

# Szakdolgozat

## Ferrit anyagok mágneses tulajdonságainak karakterizálása mágneses rezonancia módszerrel

# Gyüre-Garami Anett

Témavezető: Simon Ferenc egyetemi docens BME Fizikai Intézet Fizika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2018

# Diplomatéma-kiírás

#### Témavezető:

Neve:	Simon Ferenc
Tanszéke:	Fizika Tanszék
E-mail címe:	simon@esr.phy.bme.hu
Telefonszáma:	463-3816

**Diplomatéma címe:** Ferrit anyagok mágneses tulajdonságainak karakterizálása mágneses rezonancia módszerrel

Melyik szakiránynak ajánlott? "Alkalmazott fizika" "Fizika"

Leírása: A ferrit anyagok a modern nagyfrekvenciás híradástechnika eszközeiben találhatóak meg, ahol abszorpciós célú és ún. nem-reciprok eszközökben találhatóak meg. Ezen anyagok felhasználásához fontos a nagyfrekvenciás elektromágneses sugárzás mágneses tér függő elnyelésének vizsgálata. Ezen tulajdonságot ún. ferromágneses rezonancia módszerrel vizsgálhatjuk a legáltalánosabban. A szakdolgozatban tervezett vizsgálatok célja egy, az ipari környezetben történő karakterizálások céljára már telepített, mérőeszköz működésének javítása.

# Önállósági nyilatkozat

Alulírott Gyüre-Garami Anett, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizikus szak (BSc) alkalmazott fizikus szakirányának hallgatója kijelentem, hogy ezt a diplomamunkát meg nem engedett segítség igénybevétele nélkül, saját magam készítettem. Minden olyan szövegrészt, adatot, diagramot, ábrát, vagy bármely más elemet, melyet szó szerint vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásából vettem, egyértelműen megjelöltem a forrás megadásával.

Budapest, 2018. december 3.

Gyüre-Garami Anett

## Köszönetnyilvánítás

Hálás köszönettel tartozom témavezetőmnek, Simon Ferencnek, amiért a csoportjában dolgozhattam, és végtelen türelemmel, valamint színvonalas szakmai vezetésével segítette munkámat. Köszönöm Gyüre-Garami Balázsnak, hogy átadta tudását a mikrohullámú méréstechnikáról, és áldozatkészen mellettem állt munkám során. Köszönöm a TKI Ferrit Gyártó és Fejlesztő Kft.-nek, hogy dolgozhattam a telephelyükön összeállított mérőberendezésen, valamint Dr. Sztaniszláv Dánielnek és Dr. Sztaniszláv Annának, hogy bevezettek a ferritanyagok mérésének gyakorlatába.

## 1. fejezet

### Bevezetés és motiváció

Amióta csak Griffiths 1946-ban először megvalósított ferromágneses rezonancia (FMR) méréseket [1], az FMR vizsgálatának az erre a célra épített spektrométerekkel mind a tudományos kutatások során, mind az ipari felhasználás során fontos szerepe van egy anyag különböző mikrohullámú frekvenciákon történő elnyelésének meghatározásában.

A mágneses rezonancia spektrömetria különböző ágai mind hasonló elven működnek, így az FMR spektrometria leírása nagy átfedéseket mutat az elektronspin rezonancia (ESR) és a mag mágneses rezonancia (NMR) fizikai alapjaival, az FMR-nél azonban nem az atommagokat (NMR-nél) vagy a szabadgyököket (ESRnél) vizsgáljuk, hanem ferromágneses anyagok mágnesezettségét, így noha az elv hasonló [2], hiszen változó mágneses térben keressük az elnyelés rezonanciáját, a mintákra vonatkozó megfontolások, a várt jel nagysága és a mérési összeállítás maga jelentősen különbözik.

Munkám során egyrészt a fizika tanszék ESR laboratóriumában található eszközparkot használtam, másrészt a TKI Ferrit Fejlesztő és Gyártó Kft. telephelyén felépült FMR mérő rendszert fejlesztettem és használtam. Itt az FMR mérés az elkészült ferrit anyagok minőségének ellenőrzésére illetve felhasználás szempontjából nagyon fontos fzikai paramétereiek meghatározására szolgál.

A ferritek vastartalmú kerámiák, számos különböző kristályszerkezetű és összetételű anyag gyűjtő neve. Általában a mágneses tulajdonságaikat használják ki a belőlük felépült eszközök. A ferritek a leggyakrabban használt anyagok állandó mágnesek előállítására az alcsony előállítási költségük és magas környezeti ellenálóságuknak köszönhetően. Hő és korrózióállóak, nehezen lemágnesezhetőek, így ferriteket használnak nagyfrekvenciás nyelőanyagként pl. szélessávú attenuátorokban, zajszűréshez tápkábeleken, nyelőkben és reflexiómentes kamrák falaként, vagy Faraday effektust kihasznló nemreciprok rádiófrekvenciás eszközök létrehozására. Mivel a ferriteknek a felhasználás szempontjából kritikus tulajdonságai a ferromágneses rezonanciájuknak köszönhetően jelentősen megváltoznak bizonyos frekvencia/mágneses tér aránynál, ezen rezonanciájuk pontos ismerete elengedhetetlen, ezért érdemel kiemelt figyelmet a gyártás során a ferromágneses rezonanciájuk vizsgálata.

Az FMR mérésének számos technikája van, amit a vizsgálandó minta mérete, az FMR jelenség nagysága és a rendelkezésre álló eszközpark nagymértékben meghatároz. Az ipari gakorlatban gyakran használt technika roppant költséges és méréstechnikai szempontból nem ideális, ugyanis vektorhálózat analizátort alkalmaznak.

Az egyetemi laboratóriumi ESR eszközök pedig sokkal kisebb jelenségek vizsgálatára vannak optimalizálva, és szintén nagyon drágák. A csoport feladata egy költséghatékony rendszer összállítása volt az ipari felhasználának szempontjai alapján, vagyis esetlegesen nagy elnyelésű minta mérésére. Az én feladatom a mérőrendszer optimalizálásán túl az eredmények értelmezése volt, különösen a laboratóriumi ESR mérőrendszerrel való összevetés fényében.

Dolgozatomban tárgyalom az FMR vizsgálat elméleti és technikai alapjait, bemutatom a felhasznált berendezéseket, a különböző mérőberendezéseken mért spektrumokat pedig összevetve egymással értékelem az ipari igények alapján összeállított mérőrendszert.

#### 1.1. FMR alapjai

Míg paramágneses anyagokban a párosítatlan elektronok dipólmomentumai külső mágneses tér hiányában rendezetlenek, eredőjük nulla, ferromágnesekben külső tér nélkül, spontán rendeződnek. A mágnesezettség iránya azonban nem egyezik meg a ferromágneses anyag egészében, hanem ellenkező mágnesezettségű tartományok, ún. domének jönnek létre a rendszer energiáját csökkentve ily módon. Nagy mágneses térbe helyezve azonban a domének mágnesezettsége áfordítható, egy irányba fordulva már nem oltják ki egymást, így az eredő mágnesezettség nő, ez történik az FMR mérések során is.

Változó mágneses tér esetén a dipólusokra forgatónyomaték hat, melynek hatására relaxálva precesszálnak a mágneses tér irányának vektora körül. Ennek a precessziónak a frekvenciáját hívjuk Larmor-frekvenciának, és ez határozza meg, hogy milyen frekvencián tapasztalunk elnyelést az anyagban.

#### 1.2. Zeeman-effektus

Elnyelés akkor jön létre e mintában, ha két energiaállapot közti energiakülönbségnek megfelelő sugárzás éri. Külső tér nélkül a különböző spinállapotok degeneráltak, vagyis azonos energiákhoz tartoznak, azonban külső térben már megkülönböztethetünk paralell és antiparalell spinállapotokat, melyek külön energiaszintet képviselnek. Ezt hívjuk az energianívók felhasadásának.



1.1. ábra. Zeeman-effektus során az energianívók felhasadnak

A magasabb energiaszintről az alacsonyabb energiaszintre való relaxáció spontán folyamat, az alacsonyabbról a magasabb energiaszintre lépés pedig egy megfelelő hullámhosszú foton elnyelésének következménye, melynek energiája paramágneses anyagok esetében:

$$\Delta E = hf = g_e \mu_B B,\tag{1.1}$$

ahol h a Plank-állandó, f a foton frekvenciája,  $g_e$  az elektron g-faktora,  $\mu_B$  a Bohrmagneton, B a külső mágneses indukció nagysága. Ferromágneseknél figyelembe kell vennünk a tömbi mágnesezettséget is, ugyanis az ilyen anyagoknál az elektronspinek viselkedése nem tekinthető egymástól függetlennek, ezért a geomatriától is függő lemágnesezési faktorral is számolnunk kell.

#### 1.3. Lemágnesezési faktor

Külső mágneses térbe helyezett ferromágneses anyagokban létrejövő mágneses tér a tömbi mágnesezettségnek és külső térnek a geometriafüggő legmágnesezési faktor segítségével leírt függvénye. A lemágnesezési faktor jelölése az alábbi diagonális tenzor [3]:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_x & 0 & 0\\ 0 & N_y & 0\\ 0 & 0 & N_z \end{pmatrix}$$
(1.2)

Igaz rá, hogy  $N_x + N_y + N_z = 1$ . A belső mágneses teret pedig a következőképpen írhatjuk le a segítségével:

$$B_x^i = B_x^0 - N_x M_x B_y^i = B_y^0 - N_y M_y B_z^i = B_z^0 - N_z M_z$$
(1.3)

Egy M mágnesezettségű, x és y irányban végtelen kiterjedésű síklapot a felületére merőleges indukciójú  $B_{k\ddot{u}ls\ddot{o}} = \mu_0 H_{k\ddot{u}ls\ddot{o}}$  külső mágneses térbe helyezve megvizsgáljuk a külső és az anyagon belüli belső tér nagyságát. Az anyag belsejére ismert, hogy

$$B_{bels\"o} = \mu_0 (H + M). \tag{1.4}$$

Tudható, hogy határfelületen az indukcióvektor normális, a térerősségvektor tangenciális komponense változatlan az átmenetnél, így példánkban az anyagon belül és kívül ugyanakkora a mágneses indukció:  $B_{k\ddot{u}ls\ddot{o}} = B_{bels\ddot{o}}$ . Ez alapján az anyagban kialakuló mágneses térre felírható:

$$H_{bels\"} = \frac{B_0}{\mu_0} - M = H_{k\"uls\"} - M \tag{1.5}$$

Lemágnesezési faktorral ugyanez:

$$H_{bels\"o} = H_{k\"uls\"o} - NM, \tag{1.6}$$

Vagyis M = NM, a kiinduló geometriai feltételek miatt pedig csak z irányú komponensekről beszélhetünk, tehát

$$\mathbf{N_{siklap}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (1.7)$$

Ugyanezt a gondolatmenetet végigkövetjük M mágnesezettségű végtelen hosszú rúdra, ha a külső tér a rúddal párhuzamos. A határfelületek átmeneteire vonatkozó fentebb leírt törvényszerűségek miatt itt  $H_{belső} = H_{külső}$ , ezért  $N_z$  értéke 0 lesz, az indukcióvektorra pedig felírhatjuk, hogy  $B_{belső} = B_{külső} + \mu_0 M$ . Mivel xés yirányban szimmetrikus rendszerről van szó, és tudjuk, hogy $N_z=0,$ a lemágnesezési faktor:

$$\mathbf{N_{r\acute{u}d}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(1.8)

Ugyanezen megfontolások mentén pedig belátható, hogy szimmetriája miatt gömb esetén:

$$\mathbf{N_{g\ddot{o}mb}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{3} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$
(1.9)

Z irányú  $B_0$  indukciójú külső mágneses tér esetén a mágnesezettség mozgásegyenlete a lemágnesezési faktort is figyelembe véve így:

$$\frac{dM_x}{dt} = \mu_0 \gamma \left( M_y B_z^i - M_z B_y^i \right) = \mu_0 \gamma \left[ B_0 + (N_y - N_z) M \right] M_y \tag{1.10}$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \mu_0 \gamma \left[ M \left( -N_x M_x \right) - M_x \left( B_0 - N_z M \right) \right] = -\mu_0 \gamma \left[ B_0 + \left( N_x - N_z \right) M \right] M_x$$
(1.11)

$$\frac{dM_z}{dt} = 0; M_z = M \tag{1.12}$$

A ferromágneses rezonanciafrekvencia így az alábbi képlettel írható le:

$$\omega_0^2 = \gamma^2 \left[ B_0 + (N_y - N_z) \,\mu_0 M \right] \left[ B_0 + (N_x - N_z) \,\mu_0 M \right] \tag{1.13}$$

Mindez jelentősen megbonyolítaná a számolásainkat, és a minta pozíciója is fontos paramétere lenne a mérésnek, ezt a nehézséget kiküszöbölendő gömb alakú mintákkal dolgoztunk, melyekben nem kell anizotrópiával számolnunk, így a lemágnesezési tényezőkre felírható, hogy  $N_x = N_y = N_z$ , a rezonanciafrekvencia felírása pedig a következőképpen egyszerűsödik:

$$\omega_0 = \gamma B_0 \tag{1.14}$$

#### 1.4. Bloch-egyenletek

A mikrohullámok abszorpciójának leírására szolgáló fenomenologikus elektrodinamikai egyenletek a Bloch-egyenletek ([2]). Külső mágneses térben mágnesezettség mozgásegyenlete a klasszikus elektrodinamika alapján a következő:

$$\frac{d\langle \mathbf{M} \rangle}{dt} = \gamma_e \left[ \langle \mathbf{M} \rangle \times \mathbf{B}_0 \right] \tag{1.15}$$

A külső mágneses térben forgatónyomaték hat a mágnesezettség vektorra, ami így a külső tér indukcióvektora körül precesszál  $\omega_L = \gamma_e B_0$  Larmor-frekvenciával. EPR és FMR esetén egy mikrohullámú forrásból érkező gerjesztést alkalmazunk az üregre, így a z-irányú, sztatikus  $\mathbf{B}_0$  külső tér mellett a gerjesztésként alkalmazott lineárisan polarizált elektromágneses hullámok terével is számolnunk kell. A lineárisan polarizált hullámok felbonthatók két ellenkező forgatású cirkulárisan polarizált hullámokra, mely két komponens közül az egyik, a precesszió irányának megfelelő fog abszorpciót mutatni. Ezt a teret felfoghatjuk egy  $-\omega \mathbf{e}_z$  szögsebességvektorral, xy-síkban forgó  $\mathbf{B}_1$  perturbáló térként. Így az időben változó mágneses teret a következőképpen írhatjuk le:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 = B_1 \cos(\omega t) \mathbf{e}_x - B_1 \sin(\omega t) \mathbf{e}_y + B_0 \mathbf{e}_z \tag{1.16}$$

A precesszió mellett a mágnesezettség relaxációját is figyelembe kell vennünk, a precesszió ugyanis egy bizonyos idő után eléri az  $M_0$  egyensúlyi értékét, a dipólmomentumok a mágneses térrel egy irányban (z-irány) állnak be. Ezt is számításba véve az alábbi módon egészíthetjük ki egyenleteinket:

$$\frac{dM_z(t)}{dt} = \gamma_e [\mathbf{M} \times \mathbf{B}]_z + \frac{M_0 - M_z(t)}{T_1}$$
(1.17)

Mivel ekkor az  $M_0$  mágnesezettségnek már csak z irányú komponense van, xés y irányokra az irányokra az alábbi egyenleteket kapjuk:

$$\frac{dM_x(t)}{dt} = \gamma_e [\mathbf{M} \times \mathbf{B}]_x - \frac{M_x(t)}{T_2}$$
(1.18)

$$\frac{dM_y(t)}{dt} = \gamma_e [\mathbf{M} \times \mathbf{B}]_y - \frac{M_y(t)}{T_2}$$
(1.19)

Ezek az ún. Bloch-egyenletek. Eredetileg nem különböztettek meg kétféle relaxációs időt, de később az empirikus megfontolások eredményeképp két idő paramétert szerepeltettek:  $T_1$  a z-irányú relaxációs idő, amelyet a spin-rács kölcsönhatás határoz meg, míg  $T_2$  az xy-síkbeli relaxációs idő, ami a spin-spin kölcsönhatásokkal áll kapcsolatban.

Az egyenletek megoldásához egy olyan vonatkoztatási rendszerben írjuk fel az egyenleteket, mely követi a precessziót. Ez egy  $\mathbf{\Omega} = -\omega \mathbf{e}_z$  szögsebességgel forgó rendszer, melyben ha nem lép fel mikrohullámú telítés, akkor a tranziensektől eltekintve stacioner megoldást keresve a mért mágnesezettség x és y irányú komponense:

$$M'_{x} = \frac{1}{\mu_{0}} \chi_{0} \omega_{0} T_{2} \frac{(\omega_{0} - \omega) T_{2}}{1 + (\omega_{0} - \omega)^{2} T_{2}^{2}} B_{1}$$
(1.20)

$$M'_{y} = \frac{1}{\mu_{0}} \chi_{0} \omega_{0} T_{2} \frac{1}{1 + (\omega_{0} - \omega)^{2} T_{2}^{2}} B_{1}$$
(1.21)

Az egyensúlyi mágnesezettségbe behelyettesítettük, hogy  $M_0 = \frac{\chi_0 B_0}{\mu_0}$ , ahol  $\chi_0$  a sztatikus spin-szuszceptibilitás és  $\omega_0 = \gamma_e B_0$ .

Álló rendszerben az alábbi a megoldás:

$$M_x(t) = M'_x \cos(\omega t) + M'_y \sin(\omega t) \tag{1.22}$$

Tudjuk, hogy  $M'_x$  és  $M'_y$  is arányos  $B_{x_0}$ -val, ahol az arányossági tényezők a szuszceptibilitások. Tehát a 1.22. képlettel összevetve a mágnesezettség a következőképp írható:

$$M_x(t) = (\chi' \cos(\omega t) + \chi'' \sin(\omega t))B_{x_0}$$
(1.23)

Lineárisan polarizált hullámokat alkalmazunk, azaz  $B_x(t) = B_{x_0} \cos(\omega t)$ , melyek felírhatóK két ellentétesen cirkulárisan polarizált hullámként is  $B_1$  amplitúdóval, ahol  $B_{x_0} = 2B_1$ . Ha ennek tudatában összevetjük 1.20-t és 1.21-t a 1.22. képlettel, megkapjuk a  $\chi'$  és  $\chi''$  dinamikus spin-szuszceptibilitásokat:

$$\chi'(\omega) = \frac{\chi_0}{2} \omega_0 T_2 \frac{(\omega_0 - \omega) T_2}{1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2}$$
(1.24)

$$\chi''(\omega) = \frac{\chi_0}{2} \omega_0 T_2 \frac{1}{1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2}$$
(1.25)

Ez a két tag összevonható egy komplex spin-szuszceptibilitásba, ahol  $\chi'$  az elektromágneses hullámok diszperziójára, míg a  $\chi''$  a spin-hullámok abszorpciójára

jellemző:

$$\chi = \chi' - i\chi'' \tag{1.26}$$

Ezeket ábrázolva látható, hogy a szuszceptibilitások a statisztikus fizikából ismert rugalmas és disszipatív válasznak feleltethetők meg.



1.2. ábra. A szuszceptibilitás valós és képzetes része a mágneses tér függvényében.

A giromágneses faktorral át tudunk térni  $\omega = \gamma B$  alapján a mágneses térre, mint változóra. Hasonlóan itt is megjelenik a rezonanciafrekvenciának megfelelő  $B_0^{res}$  mágneses tér. Itt már csak az abszorpcióra jellemző viselkedést tüntetjük fel, mivel ezt fogjuk mérni.

$$\chi''(B) = \frac{\chi_0}{2} \gamma B_0^{res} T_2 \frac{1}{1 + (B_0 - B_0^{res})^2 \gamma^2 T_2^2}$$
(1.27)

A 1.27 összefüggésből belátható, az abszorpciót egy ún. Lorentz-függvény írja

le:

$$f(x) = I \cdot L(x) = I \frac{1}{\pi} \frac{w}{w^2 + (x - x_0)^2} = I \frac{1}{\pi w} \frac{1}{1 + \left(\frac{x - x_0}{w}\right)^2}$$
(1.28)

Itt f(x) egy w vonalszélességű Lorentz-függvény, míg L(x) egy normált Lorentz függvény ( $\int_{-\infty}^{\infty} L(x)dx = 1$ ). Ezt összehasonlítva a Bloch-egyenletekből adódott összefüggéssel (1.27) megkaphatjuk, hogy a görbe jellemző paraméterei milyen fizikai mennyiségekkel állnak kapcsolatban. A szuszceptibilitás a normált görbe Iparaméterében jelenik meg, azaz a Lorentz-görbe alatti területtel arányos.

$$I = \frac{\pi}{2} B_0^{res} \chi_0 \tag{1.29}$$

Az összehasonlításból látszik, hogy a félértékszélesség fordítottan arányos az xy-síkra érvényes  $T_2$  relaxációs idővel:

$$w = \frac{1}{\gamma T_2} \tag{1.30}$$

#### 1.5. Ferrit anyag

A gyűjtőnéven ferritnek nevezett anyagok több különböző anyagcsoportot foglalnak magukba. A teljesség igénye nélkül az iparban három különböző ferrit típust különböztetünk meg: spinel ferriteket, hexaferriteket és gránátanyagokat, melyeket bár valójában nem minősülnek ferritnek, hasonló tulajdonságaik és ellőállításuk miatt gyakran pongyolán szintén ferritnek nevezünk.

A spinel ferritek általában mangán és magnézium tartalmú ferrit kerámiák. Összegképletük MFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>, ahol M = Mg, Co, Ni, Zn, Fe, Mn, stb. Fizikai paramétereik finomhangolásához leggyakrabban alumínium és cink szennyezőt használnak.

A gyakorlatban leggyakrabban használt fajtájuknál M = Mn vagy Mg. Ezek kis teljesítményű mikrohullámú alkalmazásokban használhatóak, ahol nincsenek szigorú hőmérsékleti körülmények. Előnyük, hogy olcsón és könnyen gyárthatóak, fizikai paramétereik jól reprodukálhatóak, alacsony mikrohullámú veszteséggel rendelkeznek.

A nikkel spinel ferritek (NiFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) a  $26.5 - 40 \,\text{GHz-es}$  tartományban használhatóak. Nagy teljesítményű illetve nagy hőstabilitást igénylő eszközökben

is használhatóak magas Curie-hőmérsékletük, telítési mágnesezettség értékük és $\Delta$ H értékük miatt.

A lítium ferritek ( $Li_{0.5}Fe_{2.5}O_4$ ) alkalmazása 8 GHz feletti kisteljesítményű, hőstabil, kis hőmérsékletű eszközökben ideális.

A gránátok kis mágneses és dielektromos veszteségekkel rendelkeznek. Nagy számú szubsztituált formájuk létezik, így felhasználási körük is igen széles. Hátrányuk, hogy az alapanyagok sokkal drágábbak mint a ferritekél, és maximálisan 15 GHz körül használhatóak. Anyaguk alapján megkülönböztetünk alumínium szubsztituált gránátokat (alacsony veszteség, de nagy hőinstabilitás), YGd gránátokat (kiváló hőstabilitás, magasabb mikrohullámú teljesítmények) és YGdAl (hőstabil alkalmazások). Ezeken kívül számos ritkább típus elérhető alacsony mágneses veszteségre, hőstabilitásra vagy nagy teljesítmény elvilselésére optimalizálva.

Általánosságban elmondható, hogy felhasználástól függően a ferritek más és más fizikai tulajdonsága lesz kritikus. A legfontosabbak a telítési mágnesezettség  $4\pi M_s$ , a dielektromos állandó valós és képzetes része  $\epsilon = \epsilon' + i \cdot \epsilon''$ , vagy a mérnöki gyakorolatban általános kifejezéssel: tan  $\delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$ . A hőstabilitást a Curiehőmérséklettel szokás kifejezni  $T_c$ .

Mivel a ferritek felhasználásának egy jelentős részében mágneses telítést hozunk létre, egy külső mágneses térbe helyezzük őket. Ez a helyzet a ferritekből készült nagyfrekvenciás non-reciprok eszközökben (cirkulátorok, izolátorok). Ezen eszközökben jelentős korlátozást okoz az FMR jelenség, hiszen itt az anyagban jelentősen megnövekszik a nagyfrekvenciás veszteség, elrontva ezzel az eszköz tulajdonságait. Ezen hatás kikerülése miatt különösen fontos a ferrit anyagokra jellemző spektrum ismerete. Mivel a rezonancia helyét az elektron g-faktora meghatározza, a fontos mérendő paraméter a rezonancia szélessége, melyett a mérnöki gyakorlatban a mágneses térerősség dimenziójú  $\Delta H$  értékkel fejeznek ki.

#### 1.6. Mikrohullámú üregek

Nagyfrekvenciás alkalmazásokban, ahol a hullámhossz összemérhető az eszközeink méretével, nem használhatóak koncentrált paraméteres eszközök, mint az hagyományos - tekercsből, kondenzátorból és ellenállásból felépített - RLC kör. Rezonátorként ehelyett egy úgynevezett mikrohullámú üreget használunk, mely üregnek a fala valamilyen magas vezetőképességű anyag, tipikusan réz. Az üreg fizikai mérete összemérhető a benne kialakuló rezonáns mikrohullámú frekvenciához tartozó hullámhosszal. Ha a rezonanciafrekvencáján gerjesztjük, egy üregben egy állóhullám módus alakul ki, melyet a faláról visszaverődő hullámok szuperpozíciójának tekinthetünk. Egy üreg általában több különböző mikrohullámú módust képes fenntartani, melyek tulajdonságai az üreg geometriájától (méretétől és alakjától) függ. A mikrohullámú üregben kialakuló térerősségek nagyságrenddel nagyobbak lehetnek, mint a hozzávezetésben kialakulók. Ennek is köszönhető széleskörű alkalmazásuk a nagyfrekvenciás spektroszkópiában. Egy üreg és hullámvezető közti csatolás kialakításakor fontos figyelni, hogy a hullámvezetőben kialakuló haladó módus és az üregben kialakuló állóhullám módus jól illeszthető legyen egymáshoz [4]



1.3. ábra. Egy hengeres üregben és a hullámvezetőben kialakuló elektromágneses tér (szaggatott vonal: mágneses tér, folytonos vonal: elektromos tér) [4].

A stacionárius állapotban az üregben kialakuló tér nagyságát a jósági tényezővel (Q) fejezzük ki.

$$Q = 2\pi \frac{\text{a rendszreben tárolt energia}}{\text{egy periódus alatt disszipált energia}} = \frac{f_0}{\Delta f}$$
(1.31)

ahol  $f_0$  a rezonanciafrekvecnia,  $\Delta f$  a rezonanciagörbe félértékszélessége (FWHM). A jósági tényező mérésére leggyakrabban használt módszer a rezonanciagörbe felvétele, majd rá Lorentz-függvény illesztése.

Egy üreg jósági tényezőjének értéke függ az üregben tapasztalt veszteségektől: az üreg falában fellépő ohmikus veszteség, az üregben elhelyezett minták vesztesége, és a csatolásokon kisugárzott teljesítmény.

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{üres, csatolatlan üreg}}} + \frac{1}{Q_{\text{minta}}} + \frac{1}{Q_{\text{csatolás}}}$$
(1.32)

ahol Q a teljes rendszerre jellemző jósági tényező,  $Q_{\text{minta}}$  a mintában fellépő veszteségeket,  $Q_{\text{castolás}}$  a csatolás mértékét fejezi ki. A csatolás mértékétől függően megkülönböztetünk alulcsatolt ( $Q_{\text{csatolás}} > 2Q$ ), túlcsatolt ( $Q_{\text{csatolás}} > 2Q$ ) vagy kritikusan csatolt ( $Q_{\text{csatolás}} = 2Q$ ) üreget. A kritikus csatolás kiemelten fontos állapot, mert itt nem mérünk reflexiót a mikrohullámú üregről, az üregben kialakuló tér nagysága is itt a legnagyobb.

A TKI-Ferritben felépült összeállításban egy TE103-as módusú rektanguláris transzmissziós üreget használunk. A transzmissziós üreg azt jelenti, hogy két oldalról csatolható hozzá hullámvezető, így rajta kerüsztül transzmisszió mérhető. A rektanguláris üregek módusának leírásában a három szám a 3 irányban megszámlálható állóhullám félhullámhosszak száma [5]. A mérésünkben a mintát az üreg közepébe helyezzük, ezen a ponton van a mágneses tér maximuma, az elektromos tér 0. Így az üreg paraméterei érzékenyek lesznek a minta mágneses tulajdonságaira ( $\mu'$ , mu''), de érzéketlenek lesznek a minta elektromos tulajdonságaira ( $\epsilon'$ ,  $\epsilon''$ ).



1.4. ábra. Egy TE102-es módusú rektanguláris üregben kialakult elektromágneses tér és a falában folyó áramsűrűség. [4].

#### 1.7. FMR mérés összeállítása

A ferromágneses rezonancia mérésére két különböző eszközt használtam. Az első ezek közül egy Bruker ESR berendezés volt. Ez egy nagy pontosságú eszköz, mely az FMR jelnél jelentősen kisebb ESR jelek megmérésére és kis elnyelésű mintákra van optimalizálva. A mintát egy mikrohullámú üregbe helyezzük, majd az üreget bemenetén kritikus csatolást valósítunk meg. Ebben az esetben az üregről nem mérünk mikrohullámú reflexiót. Ha a minta az FMR jelenségnek köszönhetően kis mennyiségű mikrohullámot elnyel, az üreg enyhén alulcsatolttá válik, és reflexiót mérünk rajta. Ennek a reflexiónak a nagysága a mért FMR jelünk. A mikrohullámú forrás frekvenciájának üregrezonancián való tartásáért egy aktív visszacsatolt rendszer, az AFC (automatic frequency control) felelős. Ennek lényege, hogy a mikrohullámú frekvenciáját kismértékben moduláljuk, és egy lock-in erősítővel mérjük a reflektált jel nagyságát. A rendszer egy visszacsatoló feszültséget generál, mellyel arányosan eltoljuk a forrás frekvenciáját. A rendszer biztosítja, hogy a forrás frekvenciája mindig az üreg pillanatnyi rezonanciafrekveciája legyen.



1.5. ábra. Az ESR spektrométer blokkvázlata

A Bruker ESR spektrométer ugyan használható ferrit minták mágneses rezonancia vizsgálatára, ám sokkal kisebb jelek mérésése tervezték, ezért a mérések elvégézéséhez szükség van a hagyományostól eltérő geometria használata. Ha a mérés során használt üreg közepére helyezzük az 1 mm átmérőjű ferrit gömb mintánkat, két problémát tapasztalhatunk. Bizonyos minták mikrohullámú elnyelése az FMR jelenség nélkül is túl nagy, így az üreget nem tudja a spektrométer beállítását vezérlő automatika kritikusan csatolni, az AFC rendszer hibásan működik. A másik probléma, hogy a ferrit mintákban mérhető FMR jel nagyságrendekkel nagyobb, mint a tipikus ESR jel, melyre a spektrométert méretezték. Ennek hatására a mérések alatt a bemeneti erősítő telítődik. E két jelenség miatt az elnyelések közelében a rendszer összeomlik. Ezen problémák kikerülésére azt a megoldást alkalmaztam, hogy a mintákat nem az üreg közepére helyeztem, hanem az üregbe vágott nyíláshoz közel. Így igaz marad, hogy a minta, illetve a mintában fellépő FMR csak perturbálja az üregben kialakult módust, a spektrométer használható jó minőségű spektrumok felvételére.

A TKI-Ferrit telephelyén megépült spektrométer a Brukernél jelentősen egyszerűbb és kisebb költséggel megvalósítható, hiszen ott épp ezen szempontok alapján összeállított mérés volt a cél. A mintát egy kisebb jósági tényezőjű rektanguláris üregbe helyezzük egy mágneses tér maximumba. A mágneses tér léptetése mellett minden egyes mágneses tér értéknél frekvenciasweepeket végzünk, és mérjük a rezonancia görbét. A megfelelő mágneses tér/mikrohullámú frekvencia arány elérésekor az FMR jelenségnek köszönhetően a minta mikrohullámú teljesítményt nyel el, ennek köszönhetően az üreg paraméterei (rezonanciafrekvencia, jósági tényező, transzmisszió nagysága, stb.) megváltoznak. Ezen paraméterek mágneses tér függéséből kapjuk a mintára jellemző FMR spektrumot. A mágneses tér beállítását egy számítógépről vezérelhető feszültségforrás végzi, mely nagyáramú forrást hajt meg, melynek kimenetét egy tekercsre kötve maximum körülbelül 0.4 T mágneses teret tudunk létrehozni a minta közelében. Az üreg transzmisszó mérésére egy negatív polaritású diódát használunk, mely a rácső teljesítménnyel arányos DC feszültség jelet ad. Az oszcilloszkóp által mért rezonanciagörbét a mérésvezérlő PC-be transzferáljuk feldolgozásra.



1.6. ábra. A TKI-Ferrit telephelyén felépült mérési összeállítás blokkvázlata.



1.7. ábra. A TKI-Ferrit telephelyén felépült mérési összeállításról készült fotó.

A mérnöki gyakorlatban a TKI-Ferritnél is felépült transzmissziós összeállításhoz hasonló megvalósítás igen gyakori, bár a transzmisszió mérésére átalában vektorhálózat analizátort használnak. Ez egy könnyen összeállítható mérőrendszert eredményez, ám nincs a konkrét feladatra optimalizálva és igen drága.

### 2. fejezet

### Mérési eredmények

A TKI-Ferrittel való együttműködés során számos mintán végeztem mérést a Bruker spektrométerrel, mind a TKI-Ferrit által gyártott spinel ferrit anyagok voltak, melyek gyártási folyamataikban különböztek, pl. más kályhában égették őket. A transzmissziós összeállítás validálására mind a Bruker, mind a transzmissziós spektrométerrel megmértem közülük négyet, összehasonlításukat a 3.1 táblázatba foglaltam. Az összefüggések tárgyalásánál az 1*b* jelölésű mintát vizsgáltam.

A transzmissziós összeállítás kimete minden mágneses tér ponthoz egy rezonanciagörbe. Felmerül a kérdés, hogy a rezonanciagörbe mely paraméterét használjuk fel a kérdéses delta-H paraméter számítására, illetve milyen összefüggés alapján származtatjuk a rezonancia paraméterből az anyagra jellemző fizikai tulajdonságot. A rezonanciagörbére a mérésvezérlő program segítségével Lorentz-függvényt illesztettem. Az illesztés által kapott paraméterek közül a következők merültek fel:

- rezonancia<br/>frekvencia:  $f_0$
- a rezonanciagörbe félértékszélessége:  $\Delta f$
- jósági tényező: Q
- $\bullet$ az üregen keresztül rezonancia<br/>frekvencián transzmittált energia: T

Ha ezeket a paramétereket a mágneses tér függvényében ábrázoljuk, láthatjuk, hogy bár a rezonancia helye megegyezik, jel/zaj viszonyuk és a rajtuk kereszül mért rezonancia szélessége különbözik. Ennek oka, hogy az illesztési paraméterek különbözően származtathatóak az anyag jellemzőiből. A megfelelő paraméter megválasztása nagymértékben meghatározza a rendszer minőségét, ezért az én feladatom az ezen paraméterek közti összefüggések meghatározása, és az ideális paraméter kiválasztása volt.



2.1. ábra. Az összehasonlításra szánt ferrit minta spektruma a Bruker spektrométerrel megmérve. Az alacsonyabb frekvencián látható kisebb rezonancia magyarázata az úgynevezett spinhullám effektus.



2.2.ábra. A transzimissziós össze<br/>állítássa elvégzett mérés eredményei az összehasonlítás<br/>ra szánt mintán.

### 3. fejezet

### Számítások, levezetés

A Bloch-egyenletekből adódik, hogy az FMR jelenség alatt az anyagra jellemző dinamikus spin-szuszceptibilitás értékek mágneses tér függőek. Ezekből mágneses permeabilitás értékek számíthatók.

$$\mu_r'(B) = \chi'(B) + 1 \tag{3.1}$$

$$\mu_r''(B) = \chi''(B) \tag{3.2}$$

Ha a mágneses tulajdonságokkal rendelkező mintát mikrohullámú üregbe helyezzük, az rezonanciafrekvenciája és jósági tényezője megváltozik [6].

$$\frac{f_1 - f_2}{f_2} = A \frac{V_s}{V_c} \left(\mu'_r - 1\right) \tag{3.3}$$

$$\frac{1}{Q_2} - \frac{1}{Q_1} = A \frac{V_s}{V_c} \mu_r'' \tag{3.4}$$

ahol 1-es és 2-es index a minta nélküli és mintával terhelt üreg paramétereit jelölik. f a rezonanciafrekvencia, Q a jósági tényező,  $V_s$  a minta mérete,  $V_c$  az üreg mérete, A az üregben kialakult módustól és a minta elhelyezkédésétől függő geometriai paraméter.

A mérések során a célunk az anyag permeabilitásának, azon belül is leginkább a  $\mu_r''$  paraméter mágneses tér függésének meghatározása. A permeabilitás abszolút értékét nem fogjuk megkapni a méréseinkből. Az abszolútérték számításához szükséges lenne referenciamérésekkel vagy végeselem szimulációval a geometriai paraméterek pontos meghatározása. A geometria meghatározásakor egy fontos szempont, hogy a mintánkat az üregben kialakult módus egy olyan pontjában helyezzük el, ahol a mágneses indukció értéke magas. Ez a geometriai paraméter magas értékéhez vezet, ami növeli a rendszerünk érzékenységét. A következőkben le fogom vezetni az egyes illesztési paraméterek és a permeabilitás közti kapcsolatot.

### 3.1. Rezonanciafrekvencia

A 3.3. összefüggés alapján számítottam a rezonancia<br/>frekvencia és $\mu_r'$ kapcsolatát.

$$f_2 = \frac{f_1}{\frac{AV_s}{V_c} \left(\mu'_r - 1\right) + 1} \tag{3.5}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{\frac{AV_s}{V_c}\mu'_r - \frac{AV_s}{V_c} + 1}{f_1}$$
(3.6)

Mivel a rezonanciafrekvencia reciproka és a  $\mu'_r$  paraméter között lineáris a kapcsolat, a két mágneses tér függvény alakja megegyezik.



3.1. ábra. A rezonanciafrekvencia reciproka a mágneses tér függvényében. A várt fizikai paraméter és mért érték között a kapcsolat nem egyértelmű. Ennek a részletes okát nem vizsgáltam, de egy potenciális ok lehet, hogy egy terhelt üregben a rezonanciafrekvencia kismértékben függ a terhelés mértékétől. Ez a  $\mu'_r$  kis hatását torzíthatja.

### 3.2. Jósági tényező

A 3.4. összefüggés alapján számítottam a rezonancia<br/>frekvencia és $\mu_r''$ kapcsolatát.

$$Q_2 = \frac{1}{\frac{1}{Q_1} + \frac{AV_s}{V_c}\mu_r''} \tag{3.7}$$

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{1}{Q_1} + \frac{AV_s}{V_c} \mu_r'' \tag{3.8}$$

Mivel a jósági tényező reciproka és a  $\mu_r''$  paraméter között lineáris a kapcsolat, a két mágneses tér függvény alakja megegyezik. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a jósági tényező meghatározása lehetővé teszi, hogy a permeabilitás képzetes részének mágneses tér függését számoljuk, és ezzel a delta-H paramétert megadjuk.



3.2. ábra. A jósági tényező reciproka a mágneses tér függvényében. Az illesztett Lorentz-függvény alakja megegyezik a  $\mu_r''(B)$  függvény alakjával.

### 3.3. Félértékszélesség

A 3.4. összefüggés alapján számítottam a félértékszélesség (<br/>  $\Delta f)$ és  $\mu_r''$  kapcsolatát.

$$\Delta f_2 = \frac{f_2}{Q_2} = \frac{f_1}{Q_1} + f_1 \frac{AV_s}{V_c} \mu_r'' \tag{3.9}$$

$$\Delta f_2 = \Delta f_1 + f_1 \frac{AV_s}{V_c} \mu_r'' \tag{3.10}$$

Mivel a félértékszélesség és a  $\mu_r''$  paraméter között lineáris a kapcsolat, a két mágneses tér függvény alakja megegyezik. Ez a mennyirség szoros összefüggésben áll a jósági tényezővel, ám az illesztés során közvetlenül a félértékszélességet kapjuk meg, a jósági tényező számításához szükséges még a rezonanciafrekvencia ismerete, ami a 3.1. ábrán is láthatóan egy bizonytalan érték. Emiatt a félérékszélesség kismértékben alkalmasabb paraméter mint a jósági tényező.



3.3. ábra. A félértékszélesség a mágneses tér függvényében. Az illesztett Lorentzfüggvény alakja megegyezik a  $\mu_r''(B)$  függvény alakjával.

#### 3.4. Transzmittált energia

A rezonanciafrekvencián transzmittált energia  $\mu_r''$  függésének megértése több szempontból is kritikus. Mivel az iparban általában a VNA segítségével összerakott mérés ezt a paramétert méri, fontos összehasonlítási alap mások méréseivel.

A transzmissziós összeállításban a transzmittált energia előnyös paraméter lehet. Az oszcilloszkópon mért feszültség arányos a detektordiódára eső mikrohullámú teljesítménnyel. Ha az oszcilloszkópból minden mágneses tér beállítás mellett beolvassuk a mért feszütség minimumát illetve maximumát (a dióda polaritásától függően), megkapjuk a rezonanciafrekvencián transzmittált energiát. Ez azt jelenti, hogy nincs szükség a teljes üreg rezonancia mérőgépbe való elküldésére és minden mágneses tér ponthoz tartozó függvény illesztésére. A mérés így jelentősen rövidebb időt vesz igénybe. A technika hátránya, hogy mivel minden ponton egy feszültségértéket veszünk csak figyelembe, az oszcilloszkóp digitzaja egy jelentős tényező lehet. Ez megfelelően megválasztott átlagolással csökkenthető.

Alulcsatolt üreg esetén definiálhatjuk a reflexiós paramétert [7] [4]:

$$\beta = \frac{Q}{Q_c} \tag{3.11}$$

ahol  $\beta$  az állóhullám aránnyal (VSWR) megegyező, Q az üreg jósági tényezője,  $Q_c$  a csatolásra jellemző jósági tényező.

Transzmissziós üreg esetén a transzmisszió nagyságát a kövezkező összefüggés adja meg [8]:

$$T = \frac{4\beta_1\beta_2}{\left(1 + \beta_1 + \beta_2\right)^2}$$
(3.12)

ahol $\beta_1$  és  $\beta_2$  az üreg két oldaláról mérhető állóhullám arány.

A mérés során használt üreg szimmetrikus, ezért élhetünk a  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$  egyszerűsítéssel. A  $Q_c$ -el jelölt, csatolásra jellemző jósági tényezőt a két csatolásra külön-külön jellemző, a két csatolásra egymással megegyező értékű. Az üreget alulcsatolt állapotban használjuk.

$$\sqrt{T_2} = \frac{2\beta}{1+2\beta} = \frac{2\frac{Q_2}{Q_c}}{1+2\frac{Q_2}{Q_c}} = \frac{2\frac{Q_2}{Q_c}}{\frac{Q_c+2Q_2}{Q_c}} = \frac{2Q_2}{Q_c+2Q_2}$$
(3.13)

A 3.7. összefüggés alapján:

$$\frac{2}{\sqrt{T_2}} = 2 + \frac{Q_c}{Q_2} = 2 + \frac{Q_c}{Q_1} + Q_c \frac{AV_s}{V_c} \mu_r''$$
(3.14)

Vagyis a transzmittált energia reciprokának a gyöke lineáris kapcsolatban áll a mágneses permeabilitás képzetes részével, tehát felhasználható a permeabilitás spektrum alakjának meghatározására.



3.4. ábra. A transzmittált energia reciprokának gyöke a mágneses tér függvényében. Az illesztési paraméterek jól illeszkednek a más módokon meghatározottakhoz.

#### 3.5. Több minta összevetése

A technika validálására több mintán készítettem mérést a Bruker spektrométerrel, és a transzmissziós összeállítás különböző illesztési paramétereivel. A minták 1 mm átmérőjű spinel ferrit gömbök, melyek TKI Ferrit Fejlesztő és Gyártó Kft. gyárt keverés, préselés és sütés folyamatfázisokon át. A minták kódjánál az azonos szám egy adott elkészült ferrit tömbböl vágott mintákat jelöli. Az azonos tömbből vágott és gömbbé csiszolt minták közti jelentős különbség rámutatott, hogy a gyártás során felhasznált egyik kályhában igen nagy hőmérsékletgradiensek alakultak ki, melyek rossz minőségű végtermékeket eredményeztek. A korábbi fejezetkben tárgyalt összefüggéseknél az 1*b* jelölésű minta adatait ábrázoltam.

	$H_0(Oe)$				$\Delta H(\text{Oe})$			
minta	$\Delta f$	Q	Transzmittált	Bruker	$\Delta f$	Q	Transzmittált	Bruker
kódja			energia				energia	
1a	3553	3553	3546	3512	203	203	214	216
1b	3555	3555	3553	3526	171	172	189	224
2b	3517	3517	3508	3487	285	285	278	303
3a	3541	3541	3523	3516	163	163	182	181

3.1. táblázat. Több mintán végzett mérés összevetése.

A méréseim alapján látszik, hogy a különböző illesztési paramétereken keresztül mért értékek között van eltérés, ám ennek mértéke elfogadható mértékű (maximum 10%). A Bruker spektrométerrel mért értékek jelentősebben is eltérhetnek a transzmissziós összeállításétól (maximum 20%). Ennek oka a Bruker spektrométer túlzott terhelése. A  $\Delta H$  értékek ilyen eltérése a mérnöki gyakorlatban elfogadható, az eszköztervezés során nem okoz problémát.

### 4. fejezet

## Konklúzió és összefoglalás

Dolgozatomban a jól kidolgozott ESR módszer eredményeit hasonlítottam össze egy ipari környezetben, ipari igények mentén megvalósított ferromágneses rezonancia mérő berendezés eredményeivel.

Az elméleti számítások megmutatták, hogy mind a félértékszélesség, jósági tényező és a rezonancián transzmittált energia (dióda feszültség) alkalmas a permeabilitás képzetes részének spektrumának és ezen keresztül a delta-H paraméternek meghatározására. A mérések igazolták, hogy a különböző illesztési paraméterek ugyanahhoz a delta-H paraméterhez vezetnek.

A mérőrendszer megváltoztatása a transzmittált teljesítmény mérésére jelentősen növelte az adott idő alatt megmérhető minták számát.

Igény esetén a mérőrendszer tovább fejleszthető. Az üreg paramétereinek nagy pontosságú mérésére több módszert is ismerünk ([7], [9]), ezek alkalmazása növelhetné a mérés pontosságát, illetve potenciálisan csökenthetné a mérési időt.

### Irodalomjegyzék

- J. H. E. Griffiths. Anomalous high-frequency resistance of ferromagnetic metals. Nature, 158:670.
- [2] C. P. Slichter. *Principles of Magnetic Resonance*. Spinger-Verlag, New York, 3rd ed. 1996 edition, 1989.
- [3] Charles Kittel. Introduction to Solid State Physics, 7th edition. John Wiley & Sons, Inc.
- [4] C. P. Poole. *Electron Spin Resonance*. John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [5] D. M. Pozar. Microwave Engineering. John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- [6] L.F. Chen, C.K. Ong, C.P. Neo, V.V. Varadan, and V.K. Varadan. Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization. John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- [7] B. Gyüre, B. Márkus, B. Bernath, F. Murányi, and F. Simon. A time domain based method for the accurate measurement of Q-factor and resonance frequency of microwave resonators. Review of Scientific Instruments, 86, 05 2015.
- [8] Sági Olivér. Időfelbontott mikrohullámú méréstechnika fejlesztése ultragyors modulációs technikával. BME TTK, BSc szakdolgozat, 2017.
- [9] B. Nebendahl, D.-N. Peligrad, M. Požek, A. Dulčić, and M. Mehring. An ac method for the precise measurement of Q-factor and resonance frequency of a microwave cavity. Review of Scientific Instruments, 72(3):1876–1881, 2001.