

## ***A magnetosztatika törvényei anyag jelenlétében***

Eddig: a mágneses jelenségeket levegőben vizsgáltuk.

Kimutatható, hogy vákuumban gyakorlatilag ugyanolyanok a törvények, mint levegőben (levegő nem módosítja lényegesen a törvényeket).

Mi történik, ha a mágneses erőteret keltő áramokat más anyagok veszik körül (pl. folyadék, szilárd anyag)?

### **KÍSÉRLETEK:**

- ◆ Az elektromágneses indukciónál, láttuk, hogy az indukáló tekercsbe vasmagot téve, az indukált feszültség – egyébként változatlan körülmények között – jelentősen nagyobb.
- ◆ Áram bekapcsolásakor az önindukciós tekercs áramkésleltető hatása lényegesen nagyobb, ha a tekercsben vasmag van.

A kísérletek tehát azt mutatják, hogy a mágneses teret keltő tekercsek mágneses hatása függ a tekercset kitöltő *anyagtól*.

Mi okozza az anyagoknak a mágneses erőteret befolyásoló hatását?

Ahhoz, hogy a kérdésre válaszolni tudjunk, az atomok felépítését és viselkedését kell ismernünk. Az anyagot felépítő atomok töltött részecskékből (atommag és elektronok) állnak, amelyek állandó mozgásban vannak. Az atommag töltéseinek mozgását első közelítésben elhanyagolhatjuk, az elektronok azonban atomi léptékkal mérve jelentős mozgásokat végeznek, ami azt jelenti, hogy az atomban elektromos áramok jönnek létre. Ezek az atomi áramok mágneses dipólmomentumokat és mágneses erőteret hoznak létre. Az így létrejött atomi mágneses erőterek képesek megváltoztatni az eredeti külső mágneses erőteret.

Az anyagok atomjaiban az elektronok kétféle mozgást végeznek, amelyek mindegyike elemi mágneses dipólus megjelenését eredményezi.

Az egyik mozgás az elektronnak az atommag körüli mozgása, amelyet a mágneses jelenségek egyszerű leírásánál azzal az igen egyszerű (de a valóságnak nem teljesen megfelelő) modellel közelíthetünk, hogy az elektronoknak az atommag körüli mozgását elemi köráramokként fogjuk fel, és ezek az elemi köráramok atomi mágneses dipólusoknak felelnek meg. Ezek adják az elektronok ún. *pályamozgásából* származó dipólmomentumot.

Az anyagok mágneses viselkedése bizonyos anyagok esetén nem értelmezhető egyedül az elektronok pályamozgásából származó mágneses dipólmomentumok segítségével. Kiderült, hogy az elektronoknak van egy sajátos belső mozgása is, amit a legegyszerűbb (de a valósággal több szempontból nem egyező) modell szerint úgy képzelhetünk el, hogy az elektron a saját tengelye körül forog, ami a benne lévő töltés körmozgása miatt egy újabb mágneses dipólmomentumot eredményez. Ezt *spin* mágneses dipólmomentumnak nevezik.

- ◆ Az anyagok többségében az atomok mágneses dipólmomentumainak eredője nem nulla, tehát az atomoknak van egy eredő mágneses dipólmomentuma. Ezek a dipólmomentumok azonban külső mágneses tér nélkül rendezetlenül helyezkednek el, és átlagos eredő mágneses erőterük nulla. A külső mágneses erőter ezeket a dipólusokat rendezi, és ekkor nullától különböző eredő mágneses erőterük lesz, ami megváltoztatja az eredeti külső mágneses erőteret.
- ◆ Az anyagok egy részében külső mágneses erőter nélkül az atomokban az elektronok mágneses dipólmomentumai egymást kompenzálják, így az atomoknak nincs eredő mágneses dipólmomentuma. A külső mágneses erőter azonban az ilyen anyagok atomjaiban eredő mágneses dipólusokat (ún. indukált dipólmomentumot) hozhat létre, és

ezeknek a rendezett mágneses dipólusoknak az átlagos tere már nem nulla, ami szintén befolyásolja a kialakuló mágneses erőteret.

Azt a folyamatot, amelynek során az anyagban az atomi mágneses dipólmomentumok rendeződnek, az anyag *mágnesezésének*, az ilyen állapotba került anyagot pedig *mágnesezettnek* nevezik.

Az atomokban végbemenő töltésmozgásból származó áramokat – szemben a vezetékekben folyó ún. *makroszkopikus áramokkal* – gyakran *mikroszkopikus áramoknak* nevezik. Ezzel a terminológiával élve azt mondhatjuk, hogy a makroszkopikus áramok által létrehozott mágneses erőteret az anyag jelenléte az atomi szinten jelentkező, mikroszkopikus áramok révén módosítja.

### Mágneses erőter anyagokban

A mágnesezett anyagokban várhatóan más lesz a mágneses erőter, mint a külső tér, hiszen a mágneses dipólusok tere módosítja azt. A különböző anyagok mágneses erőteret módosító hatása különböző, mert az anyagok mágneses erőterbe helyezve különböző módon viselkednek. Ebből a szempontból lényeges különbség van a homogén, izotróp anyagok és a bonyolultabb (inhomogén, anizotróp) anyagok között.

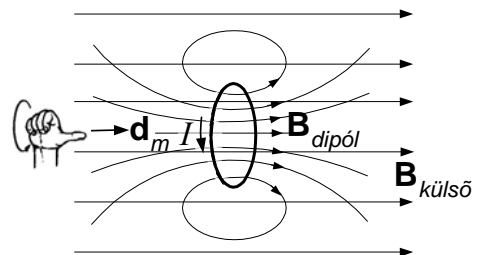
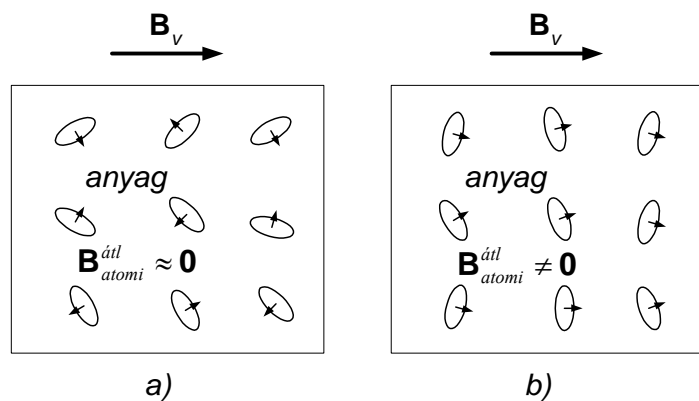
#### *Az atomi mágneses dipólusok hatása a mágneses erőterre homogén, izotróp anyagokban*

A homogén, izotróp anyagok a mágneses térrel kapcsolatos viselkedésük alapján két nagy csoportba oszthatók:

##### *1. Paramágneses anyagok*

Azokban az anyagokban, amelyekben az atomoknak nullától különböző mágneses dipólmomentuma van (ez az anyagok többsége) az atomi dipólusok külső mágneses tér nélkül rendezetlenül helyezkednek el, és mágneses erőterük átlagosan semlegesítik egymást (*a*) ábra). Ha azonban az anyagot mágneses erőterbe tesszük, akkor a dipólmomentumok igyekeznek beállni az erőter irányába (a tökéletes rendeződést a hőmozgás akadályozza meg, de a dipólusok többsége az erőterrel közel párhuzamosan áll be; *b*) ábra).

A külső erőter irányába befordult atomi dipólus dipólmomentum vektora ( $\mathbf{d}_m$ ) párhuzamos a külső erőter  $\mathbf{B}_{\text{külső}}$  mágneses indukcióvektorával (ábra). Ilyenkor a dipólust alkotó áramhurok belsejében a dipólus által keltett  $\mathbf{B}_{\text{dipól}}$  mágneses indukció egy irányú a



dipólmomentum vektorral és így a külső erőterrel is. Mivel pedig a dipólus erőtere éppen itt a legerősebb (itt a legsűrűbbek az indukcióvonalak), az erőterrel egy irányban beálló dipólus jelenléte erősíti az átlagos mágneses erőteret. Ebben az esetben tehát a

mikroszkopikus mágneses dipólusok eredője a mágneses erőtér irányába mutat, ezért  $B > B_v$ .

Az ilyen anyagokat *paramágneses* anyagoknak nevezik. Nevüket onnan kapták, hogy a belőlük készült hosszú, vékony rúd a mágneses térrel párhuzamosan (*paralell*) igyekszik beállni. A homogén, izotróp anyagok döntő többsége paramágneses.

### 2. Diamágneses anyagok

Az anyagok egy másik csoportjánál az atomok eredő mágneses dipólmomentuma nulla. Ha azonban egy ilyen anyagot mágneses erőtérbe teszünk, akkor – itt nem részletezett okok miatt – az atomokban létrejön egy ún. *indukált* mágneses dipólmomentum. Az így keletkezett mágneses dipólusok a külső erőtérrel *ellenkező irányban* igyekeznek beállni (a hőmozgás hatása itt is jelentkezik).

Ez a fenti megfontolások alapján azt jelenti, hogy a rendeződött dipólusok mágneses erőtere ezekben az anyagokban a külső erőtérrel ellenkező irányú, így az anyagban az átlagos mágneses indukció kisebb, mint a vákuumbeli érték ( $B < B_v$ ).

Az ilyen anyagokat *diamágneses* anyagoknak nevezik. Nevüket onnan kapták, hogy a belőlük készült hosszú, vékony rúd a mágneses erőtérre merőlegesen (*diametrálisan*) igyekszik beállni. Diamágneses anyag pl. a bizmut, a higany, a réz, a víz, a gázok közül pedig a nitrogén és a hidrogén.

(Megjegyezzük, hogy az említett indukált dipólmomentum a paramágneses anyagokban is létrejön, de az atom eredeti (paramágneses) dipólmomentuma sokkal nagyobb, így a diamágneses hatás nem észlelhető.)

Később ezzel a kérdéssel részletesebben is foglalkozunk, de már itt megjegyezzük, hogy homogén, izotróp anyagokban – nem túl nagy mágneses erők esetén – az anyag jelenlétének a mágneses erőtérre gyakorolt hatása egyszerűen kiszámítható. Erre az a tapasztalat ad lehetőséget, hogy egy áram által egy meghatározott helyen okozott mágneses indukció vákuumbeli ( $B_v$ ) és ilyen anyag jelenlétében mérhető értékei ( $B$ ) között egyszerű arányosság áll fenn, így az anyag jelenléte által okozott változás egyetlen, anyagtól függő számmal vehető figyelembe:

$$\mathbf{B} = \mu_r \mathbf{B}_v.$$

Itt  $\mu_r$  az anyagi minőségtől függő szám, az illető anyag *relatív permeabilitása*. Azokat az anyagokat, amelyekre ez az összefüggés érvényes, mágneses szempontból *lineáris anyagoknak* is nevezik.

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy a relatív permeabilitás paramágneses anyagokban  $1$ -nél nagyobb pozitív szám:  $\mu_r > 1$  (értéke a mérések szerint  $1$ -től alig különbözik, nagysága  $1+10^{-3}$ – $1+10^{-6}$  között van), diamágneses anyagokban viszont a  $1$ -nél kisebb pozitív szám:  $\mu_r < 1$  (értéke a mérések szerint alig különbözik  $1$ -től, nagysága körülbelül  $1+10^{-6}$ ). Ezeknek az anyagoknak közös jellemzője tehát az, hogy relatív permeabilitásuk alig különbözik  $1$ -től.

Vákuumban nincs mágnesezés, ezért  $\mu_r = 1$ . Mivel gázokban jó közelítéssel  $\mu_r = 1$ , a levegőben végzett kísérletek eredményeit jó közelítéssel vákuumbeli eredményeknek fogadhatjuk el.

### **Mágneses erőtér bonyolultabb anyagokban**

Ha az anyag a fenti egyszerű anyagoknál bonyolultabb (inhomogén, anizotróp, nem lineáris), akkor viselkedését mágneses erőtérben jóval nehezebb leírni. Ezekben az esetekben nincs egyszerű összefüggés a vákuumbeli- és az anyag jelenlétében mért mágneses indukció között, sőt vannak olyan anyagok, amelyekben a mágneses

dipólusok külső mágneses erőter nélkül is rendeződnek, az anyagnak ún. *spontán mágnesezettsége* van. Emiatt ezekben az anyagokban külső erőter nélkül is van mágneses erőter.

### Mágneses erőter alaptörvényei anyag jelenlétében

A mágnesezett anyagokban várhatóan más lesz a mágneses erőter, mint a külső tér, hiszen a mágneses dipólusok tere módosítja azt. Ha viszont az anyag jelenléte módosítja a mágneses erőteret, felmerül a kérdés: hogyan módosulnak a magnetosztatika alaptörvényei?

#### *A magnetosztatika Gauss-törvénye anyag jelenlétében*

Az anyagokban az atomi töltésmozgásból származó mágneses erőteret ugyanolyan töltéseknek (pl. elektronok) a mozgása okozza, mint amelyek a makroszkopikus áramokat keltik.

Ezek a mikroszkopikus áramok feltehetőleg ugyanolyan természetű mágneses erőteret keltenek, mint a makroszkopikus áramok, ezért feltehetjük, hogy az így keletkezett mágneses indukcióvektor erővonalai is zárt hurkok. Ebből következik, hogy a Gauss-törvény változatlan formában érvényes anyag jelenlétében is:

$$\oint_A \mathbf{B} d\mathbf{A} = 0.$$

A tapasztalat ezt a feltevést igazolja.

#### *Gerjesztési törvény anyag jelenlétében*

A gerjesztési törvény az áramok és a mágneses erőter kapcsolatát rögzíti, ezért ebben figyelembe kell venni a mikroszkopikus áramok erőterét is.

Ez formálisan a **mikroszkopikus áramoknak** a törvénybe történő beírását jelenti:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{r} = \mu_0 (I + I_{mikro}).$$

(Itt  $I$  illetve  $I_{mikro}$  a zárt hurok által körülvevett felületen átmenő valódi illetve mikroszkopikus áramok előjeles összegét jelenti.)

Kérdés: mennyi adott körülmények között a zárt hurkot átmetsző mikroszkopikus áram?

Ha a zárt hurok az egész anyagot körülveszi (vagyis az anyagon kívül halad), akkor  $I_{mikro} = 0$ , hiszen a mikroszkopikus áramok ilyenkor nem metszik át a zárt görbe által határolt felületet.

Ha azonban a zárt hurok az anyagban halad, akkor a mikroszkopikus áramok adhatnak járulékot az áramok összegében, ezért lehet, hogy  $I_{mikro} \neq 0$ .

A mikroszkopikus áramokat egy egyszerűsített modellel számítjuk ki. A modellben az elemi mágneses dipólusokat kis köráramoknak tekintjük, és minden dipólust azonosnak tételezünk fel.

Mivel a mikroszkopikus áramokat makroszkopikus mennyiségekkel akarjuk megadni, célszerű a mágnesezést makroszkopikusan jellemezni.

Az anyagban jelenlévő atomi áramokat elemi mágneses dipólmomentumokkal adjuk meg. Ha az egyes mágneses dipólmomentumokat  $\mathbf{d}_{mi}$ -vel jelöljük, akkor az egész test mágnesezettségét a dipólmomentumok összegével jellemezhetjük:

$$\mathbf{d}_m^{teljes} = \sum_i \mathbf{d}_{mi}.$$

Lokális jellemzőként itt is (ahogy az elektromos polarizációnál) bevezetjük a mágneses dipólmomentumok térfogati sűrűségét (számértékileg a térfogategység dipólmomentuma):

$$\mathbf{P}_m = \frac{\Delta \mathbf{d}_m^{teljes}}{\Delta V} = \frac{\Delta \left( \sum_i \mathbf{d}_{mi} \right)}{\Delta V}.$$

Ez a *mágnesezettség vektora* (néha  $\mathbf{M}$ -mel jelölik).

Nézzük meg, hogy a gerjesztési törvényben az összegzéshez felvett zárt hurok egy kis szakasza mentén mennyi lesz a zárt hurok által körülzárt felület *egyszer* átmetsző áramhurkok száma. A mágneses dipólusokat azonosaknak tételezzük fel  $\mathbf{d}_{mi} = I_m A_m \mathbf{u}_N$  dipólmomentummal. (Itt  $I_m$  az elemi modell-dipólust alkotó köráram erőssége,  $A_m$  a köráram felülete,  $\mathbf{u}_N$  a normális egységvektor, amelynek iránya az áramirányhoz a jobbkéz-szabály szerint illeszkedik.)

A  $dl$  szakasz mentén azok a köráramok adnak egyetlen metszést a zárt hurok által határolt felületen (ábra), amelyeknek centruma benne van az ábrán szaggatott vonallal jelzett

$$dV = dl A_m |\cos \alpha|.$$

térfogatban.

Ha a dipólusok térfogati darabsűrűsége  $n = \frac{dN}{dV}$

(darab/térfogat), akkor az ilyen dipólusok száma

$$dN = n dV = n dl A_m |\cos \alpha|,$$

az ebből származó – a gerjesztési törvényben járulékot adó – áramok összege pedig (ez esetben pozitív):

$$dI_{mikro} = I_m \frac{dN}{dV} dl A_m \cos \alpha,$$

A kifejezés előjelhelyesen adja az áramot.

Mivel  $\alpha$  a dipólmomentum-vektor és az elmozdulás irányába mutató  $\mathbf{u}_T$  egységvektor közötti szög, az áram vektorokkal is kifejezhető:

$$dI_{mikro} = \frac{dN}{dV} \mathbf{d}_m d\mathbf{u}_T = \mathbf{P}_m d\mathbf{r}.$$

Itt bevezettük a  $d\mathbf{r} = d\mathbf{u}_T$  elmozdulás-vektort.

A zárt hurokra történő összegzésből az

$$I_{mikro} = \oint_L \mathbf{P}_m d\mathbf{r}$$

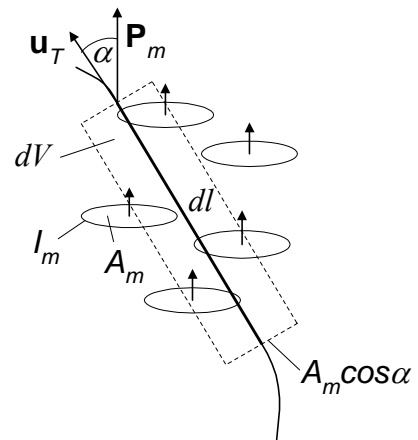
eredményt kapjuk.

Ez azt jelenti, hogy a mágnesezettség vektora általában nem örvénymentes vektorteret alkot.

A mikroszkopikus áramok fenti kifejezésével a gerjesztési törvény:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{r} = \mu_0 I + \mu_0 \oint_L \mathbf{P}_m d\mathbf{r},$$

ahol az integrálás (összegzés) mindkét esetben ugyanazon  $L$  görbe mentén történik. Ezt felhasználva, az összefüggés átrendezhető a



$$\oint_L (\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{P}_m) d\mathbf{r} = \mu_0 I$$

alakba. Ez azt jelenti, hogy anyag jelenlétében a  $\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{P}_m$  vektormennyiség a makroszkopikus áramokkal ugyanolyan kapcsolatban van, mint vákuumban a  $\mathbf{B}$ .

Az egyenlet további egyszerűsítése érdekében még egy átalakítást szokás végrehajtani:

$$\oint_L \left( \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{P}_m \right) d\mathbf{r} = I.$$

Az egyenlet baloldalán a zárójelben szereplő mennyiséget új fizikai jellemzőként szokták bevezetni, és mágneses térerősségnek ( $\mathbf{H}$ ) nevezik:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{P}_m.$$

Használata nem nélkülözhetetlen, de a gyakorlatban megszokott, és néha hasznos is. Ezzel a gerjesztési-törvény így alakul:

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{r} = I.$$

A gerjesztési törvénynek ez az alakja azt mutatja, hogy a  $\mathbf{H}$ -t a valódi, makroszkopikus áramok határozzák meg.

A fenti összefüggés átrendezésével a térmennyiségek kapcsolata a

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{P}_m)$$

alakba is írható.

Vákuumban  $\mathbf{P}_m = 0$ , ezért  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ , és a törvény a korábbi (vákuumban érvényes) alakba megy át:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{r} = \mu_0 I.$$

## Mágneses erőtér homogén, izotróp, lineáris anyagokban

Általános összefüggés:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{P}_m).$$

Különböző anyagok esetén különböző a  $\mathbf{P}_m$  és a mágneses erőtér kapcsolata.

Homogén, izotróp anyagokban, kis tereknél legtöbbször érvényes, hogy  $\mathbf{P}_m \sim \mathbf{H}$ , ezek az anyagok a *lineáris mágneses anyagok*. Az arányosságot a  $\mathbf{P}_m = \chi_m \mathbf{H}$  alakban szokás felírni, ahol  $\chi_m$  az *anyag mágneses szuszceptibilitása*, amely az anyagi minőségtől függ.

A tapasztalat szerint a homogén, izotróp, lineáris anyagok a mágneses térrel kapcsolatos viselkedésük alapján két nagy csoportba oszthatók:

- ◆ Az anyagok többségénél a szuszceptibilitás kis pozitív szám:  $\chi_m > 0$ , nagysága  $10^{-3} - 10^{-6}$  közötti érték. Ezek a *paramágneses* anyagok, amelyekben tehát a mágneses dipólusok eredője (a mágnesezettség vektora) a tér irányába mutat. Nevüket onnan kapták, hogy a belőlük készült hosszú, vékony rúd a mágneses térrel párhuzamosan igyekszik beállni.
- ◆ Az anyagok egy másik csoportjánál a szuszceptibilitás kis negatív szám:  $\chi_m < 0$ , nagysága  $10^{-6}$  körüli érték. Ezek a *diamágneses* anyagok, amelyekben a mágneses dipólusok eredője (a mágnesezettség vektora) a tér irányával ellentétes irányba mutat. Nevüket onnan kapták, hogy a belőlük készült hosszú, vékony rúd a mágneses térre merőlegesen (diametrálisan) igyekszik beállni.

A két csoport közös jellemzője, hogy mágneses szuszceptibilitásuk nagysága alig különbözik nullától.

A lineáris viselkedés miatt a térmennyiségek kapcsolata egyszerűsíthető:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{P}_m) = \mu_0\mathbf{H} + \mu_0\chi_m\mathbf{H} = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}.$$

Itt  $\mu_r = 1 + \chi_m$  az anyag *relatív permeabilitása*, a  $\mu = \mu_0\mu_r$  mennyiség az anyag *abszolút permeabilitása*. Paramágneses anyagoknál  $\mu_r > 1$ , diamágneses anyagoknál pedig  $\mu_r < 1$ , de mindkét esetben a relatív permeabilitás jó közelítéssel  $1$ . Vákuumban nincs mágnesezés, ezért  $\chi_m = 0$ , és  $\mu_r = 1$ . Ezért fogadhatjuk el jó közelítéssel a levegőben végzett kísérletek eredményeit vákuumbeli eredményeknek.

### Mágneses térmennyiségek

Homogén, izotróp, és mágneses szempontból lineáris anyagokban a gerjesztési törvény egyszerűbb alakba írható:

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{r} = \oint_L \frac{\mathbf{B}}{\mu_0\mu_r} d\mathbf{r} = I.$$

Ebből

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{r} = \mu_r\mu_0 I.$$

Emiatt *azonos makroszkopikus áramok* esetén minden vákuumban érvényes összefüggésben, ahol szerepel a  $\mu_0$ , az anyagban érvényes alakot a  $\mu_0 \Rightarrow \mu_0\mu_r$  cserével kapjuk meg.

Így írható át pl. az egyenes vezető vagy a tekercs mágneses tere

$$B = \frac{\mu_r\mu_0 I}{2\pi r} = \mu_r B_v \quad B = \frac{\mu_r\mu_0 IN}{l} = \mu_r B_v.$$

Ugyanezeknél az áramoknál a mágneses térerősség

$$H = \frac{B}{\mu_r\mu_0} = \frac{I}{2\pi r} = H_v \quad H = \frac{IN}{l} = H_v.$$

Látható, hogy a  $H$  – azonos áramok esetén – valóban nem függ a közegtől. Ebből a szempontból a  $\mathbf{H}$  az elektromos tér jellemzésére bevezetett  $\mathbf{D}$ -vel analóg (az csak a valódi töltésektől függ).

### Térjellemező vektorok két homogén izotróp anyag határán

Két homogén izotróp, lineáris anyag határán a térmennyiségek vektorai általában törést szenvednek (ábra).

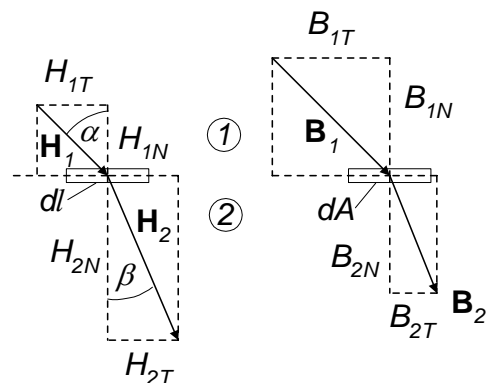
A térerősségviszonyok számítása az elektromos térhez hasonló módon történik: a felületre simuló zárt görbe (téglalap) mentén

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{r} = -H_{2T} dl + H_{1T} dl = I.$$

Ha a felületnél nincsenek makroszkopikus áramok, akkor

$$H_{1T} = H_{2T},$$

és ilyenkor a mágneses térerősség érintőleges komponense nem változik az átmenetnél (a felületre merőleges vonaldarabok hosszával nullához tartunk, ezért nem szerepelnek a vonalintegrálban).



A mágneses indukció vektor változásáról a határfelületre simuló zárt felületre számított fluxus ad felvilágosítást:

$$\oint_A \mathbf{B} d\mathbf{A} = -B_{1N} dA + B_{2N} dA = 0,$$

vagyis

$$B_{2N} = B_{1N},$$

tehát az indukció vektor normális komponense változatlan az átmenetnél.

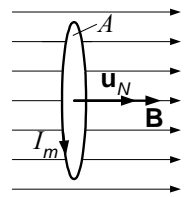
Ha a határfelületen nincsenek makroszkopikus áramok, akkor  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$  és  $\mathbf{P}_m$  egymással párhuzamosak maradnak (a fenti ábra ezt az esetet mutatja).

A térerősség-vektor törésének törvényét a fenti ábra és a fenti egyenletek alapján kaphatjuk meg.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{B_{1T}}{B_{1N}} & \operatorname{tg} \beta &= \frac{B_{2T}}{B_{2N}} \\ \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} &= \frac{B_{1T} B_{2N}}{B_{2T} B_{1N}} = \frac{B_{1T}}{B_{2T}} = \frac{\mu_1 H_{1T}}{\mu_2 H_{2T}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \end{aligned}$$

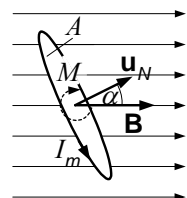
**A mágneses indukció vektor és a térerősség mérési utasítása az SI rendszerben**

Az SI rendszerben a mágneses indukcióvektor elvi mérési utasítása egy kisméretű,  $A$  felületű,  $I_m$  árammal átjárt dróthurokra, vagyis egy mágneses dipólusra ható forgatónyomaték mérésén alapul.



- ◆ A dróthurkot a kérdéses helyen úgy függesztünk fel, hogy egy pont körül foroghat. Az áramhurok a mágneses erőtér hatására beáll egy meghatározott helyzetbe: a hurok síkja ekkor merőleges a  $\mathbf{B}$  mágneses indukcióvektorra (ábra), vagyis a hurok síkjára merőleges  $\mathbf{u}_N$  egységvektor (és a mágneses dipólmomentum) párhuzamos az indukcióvektorral.

- ◆ Az indukcióvektor nagyságát úgy határozzuk meg, hogy a hurkot, illetve az  $\mathbf{u}_N$  vektorral párhuzamos dipólmomentum vektort  $\alpha$  szöggel kitérítjük az egyensúlyi helyzetéből, és megmérjük az ehhez szükséges  $\mathbf{M} = \mathbf{d}_m \times \mathbf{B} = A I_m \mathbf{u}_N \times \mathbf{B}$  forgatónyomatékot. Ebből az indukcióvektor nagyságát a

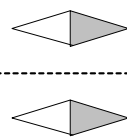


$$B = \frac{M}{A I_m \sin \alpha}$$

A mágneses térerősség elvi mérési utasítása kompenzációs módszer alkalmazásán alapul.

- ◆ A kérdéses helyre elhelyezünk egy pont körül forgatható iránytűt. Ha ott mágneses erőtér van, akkor az iránytű beáll egy meghatározott irányba (a) ábra).

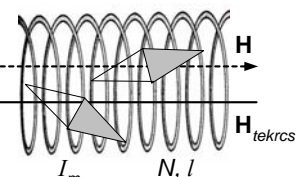
határozott beállítás



a)

- ◆ Az iránytűt körül vesszük egy  $N$  menetű,  $l$  hosszúságú tekercsel, amelyben áram folyik. Ekkor az iránytű új egyensúlyi helyzetet vesz fel. Ezután a tekercs  $I_m$  áramát változtatjuk, és a tekercset forgatjuk, egészen addig, amíg az iránytű bármilyen helyzetben megmarad (b)

nincs határozott beállítás  $\mathbf{H}_{\text{tekrcs}} = \mathbf{H}$



b)



ábra). Ez azt jelenti, hogy nincs mágneses erőter, vagyis az eredeti erőteret a tekercs mágneses erőtere kompenzálta.

- ◆ Ekkor az eredeti mágneses térerősség ( $\mathbf{H}$ ) iránya a tekercs térerősségével ( $\mathbf{H}_{\text{tekercs}}$ ) ellentétes irányú, nagysága pedig a tekercs mágneses térerősségével azonos:

$$H = H_{\text{tekercs}} = \frac{I_m N}{l}.$$

Határfelületen a térerősségvektor tangenciális-, az indukcióvektor normális komponense megy át változatlanul, ezért egy anyagban a térerősséget elvileg egy a térerősség irányában elnyújtott cső alakú kivágásban, az indukcióvektort pedig a térerősségre merőleges lapos korong alakú kivágásban lehet megmérni.

### Bonyolultabb anyagok

A  $\mathbf{P}_m$  és  $\mathbf{H}$  közötti kapcsolat inhomogén, anizotróp anyagban általában bonyolult:  $\mathbf{P}_m = f(\mathbf{H}) + \mathbf{P}_m^S$ . A mágnesezettség általában nem párhuzamos a térerősséggel, sőt – amint már említettük – a mágneses dipólusok külső erőter nélkül is rendeződhetnek, az anyagnak spontán mágnesezettsége van.

#### *Anizotróp, lineáris anyagok*

Kis terek esetén az anyagok többségében a  $\mathbf{H}$  és  $\mathbf{P}_m$  között lineáris kapcsolat van, de nem egyszerű arányosság:

$$P_{mx} = \chi_{mxx} H_x + \chi_{mxy} H_y + \chi_{mxz} H_z$$

$$P_{my} = \chi_{myx} H_x + \chi_{myy} H_y + \chi_{myz} H_z$$

$$P_{mz} = \chi_{mzx} H_x + \chi_{mzy} H_y + \chi_{mzz} H_z.$$

A kapcsolat hasonló az elektromos térben a polarizáció vektor és az elektromos térerősség vektor közötti összefüggéshez.

A  $\chi_{mxx}, \chi_{mxy}, \dots, \chi_{mzy}, \chi_{mzz}$  mennyiségek alkotják a *szuszceptibilitás-tenzort*.

#### *Spontán mágnesezettség*

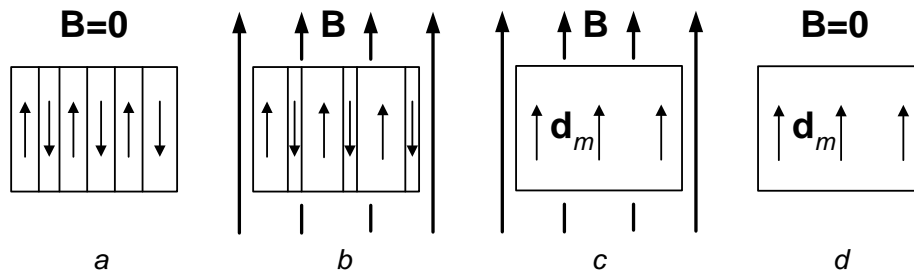
Említettük már, hogy vannak olyan anyagok, amelyekben a mágneses dipólusok maguktól (spontán) rendeződhetnek, és így külső mágneses erőter nélkül is mágnesezetté válhatnak. Ezek az anyagok a *ferromágneses anyagok*, amelyek a gyakorlatban is jelentős szerepet játszanak.

#### *Ferromágneses anyagok*

A spontán mágnesezettség olyan kristályos anyagokban alakul ki, amelyeknek atomjaiban a spin mágneses dipólmomentumok eredője nem nulla. Az ilyen anyagok egy részében (ez a kristályszerkezettel is összefügg) az atomok spin mágneses dipólmomentumai között olyan kölcsönhatás jön létre, amely a dipólusok egy irányba történő rendeződését eredményezi: az anyag ferromágneses állapotba megy át. A jelenség leírása elég bonyolult, alapvető oka az, hogy a spin dipólmomentumoknak egy irányba történő beállása a rendszer stabilitását növeli. A ferromágneses anyagokban tehát a mágneses dipólusok spontán rendeződése miatt külső erőter nélkül is van mágneses erőter.

A ferromágneses állapot csak egy bizonyos – anyagtól függő – hőmérséklet, az ún. *Curie-pont* alatt alakul ki (magasabb hőmérsékleten a hőmozgás megszünteti a rendezettséget). A Curie-pont felett ezek az anyagok paramágnesesek.

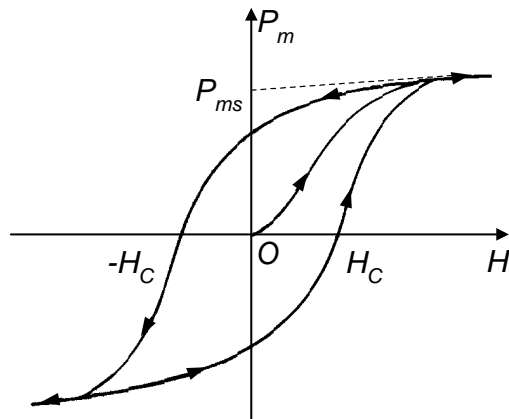
Mivel az egy irányú mágneses dipólusok mágneses tere a rendszer energiáját jelentősen megnövelné, az energia csökkentése érdekében egy makroszkopikus mintában a mágnesezettség nem azonos irányú a teljes anyagban, hanem ellenkező



mágnesezettségű tartományok (ún. *domének*) jönnek létre (a) ábra). Az ilyen anyag kifelé nem mutat mágneses tulajdonságokat. Ha azonban az anyagot erős mágneses térbe tesszük, akkor az erőterrel ellentétes irányú domének fokozatosan elfogynak, az erőterrel egy irányú domének pedig megnőnek, és az anyag mágnesezettsége egy irányúvá tehető (b) és c) ábra). Az így kialakult állapot nem egyensúlyi állapot, de nem túl magas hőmérsékleten a tér megszűnte után is fennmarad, mert a visszarendeződés csak a hőmozgás (magasabb hőmérséklet) segítségével mehet végbe (d) ábra). Az ilyen anyagban és a környezetében a rendeződött mágneses dipólusok mágneses erőteret hoznak létre: az anyag mágnesként viselkedik.

Ferromágneses anyag pl. a vas, a nikkelt továbbá számos ötvözetük és vegyületük.

A domének átrendeződésével magyarázható az a jelenség, hogy ezekben az anyagokban a mágnesezettség ( $P_m$ ) a mágneses térerősség ( $H$ ) változtatásakor bonyolult módon – ún. *hiszterézis-görbe* mentén – változik (ábra). Az  $O$ -val jelölt kezdeti állapot az anyag egyensúlyi állapota, amikor az anyag ellenkező irányítású doménekből áll, és nem mágnesként viselkedik, eredő mágnesezettsége nincs. A mágneses térerősség növelésekor a mágnesezettség először nő, majd változása egyre lassúbbá válik („telítésbe” megy), mert már minden domén befordult a térerősség irányába. Ha a mágneses térerősséget csökkentjük, akkor – ha a hőmérséklet nem túl magas – az anyag  $H = 0$  esetén is mágnesezett marad. Az ekkor mérhető mágnesezettség az ún. *remanens* (maradó) *mágnesezettség* ( $P_{ms}$ ). Az anyag ebben az állapotában mágnesként viselkedik. Ha a térerősséget ellenkező irányúra változtatjuk, akkor egy bizonyos térerősségnél a mágnesezettség eltűnik, ezt a térerősséget ( $H_C$ ) *koercitiv térerősségnek* nevezik. Az eredetivel ellenkező térerősséget tovább növelve a mágnesezettség ellenkező irányú lesz és most is telítésbe megy. Ezután a térerősséget csökkentve a  $H = 0$  értéknél elérjük az ellenkező irányú remanens mágnesezettséget. A térerősséget ismét az eredeti irányban növelve a koercitiv térerősségnél a mágnesezettség ismét nulla lesz, majd az eredeti irányban telítésbe megy, és innen kezdve a görbe ismétli önmagát.



A bonyolult  $P_m = P_m(H)$  összefüggés miatt a ferromágneses anyagok esetén az egyszerű  $P_m = \chi_m H$  összefüggéssel definiált mágneses szuszceptibilitás (és így a  $\mu_r = 1 + \chi_m$  mágneses permeabilitás) nem értelmezhető, hiszen a  $\chi_m = \frac{P_m}{H}$  mennyiség a görbe különböző pontjaiban (vagyis az anyag különböző állapotaiban) különböző értékeket vesz fel. Jellemző értéként az anyag egyensúlyi állapotában ( $O$  pont) mérhető  $\chi_{mO} = \left( \frac{dP_m}{dH} \right)_{H=0}$ , ún. kezdeti relatív szuszceptibilitást (permeabilitást) szokás megadni. A ferromágneses anyagok gyakorlati szempontból igen fontos tulajdonsága, hogy kezdeti relatív permeabilitásuk igen nagy lehet, elérheti a  $10^4$ - $10^5$  értéket is. Ez azt jelenti, hogy ha a mágneses erőteret létrehozó áramok közötti térrészt ilyen anyaggal töltjük ki, akkor ott a mágneses indukció vektor nagysága a vákuumbeli értéknél nagyságrendekkel nagyobb lehet. Ezért tesznek pl. a tekercsekbe vasmagot, ha a mágneses indukció megnövelése a cél (pl. elektromágnesek, önindukciós tekercsek).