adott áramirány esetén az iránytűt a vezető alatt- majd a vezető fölött elhelyezve az iránytű a két esetben ellenkező irányba áll be.

Ez a kísérlet (első megvalósítójáról Oersted-kísérletnek nevezik) azt mutatja, hogy a mágneses kölcsönhatás nem csak mágnesek, hanem mágnes és elektromos árammal átjárt vezető között is fellép, vagyis az elektromos áram is képes mágneses hatást kifejteni. A kísérlet alapján azt a fontos következtetést is levonhatjuk, hogy az iránytű az áramvezető mellett meghatározott irányba áll be, és ez az irány függ a vezetőhöz viszonyított helyzettől, adott helyen pedig az áram irányától.

KÍSÉRLET:

- ◆ Áramkört állítunk össze, amelynek van egy olyan U -alakú szakasza, ami szabadon lengeni tud (ábra), és az U -alakú vezető vízszintes részét egy patkó alakú mágnes két szára között helyezük el. Ha a vezetőben áramot hozunk létre, akkor a vezető az egyensúlyi állapotából (az U két szára eredetileg függőleges helyzetű) kitér, és új egyensúlyi helyzetet foglal el, amelyben az U két szára a függőlegessel valamilyen szöget zár be (ábra). Az áram irányát megfordítva, a kitérés ellenkező irányú lesz.



Ez a kísérlet azt mutatja, hogy nem csak az áramvezető fejt ki mágneses erőhatást egy mágnesre, hanem egy mágnes is hat egy áramvezetőre, vagyis a mágnesek és áramvezetők között kölcsönhatás áll fenn.

KÍSÉRLET:

- ◆ Az előző kísérletben használt, lengeni képes U -alakú vezető mellé egy ugyanilyent helyezünk el úgy, hogy a vezetékek vízszintes részei egymással párhuzamosak legyenek. Ha a két vezetőben egyirányú áramot hozunk létre, akkor azok vonzzák egymást, és vízszintes részeik összetapadnak. Ellenkező irányú áramok esetén a vezető taszítják egymást, és vízszintes részeik eltávolodnak egymástól.

Ebből a kísérletből látható, hogy áramvezető és áramvezető között hasonló kölcsönhatás lép fel, mint mágnes és áramvezető között.

A katódsugarak vizsgálatánál láttuk, hogy mágnessel a mozgó elektronok eltéríthetők eredeti mozgásirányuktól, vagyis a mágnes a szabadon mozgó töltésekkel is kölcsönhatásba lép. Ennek alapján feltételezhetjük, hogy az áramvezetőre ható erő is a vezetőben mozgó töltésekre ható erő következménye (a töltésekre ható erő mozgatja a vezetőt).

A kísérletek alapján arra a következtetésre jutottak, hogy mágneses kölcsönhatás mágnes és mágnes-, áramvezető (illetve mozgó töltés) és mágnes-, továbbá áramvezető és áramvezető (illetve mozgó töltés és mozgó töltés) között egyaránt fellép.

Ma már tudjuk, hogy a mágneses kölcsönhatás alapvetően mozgó elektromos töltések speciális kölcsönhatása, még azokban az esetekben is, amikor ez egyáltalán nem nyilvánvaló (pl. mágneses anyagok esetén).

Mágneses erőtér és mágneses indukcióvektor vákuumban

A mágneses kölcsönhatás számszerű jellemzésére – különböző megnyilvánulásainak vizsgálata alapján – többféle lehetőség is van. Mi ezek közül azt választottuk ki, amelyben a mágneses kölcsönhatásban résztvevő testek (mágneses anyagok, elektromos áramok) által létrehozott mágneses hatást azzal jellemezzük, hogy ezek a testek milyen erőt fejtenek ki a környezetükben mozgó pontszerű elektromos töltésre. Tehát tulajdonképpen – hasonlóan, mint az elektromos kölcsönhatás vizsgálatánál – itt is egy erőmérő-töltést használunk a mágneses hatások jellemzésére.

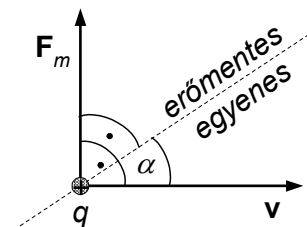
Az egyszerűség kedvéért most is azzal az esettel kezdjük a vizsgálatainkat, amikor a mágneses hatásokat kifejtő testek *vákuumban* vannak elhelyezve, vagyis körülöttük *semmilyen anyag nincs*. A valóságban ezeket a vizsgálatokat levegőben végezték el, és a törvényeket is ilyen körülmények között állapították meg. Kiderült azonban, hogy a levegő jelenléte – különleges pontosságot igénylő esetektől eltekintve – nem befolyásolja az eredményeket.

A vizsgálatokból kiderül, hogy a mágneses testek maguk körül erőteret hoznak létre, amelynek ismertető jele az, hogy itt a *mozgó töltésekre* erő hat. Ez a *mágneses erőtér*, amely ebben a vonatkozásban hasonló az elektromos erőtérhez, de – mint látni fogjuk – jellemzése jóval bonyolultabb.

A mágneses erőtér számszerű jellemzése érdekében vizsgáljuk meg, hogy a \mathbf{v} sebességgel mozgó pozitív töltésű q mérőtöltésre ható erő mitől, és hogyan függ.

Ha az erőtér egy adott helyén a mérőtöltés adatait (töltés, sebességvektor) változtatjuk, akkor az alábbi tapasztalatokat szerezhethetjük (ábra):

- ◆ A mozgó töltésre ható mágneses erő (\mathbf{F}_m) arányos a töltés nagyságával, a mozgás sebességének nagyságával, és mindig merőleges a sebességvektor irányára.
- ◆ A mozgó töltésre ható erő függ a mozgás (vagyis a sebességvektor) irányától, és mindig található egy olyan helyzetű egyenes, amelyen mozogva, a töltésre nem hat erő (az ábrán „erőmentes egyenes”).
- ◆ Ennek az "erőmentes" egyenesnek az a különlegessége, hogy az ettől eltérő irányban mozgó töltésre ható erő mindig merőleges erre az egyenesre, az erő nagysága pedig arányos a sebességvektor és az "erőmentes" egyenes által bezárt szög (α) szinuszával.



A fenti tapasztalatok egy részét az ábra jelöléseivel az alábbi összefüggéssel fejezhetjük ki:

$$F_m \sim v q \sin \alpha.$$

Ha az arányossági tényezőt B -vel jelöljük, akkor az összefüggés így alakul

$$F_m = B v q \sin \alpha.$$

A fenti arányosságból az következik, hogy a B tényező nem függ a mérőtöltés adataitól, hiszen bármelyik adatot megváltoztatva az erő arányosan nő, így a

$$B = \frac{F_m}{vq \sin \alpha}$$

hányados változatlan marad. A B arányossági tényezőt tehát a mágneses erőteret létrehozó tárgyak határozzák meg, így azt a mérés helyén létrejött mágneses erőtér jellemzőjének tekinthetjük.

Az erőhatás teljes leírásához természetesen hozzátartozik az erővektor irányának megadása is. Ennek érdekében jellemezzük az "erőmentes" egyenes helyzetét egy egységvektorral (\mathbf{u}_0). Ennek meghatározásánál azonban el kell döntenünk, hogy az egyenesen a két lehetséges irány közül melyiket válasszuk az egységvektor irányaként. Definiáljuk ezt az irányt a következőképpen. Tudjuk, hogy a mérőtöltésre ható \mathbf{F}_m erő merőleges mind a \mathbf{v} , mind pedig az \mathbf{u}_0 vektorra, ezért vektorszorzatuk egy, az erővel párhuzamos egyenesen van. Válasszuk az \mathbf{u}_0 vektor irányát úgy, hogy a $\mathbf{v} \times \mathbf{u}_0$ vektorszorzat egyirányú legyen a mérőtöltésre ható \mathbf{F}_m erővektorral (ábra). Mivel ennek a vektorszorzatnak a nagysága $|\mathbf{v} \times \mathbf{u}_0| = v \sin \alpha$, ezért a mágneses erő nagysága az

$$F_m = Bqv \sin \alpha = |\mathbf{F}_m| = Bq|\mathbf{v} \times \mathbf{u}_0|$$

alakba írható. A mérőtöltésre ható mágneses erő tehát vektori alakban is felírható az \mathbf{u}_0 egységvektor segítségével:

$$\mathbf{F}_m = Bq\mathbf{v} \times \mathbf{u}_0.$$

Mivel a tapasztalat szerint az "erőmentes" egyenes helyzete sem függ a mérőtöltés adataitól, hanem csak a mágneses erőteret létrehozó tárgyaktól, az erőtér jellemzéséhez az erő nagyságát befolyásoló B skalár mellett, az erőmentes egyenes helyzetének ismerete is hozzátartozik. Ezért a mágneses erőtér jellemzésére a $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_0$ vektort használjuk, amelyet *mágneses indukcióvektornak* nevezünk. Ezzel a mérőtöltésre ható erő az

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

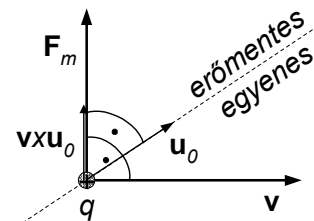
alakot ölti. Ez a vektoregyenlet az erő nagyságára ugyanazt a kifejezést adja, mint a tapasztalati úton megállapított összefüggés, ezen túlmenően pedig – ugyancsak a tapasztalattal egyezésben – az erő irányát is megadja.

A fenti egyenlet alapján a \mathbf{B} vektor a mágneses erőtér adott helyén a következőképpen határozható meg. A q mérőtöltést az adott helyen ismert \mathbf{v} sebességgel mozgatva, megmérjük a ráható \mathbf{F}_m erő nagyságát és irányát, majd a fenti egyenlettel összhangban kijelöljük a \mathbf{B} vektor irányát. A \mathbf{B} vektor nagyságát az erő nagyságát megadó egyenletből számítjuk ki az alábbi módon

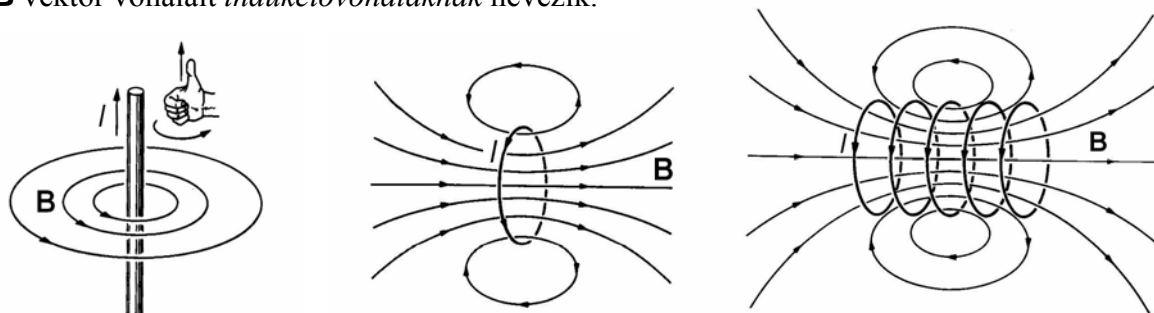
$$B = \frac{F_m}{vq \sin \alpha}.$$

A definíció alapján a mágneses indukcióvektor SI egysége:

$$1 \frac{Ns}{mC} = \frac{N}{mA} = \frac{Nm}{m^2 A} = \frac{VAs}{m^2 A} = \frac{Vs}{m^2} = 1 Tesla = 1T \quad (\text{az egység a nevét } N. \text{ Tesláról kapta}).$$



A **B** vektorokat pontról-pontra meghatározva, a mágneses erőteret is szemléltethetjük vonalakkal, amelyeknek az érintője az adott pontban megadja az indukcióvektor irányát. A **B** vektor vonalait *indukcióvonalaknak* nevezik.¹

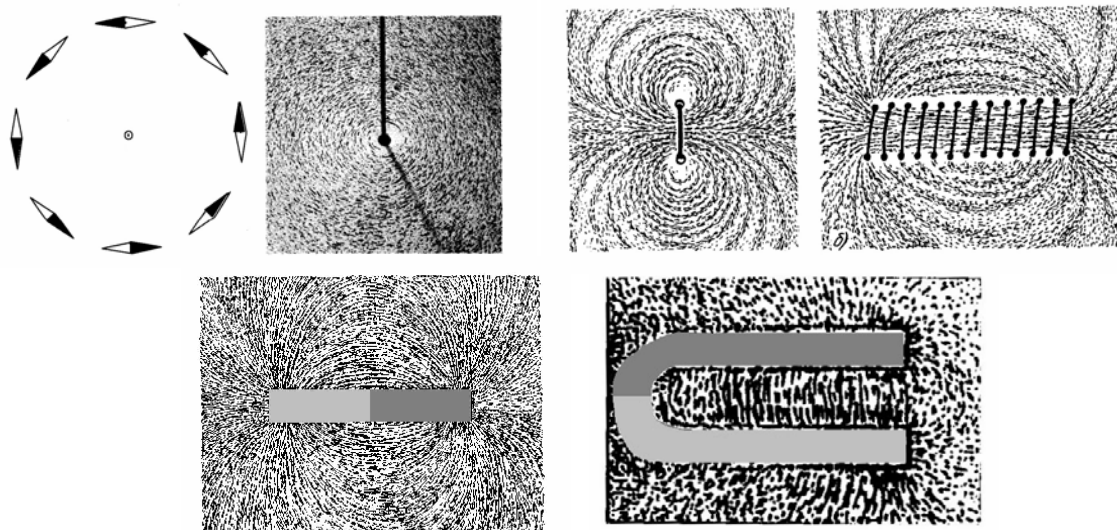


Az ábrákon egy egyenes vezetőben-, egy kör alakú áramhurokban-, és egy egyenes tekercsben folyó áram által létrehozott mágneses erőter **B** vonalait mutatjuk be. A vázlatos ábrákról látható, hogy – szemben az elektrosztatikus erőter erővonaláival, amelyek a teret keltő töltésekben kezdődnek vagy végződnek – a mágneses erőteret jellemző **B** vektor vonalai zárt hurkok, amelyek az erőteret létrehozó elektromos áramot körülveszik.

A baloldali ábrán látható az az ún. *jobbkezeszabály* is, amivel az áram körül létrejött indukcióvonalak irányát meghatározhatjuk. Látható, hogy az egyenes vezető átellenes oldalainál az indukcióvektor ellenkező irányú. Ezzel az eredménnyel érdemes összevetni azt a tapasztaltunkat (Oersted-kísérlet), hogy az egyenes vezető felett- és alatt elhelyezett iránytű ellenkező irányba áll be. Ez a kísérlet, és számos más tapasztalat is azt mutatja, hogy az iránytű az indukcióvektor irányával párhuzamosan áll be, vagyis az adott helyen megmutatja az indukcióvektor irányát. Ez teszi lehetővé az indukcióvonalak egy egyszerű szemléltetését.

KÍSÉRLET:

- ◆ Egyenes áramvezető körül elhelyezkedő iránytűk az ábra szerint helyezkednek el (az áram merőleges a rajz síkjára). Ha mágneses erőterbe helyezett vízszintes, sík lapra vasreszeléket szórunk, akkor a vasszemcsék apró mágnesekké, iránytűkké válnak, és a mágneses erőterben az indukcióvonalak mentén rendeződnek. Ezzel a módszerrel bemutatjuk a vasreszelék által kirajzolt ábrát az egyenes vezető-, kör alakú áramhurok, egyenes tekercs-, rúd- és patkómágnes körül.



¹ Az indukcióvonalakat gyakran „mágneses erővonalaknak” nevezik, annak ellenére, hogy ezek – szemben az elektromos erővonalakkal – nem adják meg a mozgó töltésre ható erő irányát.

Látható, hogy a tekercs és a rúd mágnes erőtere között hasonlóságok vannak. Az is megállapítható, hogy a tekercs belsejében és a patkómágnes szárai között közelítőleg homogén erőtér alakul ki.

Ha a \mathbf{B} vektort az erőtér adott pontjában már ismerjük, akkor ott bármilyen \mathbf{v}' sebességgel mozgó q' töltésre ható \mathbf{F}'_m mágneses erő meghatározható az erőt megadó egyenlet alkalmazásával:

$$\mathbf{F}'_m = q' \mathbf{v}' \times \mathbf{B}.$$

Áramvezetőre ható erő mágneses erőtérben

A kísérletek azt mutatják, hogy mágneses erőtérben nem csak szabadon mozgó töltésre hat erő, hanem árammal átjárt vezetőre is. A jelenség kézenfekvő magyarázata az lehet, hogy a vezetőben mozgó töltésekre fellépő erő közvetetten a vezetőn is megjelenik, vagyis az áramvezetőre ható mágneses erő a benne mozgó töltésekre ható erők eredőjével azonos. Ha ez így van, akkor a mozgó töltésre ható erőre kapott összefüggés segítségével kiszámíthatjuk az áramvezetőre ható erőt is. Ha ezt az erőt megmérjük, akkor a számítás eredményével összevetve, ellenőrizhetjük a kiinduló feltevésünket is.

Az erők számításánál feltételezzük, hogy a vizsgált vezető környezetében valamilyen mágneses anyag vagy áram létrehozott egy mágneses erőteret, amit ismerünk, vagyis az erőteret jellemző \mathbf{B} mágneses indukcióvektor mindenütt adott.

Árammal átjárt vezetőre ható erő

A fenti feltevés alapján a vezetőre ható erőt az egyes töltésekre fellépő erők összegzésével kaphatjuk meg.

A vezetőben v sebességgel mozgó egyetlen q töltésre ható erő

$$\mathbf{F}_l = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Ha a vezetőben a töltéshordozók térfogati sűrűsége

$n = \frac{\Delta N}{\Delta V}$ (töltéshordozó-szám/térfogat), akkor a

kiszemelt, dr hosszúságú (ábra) térfogatelemben mozgó töltéshordozók száma

$$\Delta N = n \Delta V = n A dr.$$

Ha feltételezzük, hogy az összes töltés ugyanolyan

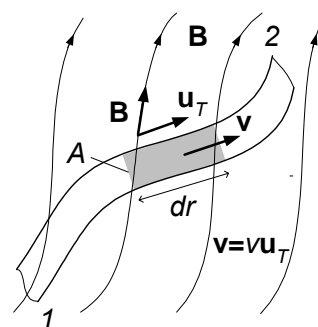
átlagos sebességgel mozog, és a dr szakasz olyan rövid, hogy azon belül az indukcióvektor nem változik, akkor a töltésekre ható erők mind párhuzamosak (az ábra síkjára merőlegesen kifelé mutatnak), így a vezetőszakaszra ható eredő erő

$$d\mathbf{F} = \Delta N \mathbf{F}_l = n A dr \mathbf{F}_l = q n A \mathbf{v} \times \mathbf{B} dr.$$

Egy véges hosszúságú (az ábrán 1-2) vezetődarábra ható erőt az egyes elemi szakaszokra ható erők összegzésével (integrálásával) kapjuk:

$$\mathbf{F} = \int_1^2 q n A \mathbf{v} \times \mathbf{B} dr.$$

Vezessük be a $\mathbf{v} = v \mathbf{u}_T$ vektort, ahol \mathbf{u}_T a töltéshordozók sebességének – és egyben a vezető érintőjének – irányába mutató egységvektor, és vegyük figyelembe, hogy a vezetőben folyó áram erőssége $I = q n A v$. Ezzel a vezetőre ható erő kifejezése így alakul:



$$\mathbf{F} = \int_l^2 I \mathbf{u}_T \times \mathbf{B} dr = I \int_l^2 \mathbf{u}_T \times \mathbf{B} dr.$$

Az áramerősség azért emelhető ki, mert Kirchhoff I. törvénye szerint I a vezető minden helyén ugyanakkora. Ez az összefüggés tetszőleges alakú és hosszúságú vezetőre érvényes, de bonyolult alakú vezető esetén nehezen számítható ki.

Egyszerűen megkapható egy l hosszúságú, *egyenes vezetőszakaszra homogén mágneses erőtérben* ható erő, hiszen ekkor az $\mathbf{u}_T \times \mathbf{B}$ vektorszorzat a vezető mentén mindenütt ugyanaz lesz, így írhatjuk, hogy

$$\mathbf{F} = I \mathbf{u}_T \times \mathbf{B} \int_l^2 dr.$$

Az itt szereplő integrál a vezető mentén történt elmozdulások összege, ami éppen a vezető l hosszával egyenlő, így végül az

$$\mathbf{F} = I l \mathbf{u}_T \times \mathbf{B}$$

végeredményt kapjuk. A vezetőre ható erő – a töltésre ható erő irányával összhangban – merőleges a vezetőre és a mágneses indukcióvektorra is.

A vezetőszakaszra vonatkozó összefüggéssel kapcsolatban megjegyezzük, hogy az áram mindig zárt hurokban folyik, ezért egy vezetőre mágneses erőtérben ható erő mindig egy *áramhurokra* fellépő erőt jelent. A vezető egy szakaszára ható erő tehát csak akkor azonosítható a vezetőre ható erővel, ha a mágneses erőtér valóban csak erre a szakaszra fejt ki erőt.

Az erő kifejezésének áramhurokra érvényes, általános alakja

$$\mathbf{F} = I \oint_L \mathbf{u}_T \times \mathbf{B} dr,$$

ahol az integrálás (összegzés) a teljes, zárt L vezetőhurok mentén történik.

Érdeemes megvizsgálni azt az esetet, amikor egy vezetőhurok homogén mágneses erőtérben van. Ekkor az integrálásnál (összegzésnél) a mindenütt azonos \mathbf{B} kiemelhető:

$$\mathbf{F}_{hurok}^{homogén} = I \oint_L \mathbf{u}_T \times \mathbf{B} dr = I \left(\oint_L \mathbf{u}_T dr \right) \times \mathbf{B}.$$

Ez az összefüggés tovább alakítható, ha észrevesszük, hogy a $\oint_L \mathbf{u}_T dr$ integrálban

szereplő $\mathbf{u}_T dr = d\mathbf{r}$ mennyiség éppen az elemi elmozdulásvektor. Az integrál tehát nem más, mint az elmozdulásvektorok vektori összege az L zárt hurok körüljárása során. Mivel a körüljárás végén visszatérünk a kiindulópontba, az elmozdulásvektorok összege nulla, tehát $\oint_L \mathbf{u}_T dr = 0$. Ebből következik, hogy

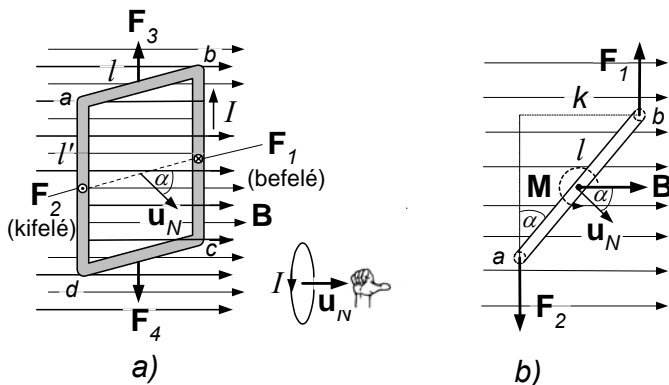
$$\mathbf{F}_{hurok}^{homogén} = I \left(\oint_L \mathbf{u}_T dr \right) \times \mathbf{B} = 0,$$

vagyis homogén erőtérben az áramhurokra fellépő erők *eredője* nulla. Ez az állítás nem zárja ki, hogy a vezetőhurokra fellépjen olyan forgatónyomaték, ahol az eredő erő nulla (pl. erőpár).

Áramhurokra ható forgatónyomaték

Egy áramhurokra az eredő erő mellett általában forgatónyomaték is fellép. Itt a legegyszerűbb esetet tárgyaljuk, amikor a mágneses erőtér homogén. Ekkor az áramhurokra ható eredő erő nulla, de forgatónyomaték felléphet.

Számítsuk ki a forgatónyomatékokat abban az egyszerű esetben, amikor a homogén mágneses erőtérben elhelyezett áramhurok téglalap alakú, l és l' oldalhosszakkal, és az egyik szembelevő oldalpár (l') merőleges a mágneses indukcióvektorra (ábra). Az l hosszúságú oldalakra ható erők azonos nagyságúak és ellentétes irányúak ($\mathbf{F}_3 = -\mathbf{F}_4$), ezért eredőjük nulla, mivel pedig egy egyenesen működnek, eredő nyomatékuk sincs (a) ábra). Az l' hosszúságú oldalakra ható erők szintén érvényes, hogy $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$, de ezeknek az erőknek a nyomatéka nem nulla. A két erő azonos nagysága



$$F_1 = F_2 = F = I l' B .$$

A *b*) ábrán a keretet felülnézetben mutatjuk, ahol jól látható a keretre ható erőpár, amely a keretet a nyíl irányában forgatja. Az erőpár forgatónyomatékának nagysága

$$M = F k = F l \sin \alpha .$$

Itt α a keret állását megadó szög.

Az erő kifejezését behelyettesítve, és felhasználva, hogy a zárt hurok felülete $A = l l'$, a forgatónyomaték nagyságára azt kapjuk, hogy

$$M = I A B \sin \alpha .$$

A keret felületének állását megadhatjuk a felületre merőlegesen felvett \mathbf{u}_N egységvektorral is, amelynek irányát az áram irányához illesztjük az ábrán látható jobbkéz-szabálynak megfelelően. Mivel a forgatónyomaték kifejezésében szereplő α szög megegyezik az indukcióvektor és a felületre merőleges \mathbf{u}_N vektor által bezárt szöggel, ezért a forgatónyomaték az alábbi vektoregyenlet formájában is felírható:

$$\mathbf{M} = I A \mathbf{u}_N \times \mathbf{B} .$$

Ez az összefüggés közvetlenül megadja az áramhurokra, illetve a vezetőkeretre ható forgatónyomaték-vektort. A *b*) ábra alapján belátható, hogy az így kapott nyomatékvektor a rajz síkjából kifelé mutat, tehát valóban a berajzolt nyíl irányában forgat. Ez az eredmény – bár levezetésénél speciális alakú vezetőkeretet alkalmaztunk – bármilyen alakú síkbeli áramhurokra érvényes¹.

A forgatónyomatékokat eszerint az áram és a vezetőkeret által körülzárt felület nagysága mellett a keret síkjának (illetve felületvektorának) az indukcióvektorhoz viszonyított állása szabja meg. A keret akkor van egyensúlyban, amikor a rá ható forgatónyomaték nulla, vagyis amikor $\alpha = 0$. Ez azt jelenti, hogy a mágneses erőtér az árammal átjárt vezetőkeretet addig forgatja, amíg a keret felületvektora (normálisa) párhuzamos nem lesz az indukcióvektorral.

Az árammal átjárt forgatható vezetőkeret ilyen viselkedését kísérletileg is igazolni lehet.

¹ Szabálytalan alakú hurok helyettesíthető egymáshoz illeszkedő téglalap alakú hurkokkal. A felület belsejében egymással érintkező téglalap-oldalak hatása kiesik (ellenkező irányú áramok), csak az eredeti hurkot közelítő lépcsős hurok marad. Homogén erőtérben az egyes téglalapokra ható nyomatékok összegzése végül a fenti eredményt adja, ahol A az eredeti hurok teljes felülete.

KÍSÉRLET:

- ◆ Függőleges tengely körül forgatható, árammal átjárt vezető kerethez mágnesrudat közelítve, a keret a rúd irányára merőlegesen áll be, vagyis a keret felületére merőleges felületvektor a mágneses indukcióvektorral párhuzamos irányba fordul (a mágnesrúdban és a végéhez közeli helyeken a mágneses indukcióvektor párhuzamos a rúd tengelyével).

A vezetőkeretre mágneses erőtérben fellépő forgatónyomaték lehetőséget ad elektromos energiának mechanikai munkává való átalakítására, hiszen a keretben folyó áram hatására jön létre az elfordulás. Némi nehézséget okoz, hogy a fent tárgyalt esetben a keret maximum egy félfordulatot tesz csak meg, azután igyekszik a nyomatékra vonatkozó egyenlet által meghatározott egyensúlyi helyzetbe beállni. Ha azonban az egyensúlyi helyzet elérése pillanatában mindig megfordítjuk a keretben folyó áram irányát, akkor a keret mindig továbbfordul, és így folyamatos forgómozgás hozható létre (az áram irányváltoztatásának hagyományos módszere az ún. kommutátor alkalmazása, amely ezt a feladatot mechanikai úton oldja meg). Lényegében ezen alapul az *egyenáramú elektromos motor* működése.

A vezetőkeretre ható forgatónyomaték arányos a keretben folyó árammal, ezért ha ismert mágneses erőtérben egy ismert keretre ható forgatónyomatékot megmérjük (pl. úgy, hogy egy torziós szállal vagy spirálrugóval kompenzáljuk), akkor a fenti összefüggés alapján a keretben folyó áram meghatározható. Ezen alapul az *árammérésre* használt mutatós műszerek működése.

Mágneses dipólus

Az áramhuroknak az a viselkedése, hogy a hozzá rendelt felületvektor beáll az indukcióvektor irányába, hasonlít a mágneses anyagból készült iránytű viselkedéséhez, ami szintén az indukcióvektorral párhuzamosan áll be. Ráadásul az áramhurok és a kétpólusú mágnes (mágneses dipólus) erőtere is hasonlít egymáshoz. Ez adja az alapját annak, hogy az áramhurkot *mágneses dipólusnak* nevezik.

A mágneses dipólus jellemzése, a mágneses dipólusmomentum

A mágneses dipólus bevezetése mellett szól még egy analógia: elektromos erőtérben az elektromos dipólus szintén beáll az elektromos erőteret jellemző vektor, az elektromos térerősség irányába. Ezt az analógiát felhasználva vezették be azt a vektormennyiséget, amellyel a mágneses dipólust jellemezni lehet, ami megadja a dipólus beállításának irányát és az áramhurkot jellemző adatokat (a hurokban folyó áramerősséget és a hurok nagyságát). Ezt a mennyiséget *mágneses dipólusmomentumnak* nevezik, és definíciója az elektromos dipólus-analógián alapul. Mint azt korábban láttuk, az elektromos dipólusra elektromos erőtérben ható forgatónyomaték:

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{d}_e \times \mathbf{E} .$$

A mágneses dipólusra mágneses erőtérben fellépő forgatónyomaték viszont

$$\mathbf{M}_m = I \mathbf{A} \mathbf{u}_N \times \mathbf{B} .$$

A két kifejezés összehasonlítása alapján a mágneses dipólusmomentumot célszerű a

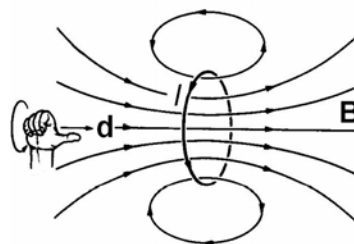
$$\mathbf{d}_m = I \mathbf{A} \mathbf{u}_N$$

összefüggéssel definiálni. Ez a mennyiség valóban csak a dipólus (az áramhurok) adataitól (áram, felület nagysága, felület állása) függ.

Áramhurok mágneses erőterét (\mathbf{B}) és a dipólmomentum-vektor (\mathbf{d}) irányának definícióját (az I áram irányával való összefüggését) mutatja a mellékelt ábra.

Az áramhurokra ható forgatónyomaték a mágneses dipólmomentummal kifejezve

$$\mathbf{M}_m = \mathbf{d}_m \times \mathbf{B}.$$



Mágneses dipólus energiája mágneses erőterben

Egyensúlyi állapotban a mágneses dipólus (pontosabban a dipólmomentum vektor) befordul a mágneses indukcióvektor irányába. Ha ebből a helyzetből ki akarjuk fordítani, akkor erőt kell kifejtenünk, és munkát kell végeznünk. Ez a munkavégzés azt eredményezi, hogy a dipólus helyzeti energiára tesz szert.

Az erőtér által a mágneses dipólus elfordulásakor végzett munka ugyanúgy számítható ki, mint az elektromos dipólus esetében:

$$dW_{\text{tér}} = \mathbf{M}_{\text{tér}} \cdot d\boldsymbol{\varphi} = -M_{\text{tér}} d\varphi.$$

Mivel pedig a forgatónyomaték kifejezése is ugyanolyan a két esetben, a számolás itt is ugyanúgy végezhető el, mint az elektromos esetben, és a végeredmény is ugyanaz, csak elektromos dipólmomentum (\mathbf{p}_e) helyett mágneses dipólmomentumot (\mathbf{p}_m), elektromos térerősség (\mathbf{E}) helyett mágneses indukcióvektort (\mathbf{B}) kell írunk. Az elektromos dipólus helyzeti energiája elektromos erőterben $E_h^e = -\mathbf{d}_e \cdot \mathbf{E}$, ennek megfelelően a mágneses dipólus helyzeti energiája mágneses erőterben

$$E_h^m = -\mathbf{d}_m \cdot \mathbf{B}.$$

A helyzeti energiát most is a dipólusnak arra a helyzetére vonatkoztatjuk, amikor a dipólmomentum vektor merőleges az indukcióvektorra. Ebben a helyzetben a dipólus helyzeti energiája nulla, ennek következtében az egyensúlyi állapotban a helyzeti energia negatív.