

A hullámoptika alapjai

Számos kísérlet mutatja, hogy a fény hullámként viselkedik. Ez elsősorban abból derül ki, hogy a fény interferenciát és elhajlási jelenségeket mutat. Azt, hogy a fény elektromágneses hullám, megbízhatóan Hertznek az elektromágneses hullámokkal végzett kísérletei óta tudjuk. Most néhány, a fény hullámtermészetével kapcsolatos jelenséggel foglalkozunk.

Mivel a fény hullám, mindazok a törvények, amelyek a hullámokra általánosan érvényesek, a fény esetén is alkalmazhatók. Mivel pedig a fény speciálisan elektromágneses hullám, az elektromágneses hullámokra vonatkozó speciális törvények a fényre is érvényesek.

Ezek szerint a fényterjedés az elektromágneses hullámokra vonatkozó hullámegyenlettel írható le, és a hullámban az elektromos térerősség és a mágneses indukcióvektor változása terjed. Ez azt jelenti, hogy – harmonikus síkhullámot feltételezve – a hullámfüggvények az

$$\mathbf{E}(x,t) = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t - \mathbf{k}r + \alpha)$$

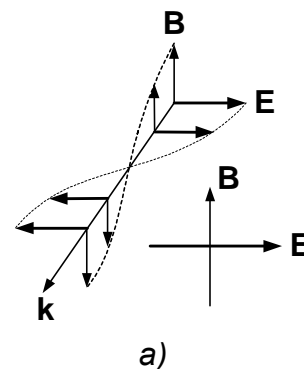
$$\mathbf{B}(x,t) = \mathbf{B}_0 \sin(\omega t - \mathbf{k}r + \alpha)$$

alakba írhatók. Tudjuk, hogy a két térmennyiség vektora egymásra- és a terjedési irányt megadó \mathbf{k} hullámszám-vektorra merőlegesek, és kölcsönös irányukra érvényes az $\mathbf{E} \times \mathbf{B} \parallel \mathbf{k}$ összefüggés.

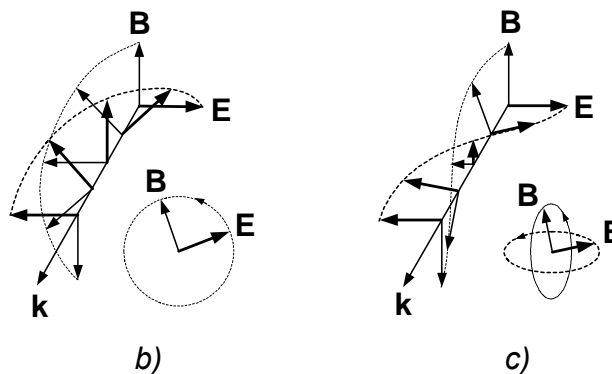
A fény transzverzális hullám, tehát polarizálható. Poláros fényhullámban az elektromos térerősség irányát a hullám rezgési irányának, a terjedési irány és az elektromos térerősség iránya által meghatározott sík a fény rezgési síkjá. Történeti okokból az erre merőleges síkot nevezik a polarizáció síkjának.

Lineárisan poláros a fény, ha az \mathbf{E}_0 és \mathbf{B}_0 amplitúdó-vektorok időben állandóak, és így a rezgési sík terjedés közben nem változik. Ilyen hullám időben változó elektromos és mágneses terének pillanatfelvételét (a térerősségek helyfüggését) mutatja az a) ábra.

A hagyományos fényforrások által kibocsátott fény általában nem poláros, benne különböző rezgési irányú (polarizációs síkú) hullámok keveréke terjed. Lineárisan poláros fény előállítható speciális eszközökkel, de – legalább részlegesen – polárossá válik a fény határfelületekről történő visszaverődésnél, fénytörésnél és szóródásnál is.



Cirkulárisan poláros a fény akkor, ha az \mathbf{E}_0 és \mathbf{B}_0 amplitúdó-vektorok E_0 és B_0 nagysága időben állandó, de a vektorok – mindig egymásra merőleges helyzetben – állandó szögsebességgel körbeforognak, így (a hullám terjedése miatt) végpontjaik egy-egy spirális mentén mozognak (b) ábra). Az ábrán külön bemutatjuk, hogy adott helyen hogyan változik az időben a két jellemző vektor iránya.



Ha a teret jellemző vektorok végpontjai adott helyen egy-egy ellipszis mentén mozognak (c) ábra) akkor elliptikusan poláros fényről beszélünk.

Esetünkben a hullám haladási irányába (tehát \mathbf{k} irányába) nézve a vektorok az óramutató járásával megegyező irányban forognak. Az ilyen fényt *jobb irányú*-, ellenkező irányú forgás esetén pedig *bal irányú* cirkulárisan- vagy elliptikusan poláros fénynek nevezik.

Mint korábban már megtárgyaltuk, az elliptikusan és cirkulárisan poláros hullám két, egymásra merőleges, lineárisan poláros összetevőből tehető össze. A cirkulárisan poláros fényhullám az elliptikusan poláros fényhullám speciális eseteként fogható fel. (Ha az összetevők amplitúdója különböző, akkor elliptikusan poláros-, azonos amplitúdók esetén pedig cirkulárisan poláros fényt kapunk.)

Fény visszaverődése és törése két közeg határán

Ha a fény két közeg határához érkezik, akkor részben visszaverődik a határfelületről, részben pedig átmegy a szomszédos közegbe. Eközben számos változás következhet be: irányváltozás, a hullám fázisának és polarizációs állapotának megváltozása. Ezek közül a leglátványosabb, és legegyszerűbben tárgyalható az irányváltozás, ezért itt elsősorban ezzel foglalkozunk.

A visszaverődés és törés törvényei

A visszaverődés és törés törvényét egyszer már levezettük a Huygens-elv segítségével. Ez a törvény a fény esetén is érvényes, de a fényhullám vektori leírásának bemutatása céljából most egy másik levezetési módot is megmutatunk.

Ha egy harmonikus síkhullám megérkezik a két közeg elválasztó sík határfelületre, akkor a beeső hullám mellett keletkezik egy visszavert- és egy áteresztett hullám is. Ha ezeknek a hullámszám-vektorát rendre \mathbf{k} , \mathbf{k}' és \mathbf{k}'' -vel jelöljük (ábra), akkor – az amplitúdó-faktor elhagyásával – a hullámokat leíró hullámfüggvények idő- és helyfüggését a

$$\begin{aligned} \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}) & \quad \text{beeső hullám} \\ \cos(\omega t - \mathbf{k}'\mathbf{r}) & \quad \text{visszavert hullám} \\ \cos(\omega t - \mathbf{k}''\mathbf{r}) & \quad \text{áteresztett hullám} \end{aligned}$$

kifejezésekkel adhatjuk meg.

Mivel a határfelület pontjaiban, adott időpillanatban a három hullám fázisa nem különbözhet, a határfelületen fenn kell állni az

$$\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} = \omega t - \mathbf{k}'\mathbf{r} = \omega t - \mathbf{k}''\mathbf{r} ,$$

vagyis a

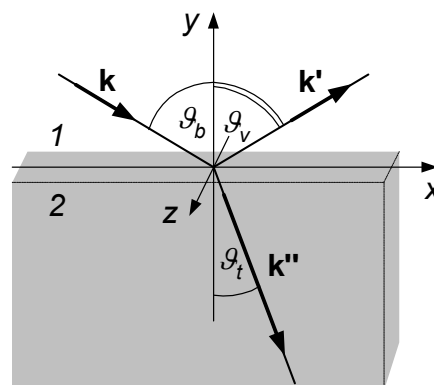
$$\mathbf{k}\mathbf{r} = \mathbf{k}'\mathbf{r} = \mathbf{k}''\mathbf{r}$$

összefüggéseknek. A határfelület pontjaiban ez csak akkor állhat fenn, ha a három hullámszám-vektor ugyanabban a síkban van.

Vegyük fel a koordinátarendszerünket úgy, hogy a beeső hullám hullámszám-vektora az xy -síkba-, a határfelület pedig az xz -síkba essen (ábra). Az xy -síkot *beesési síknak* nevezik. Ha a hullám terjedését a hullámszám-vektorokkal párhuzamos *sugarakkal* írjuk le, akkor a fenti eredményt úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a visszavert és áteresztett sugár is a beesési síkban van.

Mivel az \mathbf{r} vektor a határfelület pontjaiban párhuzamos a felülettel, a fenti feltétel azt jelenti, hogy a három hullámszám-vektor vetülete a felületen ugyanakkora. Az ábra jelöléseivel:

$$k \sin \vartheta_b = k' \sin \vartheta_v = k'' \sin \vartheta_t .$$



A beeső- és visszavert hullám ugyanabban a közegben terjed, tehát hullámszámvektoraik nagysága azonos: $k = k'$, amiből következik a visszaverődés ismert törvénye:

$$\mathcal{G}_b = \mathcal{G}_v.$$

A törésre a fenti összefüggésből azt kapjuk, hogy

$$\frac{\sin \mathcal{G}_b}{\sin \mathcal{G}_t} = \frac{k''}{k} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Itt v_1 és v_2 a hullám terjedési sebessége az 1 és 2 közegben (közben felhasználtuk a $k = \frac{\omega}{v}$ összefüggést és azt, hogy a hullám körfrekvenciája törés- és visszaverődés után

is ugyanaz marad). Bevezetve a 2 közegnek az 1 közegre vonatkozó $n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$ relatív

törésmutatóját a törési törvény a szokásos

$$\frac{\sin \mathcal{G}_b}{\sin \mathcal{G}_t} = n_{21}$$

alakba írható.

Ha az 1 közeg vákuum, akkor a fenti összefüggés a 2 közegnek a vákuumra vonatkozó törésmutatóját adja meg, amit az 2 közeg *abszolút törésmutatójának* vagy egyszerűen *törésmutatójának* neveznek, és rendszerint n_2 -vel jelölnék. Ezt a fentiek szerint az

$$n_2 = \frac{c}{v_2}$$

összefüggés adja meg, ahol c a fény terjedési sebessége vákuumban.

Hasonlóan az 1 közeg abszolút törésmutatója:

$$n_1 = \frac{c}{v_1}.$$

Ha felírjuk a két utolsó egyenlet hányadosát, akkor látható, hogy a két közeg relatív törésmutatója az abszolút törésmutatókkal az alábbi összefüggésben van:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}$$

illetve

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = n_{12} = \frac{1}{n_{21}}.$$

Egy közegethatárra érkező fény általában csak részben lépi át a közegethatárt, és csak részben verődik vissza. Itt nem foglalkoztunk azzal a fontos kérdéssel, hogy a beeső *fényintenzitás milyen hányada* verődik vissza, és milyen hányada halad át a határon. Ezt az adott határfelületen az elektromos- és mágneses erőterre érvényes határfeltételek, továbbá a beérkezés körülményei (pl. az **E** illetve **B** vektornak a felülethez viszonyított helyzete) szabják meg. Ezzel a kérdéssel az optikában foglalkoznak.

A visszaverődés és törés törvényein alapszik a *geometriai optika*, ezek teszik lehetővé számos optikai eszköz (pl. lencsék-, tükrök képalkotása, összetett optikai eszközök) működésének megértését illetve eszközök tervezését.

Teljes visszaverődés

A fény esetén fontos szerepet játszik az az eset, amikor a 2 közegben a fény terjedési sebessége nagyobb, mint az 1 közegben

(ábra). Ilyenkor $n_{21} = \frac{v_1}{v_2} < 1$ (az abszolút

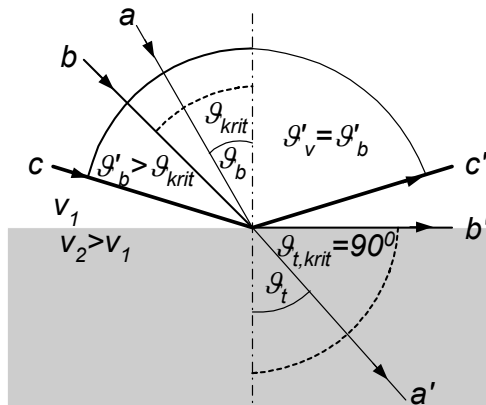
törésmutatókkal megfogalmazva: $n_2 < n_1$), tehát $\vartheta_t > \vartheta_b$ ($a-a'$).

Ha egy ilyen határfelületnél a beesési szöget növeljük, akkor egy bizonyos, ϑ_{krit} kritikus értéknél

elérhető a $\vartheta_{t,krit} = 90^\circ$ helyzet ($b-b'$). A tapasztalat szerint a beesési szög további

növelésekor gyakorlatilag nincs áteresztett fény, a beeső fény a visszaverődés törvénye szerint teljesen visszaverődik a felületről

($c-c'$). Ezért a ϑ_{krit} kritikus szöget a teljes visszaverődés határszögének nevezik.



Mivel a határszöggel beeső fény esetén a törési szög 90° , ilyenkor a törési törvény a

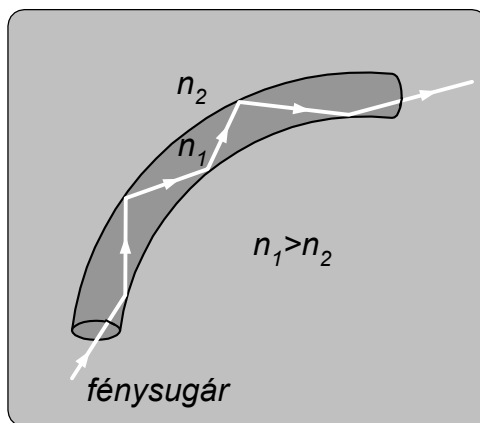
$$\frac{\sin \vartheta_{krit}}{\sin 90^\circ} = n_{21}$$

alakot ölti. Ha megmérjük a határszöget, akkor kiszámíthatjuk a relatív törésmutatót:

$$n_{21} = \sin \vartheta_{krit}$$

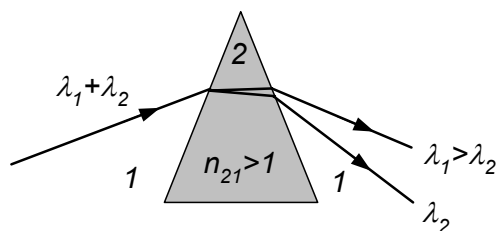
A teljes visszaverődésen alapul a napjainkban nagyon fontos szerepet játszó, speciális hullámvezetők, az optikai szálak működése.

Ha egy fényáteresztő vékony szál (rendszerint üveg) abszolút törésmutatója nagyobb, mint a környező anyag törésmutatója, és a szál elég vékony, akkor a bevezetett fény a szál falain mindenütt teljes visszaverődést szenved, és nagyon kevés veszteséggel halad végig a szálon (ábra). A kis veszteség mellett az optikai szál további előnye, hogy a fény haladási iránya viszonylag szabadon változtatható (túl nagy görbület esetén előfordulhat, hogy a teljes visszaverődés feltétele nem teljesül). Szálak segítségével optikai kép is továbbítható. Ezen alapulnak pl. az orvosi gyakorlatban használt száloptikai vizsgáló eszközök.



Diszperzió hatása a fénytörésre, a prizmas spektrométer

A fény fázissebessége függ a frekvenciától, vagyis diszperzió lép fel. Ez egyben azt is jelenti, hogy a törésmutató is frekvenciafüggő, tehát egy határfelületre ugyanolyan beesési szöggel érkező különböző frekvenciájú (hullámhosszú) fénycsövek más és más törési szöggel haladnak tovább. Ha tehát a felületre többféle hullámhosszt tartalmazó fény esik, akkor törés után a fény összetevőire bomlik. A hatást növelni lehet ha kétszeres törést hozunk létre, ami egy prizma alkalmazásával érhető el (ábra). Ha a prizma (2 közeg) a környező közege (1) vonatkozó törésmutatója nagyobb, mint



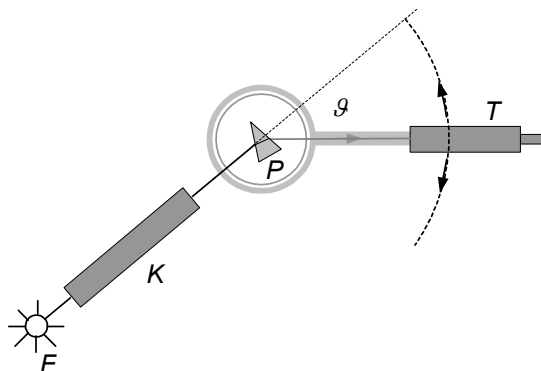
Ha a prizma (2 közeg) a környező közege (1) vonatkozó törésmutatója nagyobb, mint

egy, akkor az ábrán látható törés következik be. A törésmutató a tapasztalat szerint a frekvenciával nő, tehát a hullámhosszal csökken, így a nagyobb hullámhosszú fény eltérítése kisebb.

Ha a prizmára látható, fehér fényt¹ bocsátunk, akkor az áthaladt fényt egy ernyőn felfogva, abban megfigyelhetjük a fehér fényt alkotó színeket. Legkevésbé a vörös, legnagyobb mértékben az ibolya színű fény térül el.

Ennek a jelenségnek a felhasználásával olyan eszköz készíthető, amely alkalmas ismeretlen fény hullámhosszának vagy összetett fény összetételének meghatározására. Egy ilyen eszköz vázlatát látható az ábrán.

A vizsgálandó fény az F fényforrásból egy kollimátorba jut, amely párhuzamos sugárnyalábot állít elő. Ez a fény esik a P prizmára, ami a hullámhossztól függően eltéríti azt. Az eltérített fényt egy körbeforgatható T távcsőben figyelik meg. Az eltérítés mértékét például az ábrán látható ϑ



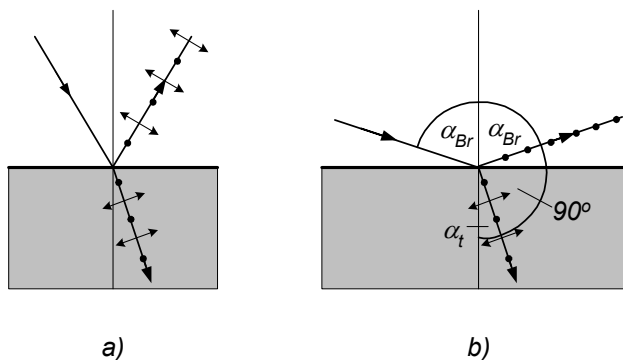
szöggel lehet megadni. Ahhoz, hogy az eszköz hullámhosszmérésre legyen alkalmas, először hitelesíteni kell, vagyis ismert hullámhosszú fény alkalmazásával meg kell határozni, hogy adott hullámhosszhoz milyen eltérítés tartozik. Ezután az ismeretlen fény eltérítéséből hullámhossza meghatározható.

Összetett fényt alkotó hullámok hullámhosszainak (frekvenciáinak) összességét (illetve az annak megfelelő, pl. ernyőn megfigyelhető képet) az összetett fény *spektrumának* nevezik, a spektrum meghatározására szolgáló fenti eszköz pedig a *prizmás² spektrométer*.

Fénypolarizáció visszaverődésnél és törésnél, a Brewster-törvény

A tapasztalat azt mutatja, hogy egy szigetelő határfelületre (pl. levegőből üvegbe) érkező nem poláros fényhullám a visszaverődés és törés után részben polárossá válik. A visszavert hullámban nagyobb intenzitású a beesési síkra merőleges (vagyis a határfelülettel párhuzamos) rezgési síkú összetevő, az áteresztett, megtört hullámban pedig nagyobb intenzitású a beesési síkba eső rezgési síkú összetevő. Az *a)* ábra a polarizáció tényét szemlélteti (az egyes összetevők intenzitásai itt nem láthatók), a nyilak a beesési síkkal párhuzamos térerősségvektort (rezgési síkot) jelzik, a pontok az erre merőleges térerősségvektorokat szemléltetik. A tapasztalat szerint a polarizáció foka függ a beesési szögtől.

D. Brewster³ megállapítása szerint a beesési szög változtatásával mindig lehet találni egy olyan speciális beesési szöget (α_{Br}), amelynél a visszavert fényben csak a határfelülettel párhuzamos térerősségkomponens marad meg. Ez az a beesési szög, amelynél a visszavert és megtört sugár egymásra merőleges (*b)* ábra), vagyis a törési törvény szerint



¹ A fehér fény különböző hullámhosszú (különböző színű) fényhullámok keveréke.

² Később látni fogjuk, hogy spektrum felvétele más eszközzel (optikai rács) is lehetséges.

³ Sir David BREWSTER (1781-1868) skót fizikus.

$$\frac{\sin \alpha_{Br}}{\sin \alpha_i} = \frac{\sin \alpha_{Br}}{\sin(180 - \alpha_{Br} - 90)} = \frac{\sin \alpha_{Br}}{\sin(90 - \alpha_{Br})} = \frac{\sin \alpha_{Br}}{\cos \alpha_{Br}} = n_{21},$$

vagyis

$$\operatorname{tg} \alpha_{Br} = n_{21}.$$

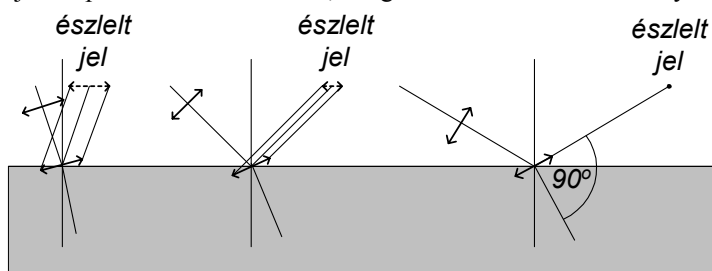
Ez a *Brewster-törvény*, amely a Maxwell-egyenletek segítségével elméletileg is értelmezhető, és az egyes összetevők intenzitása is meghatározható. Ez a törvény lehetőséget ad lineárisan poláros fény előállítására, bár a poláros, visszavert sugárzás intenzitása nem túl nagy (levegő-üveg határfelületnél mintegy 15%).

A megtört sugárban túlsúlyban van a beesési síkba eső rezgési irány, de a merőleges rezgésirány is jelen van. A beesési síkba eső rezgési irány hányada több rétegen való töréssel jelentősen megnövelhető.

A jelenségre durva, kvalitatív magyarázatot adhatunk a fény és anyag kölcsönhatásának klasszikus atomi felfogása segítségével. Eszerint a határfelületre érkező fény úgy halad tovább, hogy a fényhullám elektromos erőtere megrezgeti a határfelület atomjainak elektronjait, vagyis rezgő dipólok hoz létre, és az azok által kisugárzott fény halad tovább. A dipól sugárzásának zömét a tengelyére merőleges irányban sugározza ki, és gyakorlatilag nem sugároz a tengelye irányában.

Ha az elektromos térerősség merőleges a beesési síkra, akkor a felületi atomok elektronjai is ilyen irányban rezegnek, így a megtört és a visszavert sugárban ugyanilyen elektromos erőteret sugároznak tovább. A visszavert sugár irányában elhelyezkedő megfigyelő tehát a megfigyelés irányára merőlegesen álló (tehát maximálisan sugárzó) dipólok észlel, amelyek a beesési síkra merőleges elektromos erőteret hoznak létre.

Ha a beeső sugárzásban a térerősség párhuzamos a beesési síkkal, akkor a felületi atomok elektronjai is ebben a síkban rezegnek, de a létrejött dipólok a továbbhaladó, megtört hullám haladási irányára merőlegesek (ábra). Ahogy a törési szög nő, a dipólok a visszavert sugár irányából egyre kisebb szög alatt látszanak, és az észlelt jel egyre kisebb. Amikor a megtört és visszavert sugár egymásra merőleges, akkor a dipólok tengelye éppen a visszavert sugárral párhuzamos, tehát a visszavert sugár irányából gyakorlatilag nem érkezik jel. Ekkor a visszavert sugárban – a Brewster-törvénynek megfelelően – csak a beesési síkra merőleges rezgés jelenik meg.



Fényinterferencia

A hullám egyik legjellegzetesebb tulajdonsága az interferencia. Az interferencia azonban csak akkor figyelhető meg, ha az interferáló hullámok koherensek.

Ez a feltétel a fény esetében nem könnyen teljesíthető, mert – mint azzal később részletesebben is foglalkozunk – a fénykibocsátás olyan atomi folyamat, amelynek során az egyes atomok véletlenszerűen bocsátanak ki véges hullámvonulatokat¹. Két hagyományos fényforrás által kibocsátott fényhullámok fázisa emiatt véletlenszerűen változik, vagyis nem koherensek. Ennek a következménye pl. az, hogy két hagyományos pontszerű fényforrás (pl. izzólámpa) együttes fényét a falon megfigyelve, egyenletes megvilágítást észlelünk, és nem tapasztaljuk a fényintenzitásnak az interferenciára jellemző térbeli változását.

Fényinterferenciát hagyományos fényforrások esetén lényegében csak úgy lehet megfigyelni, ha egy fényforrás által kibocsátott fényt valamilyen módon kettéválasztunk, majd újra egyesítünk, vagyis ha a fényhullám önmagával interferál. A fényhullám kettéválasztására alapvetően két módszert használnak:

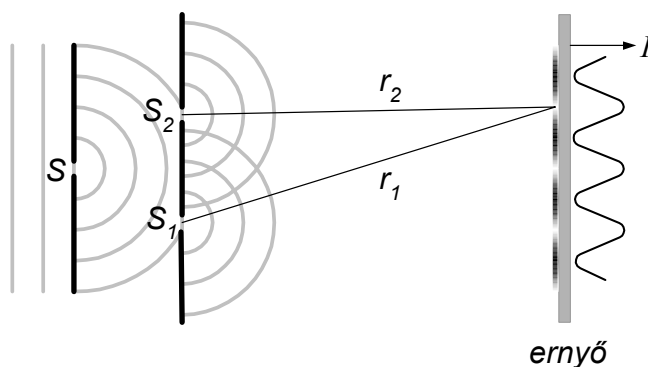
¹ Ez a megállapítás nem érvényes a lézerekre.

- a terjedő hullám *hullámfrontját osztják* ketté megfelelő akadályok illetve rések alkalmazásával, vagy
- a fénynyaláb intenzitását, vagyis a *hullám amplitúdóját* osztják ketté, rendszerint féligáteresztő tükrök alkalmazásával.

Interferencia két pontszerű fényforrás esetén

A Young-kísérlet

A fényinterferencia bemutatására szolgáló klasszikus kísérletében T. Young¹ a hullámfront kettéválasztásának módszerét alkalmazta. Egy résen (az ábrán S) áthaladó fénycsugart két nagyon kis méretű résre (S_1 és S_2) ejtett. Így a két kis résre ugyanazon hullámfront két koherens része esett, és ezekből a vonalszerűnek tekinthető hullámfrontokból koherens fénycsugarak jöttek létre. Ezeknek a hullámoknak az interferenciáját egy ernyőn figyelte meg, és valóban az interferenciára jellemző, periodikus intenzitáseloszlást (világos és sötét csíkokat) észlelt.



Az interferenciának ezt az esetét a rugalmas hullámoknál (vízhullámok) már megvizsgáltuk, és azt találtuk, hogy harmonikus hullámok esetén az eredő hullám is harmonikus, amelynek amplitúdója függ a helytől, és a helyfüggést az

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(kr_1 - kr_2 + \varphi)}$$

függvény adja meg. Itt A_1 és A_2 az összetevő hullámok-, A az eredő hullám amplitúdója, k a két hullám közös hullámszáma, φ pedig a két hullám fáziskülönbsége. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a hullámok amplitúdója megegyezik, $A_1 = A_2 = A_0$, és a hullámok fáziskülönbsége $\varphi = 0$. Ekkor az

$$A = A_0 \sqrt{2(1 + \cos(kr_1 - kr_2))}$$

összefüggést kapjuk. Ebből az eredő intenzitást az $I \sim A^2$ kapcsolat alapján írhatjuk fel:

$$I = 2I_0(1 + \cos(kr_1 - kr_2)) = 2I_0 + 2I_0 \cos k(r_1 - r_2).$$

Ebből az összefüggésből látható, hogy a maximális és minimális amplitúdójú helyeket a két hullám $\Delta s = r_1 - r_2$ útkülönbsége szabja meg. Maximális intenzitás azokon a helyeken jön létre, amelyekre teljesül a $k(r_1 - r_2) = \pm n2\pi$ feltétel, vagyis ahol az útkülönbség

$$\Delta s_{\max} = r_1 - r_2 = \pm n\lambda.$$

Hasonló módon kapjuk, hogy a minimális intenzitás a

$$\Delta s_{\min} = r_1 - r_2 = \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

feltételnek megfelelő helyeken jelenik meg.

A maximumok és minimumok helye egy sík ernyőn egyszerűen meghatározható, ha az ernyőt a résektől nagy távolságban helyezük el, és az interferenciát csak kis x -

¹ Thomas YOUNG (1733-1829) angol fizikus.

tartományban vizsgáljuk (a ϑ szög kicsi). Ekkor a mellékelt sematikus ábra jelöléseivel azt kapjuk, hogy

$$\sin \vartheta \approx \operatorname{tg} \vartheta = \frac{x}{D}$$

illetve

$$\sin \vartheta \approx \frac{r_1 - r_2}{a}.$$

Ebből az

$$x \approx \frac{r_1 - r_2}{a} D$$

közelítő összefüggést kapjuk.

A maximumhelyek x -koordinátái eszerint

$$x_n^{\max} \approx \pm n \frac{\lambda}{a} D,$$

a minimumhelyeké pedig

$$x_n^{\min} \approx \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{2a} D.$$

Ezek az összefüggések akkor használhatók, ha x és a sokkal kisebb, mint D , vagyis a források egymástól mért távolsága kicsi, az ernyő a forrásoktól távol van, és az interferenciát csak az O centrum közelében vizsgáljuk.

Az $r_1 - r_2 \approx a \sin \vartheta$ összefüggést felhasználva az intenzitás szögfüggése az

$$I = 2I_0 (1 + \cos(kr_1 - kr_2)) = 2I_0 (1 + \cos(ka \sin \vartheta)) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a \sin \vartheta}{\lambda}\right) \right)$$

alakba írható.

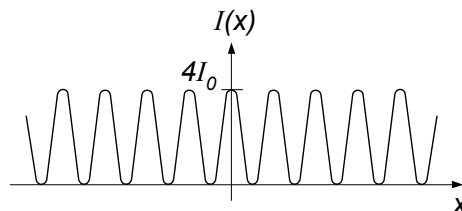
Ez tovább egyszerűsíthető, ha felhasználjuk az $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ trigonometriai összefüggést:

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin \vartheta}{\lambda}\right).$$

Az $x \approx \frac{r_1 - r_2}{a} D \approx D \sin \vartheta$ összefüggés segítségével az intenzitás helyfüggésére is kaphatunk egy egyszerűbb kifejezést:

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a}{D\lambda} x\right).$$

Az intenzitás tehát az ernyőn periodikusan változik, maximális értéke az összetevő hullámok intenzitásának 4-szerese (ábra).



Ha egyszínű fényt alkalmazunk, akkor az interferenciaképen látható világos csíkok Δx távolságát megmérve, meghatározható a fény hullámhossza. Erre a

$$\Delta x = x_{n+1}^{\max} - x_n^{\max} = \frac{\lambda D}{a}$$

összefüggés ad lehetőséget, amiből a hullámhosszra azt kapjuk, hogy

$$\lambda = \frac{a \Delta x}{D}.$$

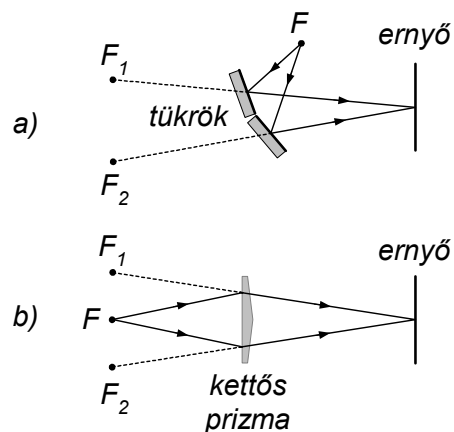
Ismerve a források egymástól mért a távolságát és az ernyőnek a forrásoktól mért D távolságát, a Δx csíktávolság mérésével a hullámhossz meghatározható.

A Fresnel-féle kettős prizma és kettős tükör

A hullámfront kettéosztása a Young-féle kísérlettől eltérő módszerekkel is megvalósítható. Erre a célra Fresnel kettős tükört illetve kettős prizmat alkalmazott.

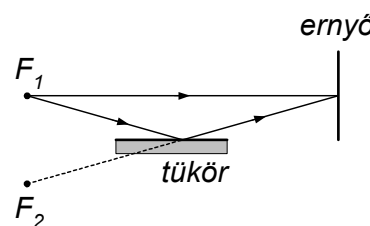
Az a) ábrán az F forrásból jövő fény hullámfronjának két része kissé eltérő helyzetű tükörökről (*Fresnel-féle kettős tükör*) visszaverődve jut az ernyőre, és ott olyan interferenciát hoz létre, mint az F_1 és F_2 virtuális fényforrásokból kiinduló koherens hullámok.

Ugyanezt a hatást lehet elérni a *Fresnel-féle kettős prizma*val (b) ábra), ahol a hullámfront két része két ellenkező irányú törést okozó prizmán halad át. Az interferencia itt is az F_1 és F_2 virtuális fényforrásokból kiinduló koherens hullámok interferenciájaként fogható fel.



A Lloyd-féle egytükörös elrendezés

A hullámfront kettéosztása egyetlen tükörrel is megvalósítható. Ilyen egytükörös interferenciakísérlet vázlatát mutatja az ábra, ahol az F_1 fényforrásból jövő fény hullámfronjának egyik része közvetlenül az ernyőre jut, a másik része viszont egy tükörről visszaverődve éri el az ernyőt. A létrejött interferencia elvileg a valódi F_1 - és az ábrán F_2 -vel jelölt virtuális fényforrásból jövő koherens fényhullámok interferenciájaként fogható fel.



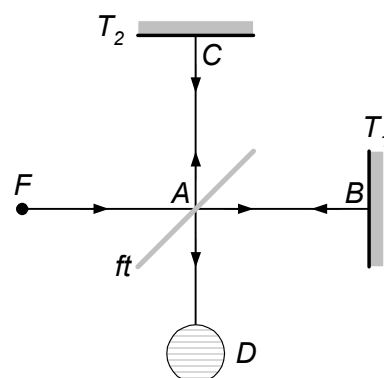
Interferencia az amplitúdó kettéosztásával, a Michelson-interferométer

A fényhullám amplitúdójának (intenzitásának) kettéosztását felhasználó interferencia-berendezések közül talán a leggyakrabban használt – és a relativitáselmélet kapcsán legnagyobb ismertségre szert tett – eszköz a Michelson¹-féle interferométer, amelynek vázlatos elrendezése az ábrán látható.

Az F fényforrásból kiinduló fény az A pontban eléri a fénysugár irányával 45° szöget bezáró ft félig áteresztő tükört.

A tükör a fényintenzitás egy részét átengedi, és ez a rész a T_1 tükörről visszaverődve visszaér az A pontba, majd egy része az ft tükörről visszaverődve a detektáló eszközbe (D) jut.

A fényintenzitás másik részét az ft tükör az eredeti fénysugárra merőleges irányban visszaveri, így az a T_2 tükörré kerül. Onnan visszaverődik, és egy része az ft tükörről áthaladva a detektáló eszközbe jut.



¹ Albert Abraham MICHELSON (1852-1931) Nobel-díjas (1907) német származású amerikai fizikus.

Vagyis az A pontig közös fényintenzitás egy része az $ABAD$ utat befutva-, a másik része az $ACAD$ utat befutva jut a detektorba, ahol interferencia jön létre. A találkozó hullámok koherensek, hiszen ugyanannak a hullámnak két részéről van szó.

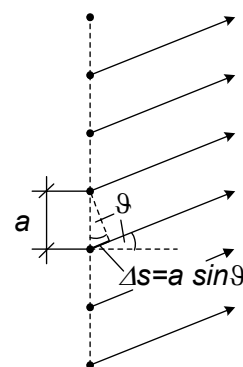
Az interferencia eredménye – a korábban megállapított szabálynak megfelelően – az $ABAD$ és $ACAD$ utak különbségétől függ. A detektálásra valamilyen optikai leképező eszközt (pl. távcsövet) használnak, amelynek látóterében az interferencia következtében sötét és világos csíkok jelennek meg¹. Ha az egyik tükröt önmagával párhuzamosan elmozdítjuk, akkor a csíkrendszer eltolódik: a tükröknek minden $\lambda/4$ -nyi eltolódásakor a hullámok útkülönbsége $\lambda/2$ -vel változik meg, tehát a világos és sötét csíkok helyet cserélnek. Ez úgy is megfogalmazható, hogy a csíkrendszer $\lambda/2$ -vel eltolódik.

A Michelson-interferométer gyakran alkalmazott mérőeszköz: az egyik tükröt ismert elmozdításával az alkalmazott fény hullámhossza-, ismert hullámhossz esetén pedig a csíkrendszer változásából a tükröt (illetve a tükröt tartó test felületének) elmozdulása határozható meg, igen nagy pontossággal.

Interferencia egyenes mentén elhelyezett pontforrások esetén

Ha pontszerű hullámforrások interferenciájának eredményét keressük, akkor az egyes forrásokból érkező hullámok hullámfüggvényeit kell összegeznünk. Láttuk, hogy az összegzés viszonylag könnyen végrehajtható a forgóvektoros módszerrel, ahol a hullámfüggvény időfüggését az egyenletesen körbeforgatott amplitúdó-vektornak egy koordinátatengelyre vett vetülete adja meg. Több pontforrás esetén az egyes amplitúdóvektorokat a fáziseltolódásuk figyelembe vételével kell összeadni.

Vizsgáljuk meg részletesebben azt az esetet, amikor sok pontforrás egy egyenesen helyezkedik el, egymástól azonos a távolságra (ábra), és az interferenciát a pontsorról párhuzamos, attól nagyon távol elhelyezett ernyőn észleljük. Emiatt az ernyő egy adott helye felé haladó hullámok terjedési irányát megadó sugarak gyakorlatilag párhuzamosak.



A ϑ szöggel meghatározott irányban az egyes hullámok között azonos $\Delta s = a \sin \vartheta$ útkülönbség van, amiből

$$\delta = k\Delta s = ka \sin \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \vartheta \text{ fáziskülönbség adódik.}$$

Az azonos fáziskülönbség figyelembe vételével rajzoltuk fel az eredő hullám A amplitúdóját a következő ábrán. Mivel azonos forrásokról van szó, az egyes hullámok A_0 amplitúdója azonos, tehát az ábrán azonos hosszúságú vektorok δ szögeltéréssel következnek egymás után.

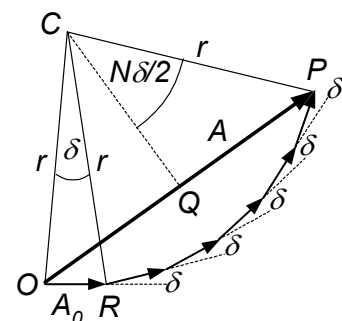
Ha az összes források száma N , akkor az ábra jelöléseivel

$$A = OP = 2QP = 2r \sin N \frac{\delta}{2}.$$

Másrészt a COR egyenlőszárú háromszögből azt kapjuk, hogy

$$\frac{A_0}{2} = r \sin \frac{\delta}{2}.$$

Ha a két egyenletből kiküszöböljük r -t, akkor azt kapjuk, hogy



¹ Annak oka, hogy az ernyőn nem homogén megvilágítást látunk az, hogy a fénysugár-nyalábok véges átmérőjűek, és a T_1, T_2 tükrök a rajz síkjára nem pontosan merőlegesek.

$$A = A_0 \frac{\sin\left(N \frac{\delta}{2}\right)}{\sin \frac{\delta}{2}} = A_0 \frac{\sin\left(N \frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta\right)}{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta\right)}.$$

Az intenzitás pedig

$$I = I_0 \left(\frac{\sin N \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin\left(N \frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta\right)}{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta\right)} \right)^2.$$

Itt I_0 az egyes források intenzitása.

Az intenzitás irányfüggését a fenti kifejezés elemzésével lehet megkapni.

A pontsorra merőleges irányban, ahol $\vartheta = 0$, az amplitúdóvektorokat egy egyenes mentén kell felmérnünk, így $A = NA_0$. Ez azt jelenti, hogy ebben az irányban az amplitúdók összeadódnak, vagyis maximális intenzitás jön létre, amelynek értéke $I = N^2 I_0$.

Más irányokban kialakuló maximumok és minimumok első közelítésben a $\frac{\sin Nx}{\sin x}$ függvény vizsgálatával határozhatók meg. Ennek során (deriválás, L'Hospital-szabály) kiderül, hogy a függvénynek maximuma van az $x = n\pi$ értékeknél (n egész szám), és a maximum értéke N . Ez az intenzitás kifejezésére nézve azt jelenti, hogy a maximumhelyeket az

$$n\pi = \frac{\delta_n}{2} = \frac{\pi a \sin \vartheta_n}{\lambda}$$

összefüggés határozza meg. Ebből rendezéssel az

$$a \sin \vartheta_n = n\lambda$$

feltételt kapjuk.

A maximális intenzitásértékekre ebből ugyanazt kapjuk, mint a $\vartheta = 0$ esetben:

$$I = N^2 I_0.$$

Az intenzitás tehát minden ilyen maximumhelyen a lehetséges legnagyobb értéket veszi fel. Ezeket a maximumokat *főmaximumoknak* nevezik, mert kiderült (l. alább), hogy az intenzitáseloszlásnak további, kisebb maximumai is vannak.

A főmaximumokat megadó eredmény könnyen megérthető, ha meggondoljuk, hogy a $\delta_n = n2\pi$ esetben az összetevő hullámok amplitúdóvektorai párhuzamosak egymással, tehát $A = NA_0$ és $I = N^2 I_0$.

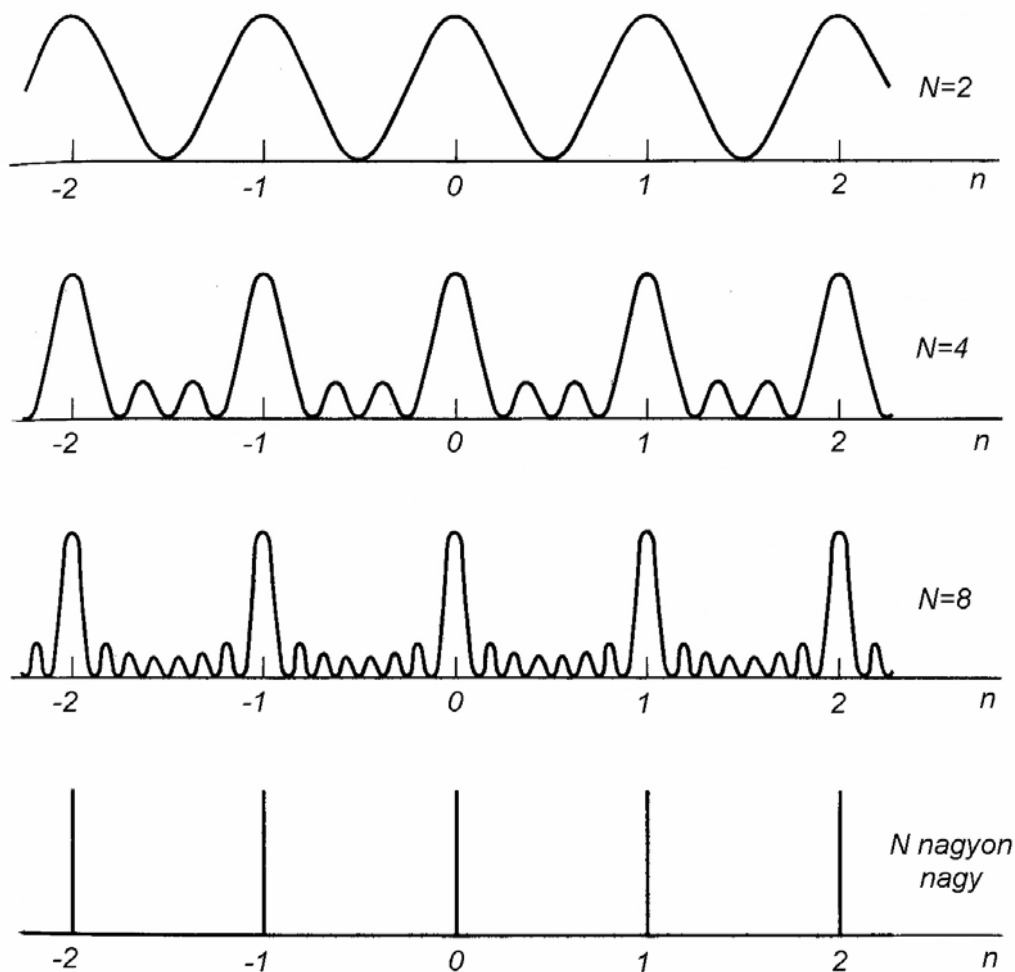
Az intenzitásfüggvényt tovább vizsgálva, kiderül, hogy a fent megállapított főmaximum-helyeken kívül továbbiak is vannak. Biztosan lehet tudni, hogy az intenzitás nulla, ha $\frac{N\delta}{2} = n'\pi$ (n' egész szám, kivéve a $0, N, 2N\dots$ értékeket, amelyek főmaximumoknak felelnek meg). Ebből következik, hogy kioltás van minden olyan ϑ'_n irányban, amelyre fennáll, hogy

$$a \sin \vartheta'_n = \frac{n'}{N} \lambda.$$

Ezek között a minimumhelyek között maximumoknak kell lenni. Könnyen belátható, hogy adott N forrásszám esetén két főmaximum között $N-1$ számú minimum, és $N-2$ számú mellékmaximum található. (Pl. $N=4$ esetén az $n=0$ és $n=1$ főmaximumok

között a lehetséges minimumhelyek az $n'=1, 2$ és 3 értékeknél vannak, a három minimum között $N-2=2$ mellékmaximum található. Az $n'=4$ eset már az $n = \frac{n'}{N} = \frac{4}{4} = 1$ főmaximummal azonos.)

Kimutatható, hogy a mellékmaximumok lényegesen kisebbek, mint a főmaximumok, és nagyságuk a források N számának növekedésével csökken. igen nagy N esetén a mellékmaximumok gyakorlatilag eltűnnek, a főmaximumok pedig nagyon keskenyvé (vonalszerűvé) válnak. Az intenzitást az irányt jellemző $n = \frac{a \sin \vartheta_n}{\lambda}$ mennyiség függvényében a mellékelt ábra mutatja, különböző N forrásszámok esetén.



Az intenzitásra kapott általános összefüggésből megkapható a korábban tárgyalt speciális eset is, ahol két forrást vizsgáltunk. Ha az általános tárgyalás $N=2$ esetét vizsgáljuk, akkor azt kapjuk, hogy

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \delta}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = I_0 \left(\frac{2 \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}.$$

Behelyettesítve az ott használt közelítő $\delta = k\Delta s = \frac{kax}{D}$ értéket, végül a korábbi eredményt kapjuk:

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a}{D\lambda} x\right).$$

A hullámoptika alapjai	1
Fény visszaverődése és törése két közeg határán	2
<i>A visszaverődés és törés törvényei</i>	2
<i>Teljes visszaverődés</i>	4
<i>Diszperzió hatása a fénytörésre, a prizmás spektrométer.....</i>	4
<i>Fénypolarizáció visszaverődésnél és törésnél, a Brewster-törvény</i>	5
Fényinterferencia	6
<i>Interferencia két pontszerű fényforrás esetén.....</i>	7
<i>Interferencia az amplitúdó kettéosztásával, a Michelson-interferométer</i>	9
<i>Interferencia egyenes mentén elhelyezett pontforrások esetén.....</i>	10