

## **Az elektromágneses indukció**

*Elektromágneses indukció* néven azokat a jelenségeket szokás összefoglalni, amelyekben egy vezető hurokban mágneses erőtér jelenlétében – a szokásos telepek nélkül – elektromos áram jön létre. Az áram oka az, hogy ilyenkor a vezető hurokban elektromotoros erő, és így elektromos erőtér keletkezik.

A létrejött elektromotoros erőt *indukált elektromotoros erőnek* (gyakran *indukált feszültségnek*), a kialakult elektromos erőteret *indukált elektromos erőtérnek*, a vezetőkben ilyenkor megjelenő elektromos áramot pedig *indukált áramnak* nevezik

A jelenségeket, létrejöttük körülményeinek megfelelően, két csoportra szokták osztani: ha az elektromotoros erő nyugvó vezetőben, változó mágneses erőtér hatására jön létre, akkor *nyugalmi indukcióról*-, ha pedig állandó mágneses erőtérben mozgó vezetőben keletkezik, akkor *mozgási indukcióról* beszélünk.

Előre bocsátjuk, hogy az elektromágneses indukció említett két fajtájában csupán az a közös, hogy mindkét esetben elektromos erőtér jön létre. A jelenség értelmezése és a létrejött elektromos erőtér jellege a két esetben alapvetően különbözik egymástól. A nyugalmi indukciót például az eddigi ismereteink alapján nem tudjuk megmagyarázni, ez egy alapvetően új jelenség. A mozgási indukció ezzel szemben könnyen értelmezhető a mozgó töltésre mágneses erőtérben fellépő erőhatás segítségével.

Először a nyugalmi indukcióval foglalkozunk, vagyis azzal az esettel, amikor a mágneses erőtér változik, de a vezetők nyugalomban vannak vagy egyáltalán nincsenek is jelen vezetők. Ezután tárgyaljuk a mozgási indukciót, vagyis azt az esetet, amikor állandó mágneses erőtérben vezetők mozognak.

### **Nyugalmi indukció, a Faraday–Lenz-törvény**

Számos tapasztalat mutatja, hogy egy rögzített vezető hurokban vagy tekercsben áram jön létre, ha a vezető hurok környezetében változik a mágneses erőtér. Ez egyszerű kísérletekkel demonstrálható.

#### **KÍSÉRLET\_1:**

- ◆ Sok menetet tartalmazó tekercshez érzékeny árammérőt kapcsolunk, majd a tekercs közepén lévő hengeres üregbe egy másik tekercset tolunk be, amelyet egy kapcsolón keresztül áramforráshoz kapcsolunk. Ezzel a tekercssel mágneses erőteret tudunk létrehozni a külső tekercs belsejében. Ha a belső tekercsben bekapcsoljuk az áramot, akkor a külső tekercshez kapcsolt árammérő rövid ideig áramot mutat, vagyis a mágneses erőtér bekapcsolásával a külső tekercsben indukált áramot hoztunk létre.
- ◆ Ha a belső tekercsben az áram állandósul, akkor az indukált áram megszűnik. Ha most a belső tekercsben az áramot kikapcsoljuk, akkor a külső tekercsben ismét indukált áramlökés jön létre, amely ellentétes irányú, mint a bekapcsoláskor észlelt indukált áram.
- ◆ Megfigyelhetjük, hogy az indukált áram annál nagyobb, minél nagyobb a kapcsoláskor létrejött áramváltozás (és a mágneses erőtér vele együtt járó változása).
- ◆ Ha a belső tekercs áramát folyamatosan változtatjuk, akkor azt tapasztaljuk, hogy az indukált áram annál nagyobb, minél gyorsabb az áram (illetve a mágneses erőtér) változása.

### KÍSÉRLET\_2:

- ◆ Sok menetet tartalmazó tekercshez érzékeny árammérőt kapcsolunk, majd a tekercs közepén lévő hengeres üregbe betoljuk egy erős mágnes egyik pólusát. Az árammérő a mozgás ideje alatt áramot mutat, vagyis a mágnes mozgásával indukált áramot hoztunk létre.
- ◆ Ha a mágnesnek ugyanezt a pólusát kihúzzuk a tekercsből, akkor ellenkező irányú áram indukálódik.
- ◆ Megfigyelhető, hogy az indukált áram nagysága a mágnes mozgásának sebességével nő.

Ezek a kísérletek azt mutatják, hogy ha egy vezető hurokban megváltozik a mágneses erőter, akkor abban indukált áram jön létre függetlenül attól, hogy a mágneses tér változását állandó mágnes mozgásával vagy egy elektromágnes áramának változtatásával értük el.

A kísérletekből az is látszik, hogy indukált áramot csak a mágneses erőter változása idején tapasztalunk, és az indukált áram annál nagyobb, minél gyorsabban változik a mágneses erőter.

Az elvégzett kísérletek alapján sejthető, hogy egy nyugvó vezető hurokban létrejött indukált áram a mágneses indukcióvektor nagyságának változásával és a változás sebességével van összefüggésben. Ezt további nagyszámú tapasztalat is megerősíti, és pontosítja: az indukált áram ( $I_{ind}$ ) nagysága arányos az indukcióvektor változási sebességével, azaz

$$|I_{ind}| \sim \left| \frac{dB}{dt} \right|.$$

#### A Faraday–Lenz-törvény

Ahhoz, hogy egy áramkörben tartósan áram folyjon, ott elektromotoros erőnek kell jelen lenni. Ebből az következik, hogy az áramkörben elsődlegesen egy indukált elektromotoros erő jön létre, és ez hozza létre az indukált áramot, ami függ a vezető hurok ellenállásától is. Emiatt célszerűbb az indukált elektromotoros erőre vonatkozó összefüggést keresni. Mivel az áram és a feszültség adott áramkörben egymással arányos, a tapasztalatok alapján írhatjuk, hogy

$$|\mathcal{E}_{ind}| \sim \left| \frac{dB}{dt} \right|.$$

A tapasztalat szerint az indukált elektromotoros erő arányos a rögzített vezető hurok  $A$  felületének nagyságával is

$$|\mathcal{E}_{ind}| \sim A \left| \frac{dB}{dt} \right| = \left| \frac{AdB}{dt} \right| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|,$$

vagyis arányos a hurok felületére vonatkozó  $\Phi_B$  indukciófluxus változási sebességével. Részletesebb kísérleti vizsgálatokból az is kiderült, hogy az  $SI$  rendszerben a fenti összefüggésben az arányossági tényező éppen  $1$ , tehát azt írhatjuk, hogy

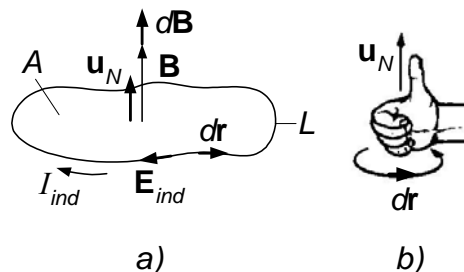
$$|\mathcal{E}_{ind}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|.$$

Ahhoz, hogy az abszolútérték-jeleket elhagyhassuk, meg kell vizsgálnunk a bal- és jobboldalon álló mennyiségek előjeleit. Az egyszerűség kedvéért itt feltételezzük,

hogy a vezető hurok síkbeli görbe, és az indukcióvektor változása ( $d\mathbf{B}$ ) a hurok egész felületén ugyanolyan.

A kísérletek tanúsága szerint az *a)* ábrán látható áramhurokban az indukcióvektor berajzolt  $d\mathbf{B}$  változása esetén az óramutató járásával egyirányú indukált áram ( $I_{ind}$ ) jön létre. Ez azt jelenti, hogy a hurokban ugyanilyen irányú indukált elektromos erőternek ( $\mathbf{E}_{ind}$ ) kell kialakulni, hiszen a tapasztalt irányban ez mozgatja a pozitív töltéseket.

Az elektromotoros erő előjelének meghatározásához be kell vezetni egy körüljárási irányt (az *a)* ábrán az áramiránnyal ellenkező irányt választottunk), majd az  $L$  vezetőhurok mentén ki kell számítani az  $\mathbf{E}_{ind} d\mathbf{r}$



mennyiségek összegét. A jobboldalon álló fluxusváltozás kiszámításhoz rögzíteni kell az  $\mathbf{u}_N$  felület-egységvektor irányát (az *a)* ábrán felfelé mutat), és ki kell számítani a  $d\mathbf{B}A\mathbf{u}_N$  mennyiséget.

Ha a körüljárást és a felület-egységvektort az *a)* ábrán látható módon választjuk, akkor  $\mathbf{E}_{ind} d\mathbf{r} < 0$ , és  $d\mathbf{B}A\mathbf{u}_N > 0$ , ezért az indukált elektromotoros erőt megadó összefüggés baloldalán negatív-, a jobboldalán pedig pozitív szám áll. Ezért az egyenlet akkor helyes, ha az  $\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$  alakban írjuk fel. Ha a körüljárási irány és a felületvektor közül az egyiket ellenkező irányban vesszük fel, akkor a helyes összefüggés  $\varepsilon_{ind} = \frac{d\Phi_B}{dt}$  lesz. Ez azt jelenti, hogy az összefüggés csak akkor lesz egyértelmű, ha az egyébként tetszőlegesen választható körüljárás- és felület-normálvektor irányát meghatározott módon rendeljük egymáshoz. Az elfogadott eljárás az, hogy a két irányt a *b)* ábrán látható *jobbkez-szabály* szerint választjuk meg. Az *a)* ábrán a két irányt éppen így jelöltük ki, vagyis a megállapodást követve az *indukált elektromotoros erőt* megadó összefüggés előjelhelyesen az alábbi módon írható fel:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \left( \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A} \right).$$

(Megjegyezzük, hogy ugyanerre az eredményre jutunk akkor is, ha a  $d\mathbf{B}$  vektort ellenkező irányúnak tételezzük fel, mert ekkor mind az  $\mathbf{E}$ , mind a  $d\mathbf{B}$  ellenkező irányú lesz.)

Ha az elektromotoros erőt is részletesen felírjuk, akkor az összefüggés az alábbi alakot ölti:

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{r} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \left( \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A} \right)$$

Ez a *Faraday-féle indukciótörvény*<sup>1</sup>.

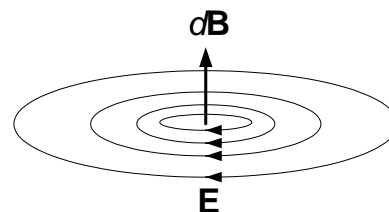
Az *a)* ábra alapján könnyen megállapítható, hogy a létrejött indukált áram a vezetőhurok belsejében olyan mágneses teret hoz létre, amely ellentétes a  $d\mathbf{B}$  változással, vagyis az indukált áramot okozó változást csökkenteni igyekszik. Ezt a

<sup>1</sup> A törvényt M. Faraday angol fizikus ismerte fel.

szabályt először *Lenz*<sup>2</sup> ismerte fel, ezért *Lenz-törvénynek* nevezik, és a fenti indukciótörvényre is gyakran a *Faraday–Lenz-törvény* elnevezést használják.

A indukciótörvényből megállapítható, hogy a vezető hurokban létrejött elektromos erőter nem konzervatív, erővonalai önmagukban záródnak. Ez az elektromos erőter mozgatja körbe a töltéseket a vezető hurokban.

Felmerül a kérdés, hogy mi történik, ha a változó mágneses erőterben nincs vezető hurok, amelyben az indukált áram létrejönne. A tapasztalat azt mutatja, hogy *elektromos erőter ekkor is létrejön*, és ez a mágneses tér változása által létrehozott indukált elektromos tér a sztatikus tértől eltérő tulajdonságokkal rendelkezik. Erővonalai zárt hurkokat alkotnak, amelyek a mágneses indukcióvektor *megváltozását*, a  $d\mathbf{B}$  vektort veszik körül. A keletkező tér irányát az ábra mutatja (balkéz-szabály).



Az indukált elektromos erőter jellegéből következik, hogy nem lehet konzervatív, tehát az elektrosztatikában felírt  $\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{r} = 0$  törvény változó erőterek esetén nem

érvényes, helyette a Faraday–Lenz-törvényt kell használni. Ez a törvény azonban határesetként tartalmazza az elektrosztatika I. alaptörvényét is, hiszen állandó terek esetén a fluxusváltozás – és ezzel az egyenlet jobboldala – nulla. Ebből következik, hogy a mindig érvényes alaptörvény a

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{r} = -\frac{d}{dt} \left( \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A} \right)$$

Faraday–Lenz-törvény, amely az elektrosztatika I. alaptörvényének változó terek esetén is érvényes általánosítása.

### Örvényáramok

A Lenz-törvényt számos tapasztalat igazolja. Ezzel a törvénnyel magyarázható pl. változó mágneses erőterbe helyezett, kiterjedt vezetőkben az ún. *örvényáramok* kialakulása miatt fellépő számos jelenség.

Az örvényáramok a vezetőben zárt hurkok mentén kialakuló áramok, amelyek azért lépnek fel, mert az indukált elektromos erőter erővonalai zárt hurkok, és a vezetőben lévő mozgásképes töltések ezek mentén mozognak.

### KÍSÉRLETEK:

- ◆ Lengethetően felfüggesztett alumínium karikához, a felületére merőlegesen erős mágnest közelítve, a karika a mágnes mozgásirányában kilendül (csökkenti a mágnes hozzá viszonyított sebességét), és a mágnes ide-oda mozgatásával jelentős amplitúdójú lengésbe hozható. Ha ugyanezt a kísérletet olyan alumínium karikával végezzük el, amely nem folytonos, hanem egy helyen meg van szakítva, a jelenség nem lép fel.
- ◆ Alumínium lemezből készült ingát erős mágneses térben kilendítve, a lengés igen gyorsan lecsillapodik. Ha a kísérletet olyan lemez-ingával végezzük el, amelyet fésűszerűen bevagdostunk, akkor a csillapodás látványosan csökken.

<sup>2</sup> H.F.E. Lenz német származású orosz fizikus volt.

- ◆ Egy tekercs meghosszabbított, függőleges helyzetű vasmagjára a vasmagon csúszni képes alumínium karikát teszünk, és a tekercset egy kapcsolón keresztül váltakozó feszültségű áramforráshoz kapcsoljuk. Ha az áramot bekapcsoljuk, akkor a karika lerepül a vasmagról (*Thomson-ágyú*). Ha ugyanezt a kísérletet megszakított alumínium karikával végezzük el, a jelenség nem lép fel. A tekercs áramerősségének szabályozásával elérhető, hogy a folytonos karika egy bizonyos magasságban lebegjen. Egy idő múlva a karika felmelegszik.
- ◆ Függőleges réz csőben könnyen mozgó, nem mágneses fémhengert ejtünk le, és megfigyeljük az esési időt. Ha ugyanebben a csőben egy henger alakú mágnezt ejtünk le, akkor az esési idő látványosan megnő.

Ezek a jelenségek az örvényáramok kialakulásával magyarázhatók.

A lengő alumínium karika azért mozdul el a közeledő mágnes irányában, mert a közeledő mágnes inhomogén erőtere miatt változik a karikára vonatkozó indukciófluxus. A létrejött indukált feszültség a karikában örvényáramot hoz létre, amely annál nagyobb, minél gyorsabban közeledik a mágnes a karikához. A Lenz-törvény értelmében az indukált áram olyan hatást kelt, ami csökkenteni igyekszik az indukált áramot. Ez úgy következik be, hogy a karika elmozdul a mozgó mágnes elől, így csökkentve a karika és a mágnes relatív sebességét. A megszakított karikában nem tud kialakulni örvényáram, ezért a jelenség nem jön létre.

Az alumínium lemezből készült ingában a lemez mozgása miatt jön létre indukált feszültség, ami a lemezben örvényáramokat okoz. Az örvényáramok olyanok, hogy az őket létrehozó hatást, vagyis a lemez mozgását akadályozzák, ezért csillapodik az inga lengése. A bevagdosott ingában az örvényáramok nem tudnak kialakulni, ezért ekkor gyakorlatilag nincs csillapodás.

A Thomson-ágyú működésének magyarázata szintén az, hogy a váltakozó áram által létrehozott váltakozó mágneses erőterben az alumínium gyűrűben örvényáram lép fel, és a Lenz-törvénynek megfelelően a gyűrű le akar menni az indukált áramot okozó vasmagról.

A mágnesnek rézcsőben történő ejtésénél a mágnes mozgása miatt a csőben örvényáramok jönnek létre, amelyek akadályozzák az őket létrehozó hatást, vagyis a mágnes mozgását. A nem mágneses anyag ejtésekor nincs indukált örvényáram, így fékezés sem lép fel.

Az örvényáramok által okozott veszteségek kiküszöbölése érdekében készítik a transzformátorok vasmagját egymástól elszigetelt, összeragasztott lemezekből és nem tömör anyagból.

### ***Kölcsönös indukció és önindukció***

Ha egy árammal átjárt vezető hurok (1) mellett egy másik vezető hurkot (2) helyezünk el, akkor az 1 hurok  $I_1$  árama által keltett mágneses erőter a 2 hurok helyén is megjelenik. Ezért, ha az 1 hurokban változik az áram, akkor a 2 hurok környezetében is változik a mágneses erőter, és a 2 hurokban elektromotoros erő (és áram) indukálódik. A gondolatmenet fordítva is érvényes: a 2 hurokban folyó  $I_2$  áram változása az 1 hurokban hoz létre indukált elektromotoros erőt (és áramot). Ezt a jelenséget *kölcsönös indukciónak* nevezik, és ez teszi lehetővé, hogy időben változó elektromos jeleket egyik áramkörből a másikba úgy vigyünk át, hogy a két áramkör között nincs vezetővel létrehozott kapcsolat. Az ilyen áramköröket *csatolt áramköröknek* is nevezik.

A 2 hurokban létrejött indukált elektromotoros erőt az

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{B2}}{dt}$$

összefüggés adja meg, ahol  $\Phi_{B2}$  a 2 hurokra vonatkozó indukciófluxus. Ha ezt az  $I$  hurokban folyó áram hozza létre, akkor

$$\Phi_{B2} = M_{21}I_1,$$

hiszen az  $I_1$  áram által keltett mágneses indukció- és így a létrehozott indukciófluxus is arányos az árammal. Az  $M_{21}$  arányossági tényező az áramhurkok geometriai jellemzőitől (pl. alak, egymástól mért távolság) függ. Ennek alapján a 2 hurokban létrejött indukált elektromotoros erő

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{B2}}{dt} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Hasonló gondolatmenettel kaphatjuk az  $I_2$  áram változása miatt az  $I$  hurokban létrejött indukált elektromotoros erőt:

$$\begin{aligned} \Phi_{B1} &= M_{12}I_2 \\ \varepsilon_{i1} &= -\frac{d\Phi_{B1}}{dt} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \end{aligned}$$

Kimutatható, hogy a két együttható egyenlő egymással, ezért, ha bevezetjük az  $M_{21} = M_{12} = M$  jelölést, akkor a kölcsönös indukció miatt a két hurokban fellépő indukált elektromotoros erők az

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i1} &= -\frac{d\Phi_{B1}}{dt} = -M \frac{dI_2}{dt} \\ \varepsilon_{i2} &= -\frac{d\Phi_{B2}}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt} \end{aligned}$$

alakba írhatók. Az  $M$  állandót a rendszer *kölcsönös indukciós együtthatójának* nevezik.

Számítsuk ki a kölcsönös indukciós együtthatót abban az egyszerű esetben, amikor a két áramkör két egymásba tekercselt, azonos  $l$  hosszúságú és azonos  $A$  keresztmetszetű,  $N_1$  és  $N_2$  menetszámú tekercs.

A 2 tekercsben az  $I$  tekercs  $I_1$  árama által keltett  $B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l}$  mágneses indukció fluxusa

$$\Phi_{B2} = N_2 A B_1 = N_2 A \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l} I_1.$$

Ebből következik, hogy a kölcsönös indukciós együttható:

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}.$$

Indukált feszültség nem csak két kölcsönható áramhurokban lép fel, hanem egyetlen hurokban is, ha benne változik az áramerősség. Itt arról van szó, hogy a hurok benne van a saját mágneses erőterében, ezért, ha az változik, akkor benne elektromotoros erő indukálódik. A jelenséget, amely igen fontos szerepet játszik a váltóáramú áramkörökben, *önindukciónak* nevezik.

Mivel az áramhurokban a mágneses indukciót itt a hurok saját  $I$  árama hozza létre, a fluxust a

$$\Phi_B = LI$$

összefüggés adja meg, ahol  $L$  a geometriai viszonyoktól függő állandó, amit *önindukciós együtthatónak* (néha egyszerűen „önindukciónak”) neveznek.

Az áramkörben indukált elektromotoros erő eszerint

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Mivel a tekercs a váltakozó áramú áramkörökben igen fontos áramköri elem, számítsuk ki egy  $N$  menetű,  $l$  hosszúságú,  $A$  keresztmetszetű tekercs önindukciós együtthatóját.

A tekercs saját árama által létrehozott mágneses indukció nagysága:

$$B = \frac{\mu NI}{l}.$$

Az egy menetre vonatkozó fluxus

$$\Phi_{B1} = BA = \frac{\mu NA}{l} I,$$

a teljes fluxus pedig

$$\Phi_B = N\Phi_{B1} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} I.$$

Ebből következik, hogy az önindukciós együttható

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l}.$$

Az önindukciós együttható legegyszerűbben és leghatékonyabban a menetszám növelésével – és mint később látni fogjuk – a tekercsben elhelyezett vas-maggal (a  $\mu$  értékének növelésével) növelhető.

### A mágneses erőtér energiája

Az elektromos erőtér tárgyalásánál láttuk, hogy a létrehozásakor végzett munka árán az erőtérhez rendelhető energia jelenik meg. Tudjuk, hogy a mágneses erőtér létrehozásához is munkavégzés (pl. elektromos áram keltése) szükséges. Kérdés, hogy ez a munka is megjelenik-e valamilyen mágneses energia formájában. Az induktivitást tartalmazó áramkörökre vonatkozó tapasztalatok azt sugallják, hogy ilyen energia létrejön, hiszen pl. a kikapcsolásnál a tekercs mágneses erőtere fokozatosan szűnik meg, és az áramkörben a kikapcsolás után is fenntartja az áramot.

A tekercsben felhalmozott energia meghatározásához használjuk fel a mellékelt áramkört (ábra), amelyre Kirchhoff II. törvénye szerint fennáll az

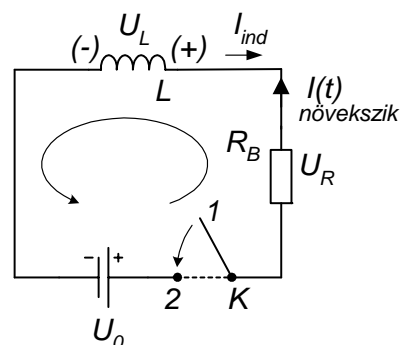
$$-IR - L \frac{dI}{dt} + U_0 = 0$$

összefüggés. Ebből a  $dt$  idő alatt végzett munkát  $Idt$ -vel való szorzással kaphatjuk meg:

$$-I^2 R dt - LI \frac{dI}{dt} dt + U_0 Idt = 0,$$

amiből átrendezéssel az

$$\begin{array}{rcccc} U_0 Idt & = & I^2 R dt & + & LI \frac{dI}{dt} dt \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{áramforrás} & & \text{Joule-hő} & & ??? \\ \text{munkája} & & & & \end{array}$$



egyenletet kapjuk. Ebben az egyenletben az egyes tagokat megvizsgálva megállapíthatjuk, hogy a baloldalon az áramforrás által  $dt$  idő alatt végzett munka áll, a jobboldal első tagja

pedig az ellenálláson hővé alakuló munkát (Joule-hő) adja meg. Látható, hogy a telep munkájának csak egy része alakul át termikus energiává, a maradékot a jobboldal második tagja képviseli. Kézenfekvőnek látszik, hogy ez a tag adja meg a tekercsben a mágneses erőternek a  $dt$  idő alatt bekövetkező változásával összefüggő  $dE_{mágn}$  energiaváltozást, amit a *mágneses erőter energiájának* tulajdonítunk:

$$dE_{mágn} = LI \frac{dI}{dt} dt = LI dI.$$

A  $dt$  idő alatt bekövetkező energiaváltozásból kiszámíthatjuk, hogy mekkora az  $E_{mágn}$  mágneses energia akkor, ha a tekercsben  $I$  áram folyik. Ehhez az áramerősség változását  $0$ -tól  $I$ -ig elemi lépésekben kell végrehajtani, és összegezni (integrálni) kell az eközben bekövetkező elemi energiaváltozásokat:

$$E_{mágn} = \int_0^I LI' dI' = \frac{1}{2} LI^2.$$

Ekkora energia van jelen az  $I$  árammal átjárt,  $L$  önindukciójú tekercsben.

Ahhoz, hogy az energia kifejezésére általánosabb alakot kapjunk, próbáljuk meg kiküszöbölni az összefüggésből konkrétan a tekercsre vonatkozó adatokat ( $L$ ,  $I$ ), és helyettesítsük azokat a tekercsben kialakult mágneses erőter jellemzőivel.

Használjuk fel az önindukcióra kapott

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l}$$

kifejezést ( $N$  a tekercs menetszáma,  $A$  a keresztmetszete,  $l$  a hossza) és a tekercs mágneses erőterére vonatkozó

$$B = \frac{\mu NI}{l} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{Bl}{\mu N}$$

összefüggést. Ezeket a mágneses energia kifejezésébe behelyettesítve, egyszerűsítések után azt kapjuk, hogy

$$E_{mágn} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} Al = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V,$$

ahol  $V = Al$  a tekercs térfogata.

Ebből a kifejezésből látszik, hogy a tekercsben tárolt energia arányos azzal a térfogattal, ahol mágneses erőter van jelen (az itt feltételezett ideális esetben csak a tekercs belsejében van mágneses erőter), egyébként pedig – a tekercset kitöltő adott anyag esetén – csak az erőteret jellemző mágneses indukcióvektor nagyságától függ. Már ebből a meggondolásból is sejthető, hogy ez az energia a tekercsben létrejött mágneses erőterrel hozható kapcsolatba, de ez még világosabbá válik, ha kiszámítjuk az energia térfogati sűrűségét:

$$w_{mágn} = \frac{E_{mágn}}{V} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}.$$

Ez azt jelenti, hogy a tekercs által bezárt térfogat, vagyis a mágneses erőter bármely pontján ilyen energiasűrűség van jelen, és ez az energiasűrűség (a tekercset kitöltő adott anyag esetén) *csak az erőteret jellemző mágneses indukcióvektortól függ.*

Egyelőre a tapasztalatokra hivatkozva csak feltételezzük (később az elektrodinamikában ezt be is bizonyítják), hogy ez az összefüggés mindenféle mágneses erőter esetén igaz: ahol mágneses erőter van, ott ilyen energiasűrűség van jelen függetlenül attól, hogy az erőteret mi (mágnes, elektromos áram) hozta létre.

A fenti összefüggés homogén, izotróp, lineáris anyag esetén – a  $B = \mu H$  összefüggés segítségével átírható a



$$w_{mágn} = \frac{1}{2} HB = \frac{1}{2} \mathbf{HB}$$

alakba is. A vektori írásmód itt azért lehetséges, mert ilyen anyagokban  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{H}$ , ezért  $\mathbf{HB} = HB$ . Kimutatható hogy ez a vektori formában felírt összefüggés általánosan – tehát nem csak a fenti megszorítások mellett – érvényes, vagyis a mágneses erőtér energiasűrűsége általában a

$$w_{mágn} = \frac{1}{2} \mathbf{HB}$$

összefüggéssel adható meg.