A FOLYAMATOK MEGFORDÍTHATATLANSÁGA ÉS A LOSCHMIDT-PARADOXON

Zhang Yu Jie – Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium
Simon Ferenc – Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Természettudományi Kar

Két különböző hőmérsékletű testet összeérintve a melegebb lehűl, a hidegebb felmelegszik, a vízbe ejtett tintacsepp szétoszlik, az üres tartályba spriccelt gázrészecskék szétterjednek, az idő csak előre haladhat. Ezen hétköznapi megfigyeléseink az emberi agy számára annyira nyilvánvalóak, hogy ha egy kisgyermeknek olyan videót mutatunk, amelyben egy halványkék vízből egy csepp tinta válik ki, rögtön tudja: ez átverés, és a videót visszafelé játszották le. Mindezen jelenségek a hőtan második főtételében, mint a természetet leíró alapvető törvényszerűségben vannak kimondva. Sajnálatos módon a második főtétel egyre inkább kiszorul a fizika oktatásából, ezért cikkünkben ezt a kérdést járjuk körbe egy olyan konkrét példa bemutatásával, amely látszólag sérti a második főtételt, és mégis segít megérteni annak lényegét.

A hőtan második főtétele

A hőtan második főtétele a fizika oktatásában az első főtételt, azaz az energiamegmaradás tételét követi (*Clausius* és *Lord Kelvin,* 1850), bár történetileg a második főtételt hamarabb mondták ki (*Carnot,* 1824). Előbbi azt írja le, hogy egy test belső energiáját hőközléssel és munkavégzéssel tudjuk megváltoztatni; utóbbi már csak azért is bonyolultabb, mert több ekvivalens megfogalmazása létezik, eszerint:

– Nem lehet egy testtel úgy hőt közölni, hogy azt leadott hő nélkül, teljes egészében munkává alakítsa.

– Spontán folyamatban hő nem áramolhat hidegebbről melegebb testre.

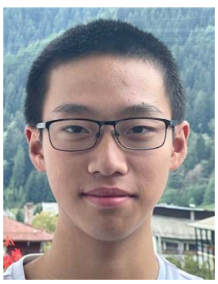
– Nem létezik olyan folyamat, ami csak abból áll, hogy egy test energiája csökken, és ez az energiacsökkenés teljes egészében munkává alakul.

– Hőerőgépként működő folyamat hatásfoka mindig kisebb, mint 100%.

A fenti megfogalmazások elsősorban a munkavégzésre és hőközlésre utalnak. Nem nyilvánvaló, hogy miért állnak ezek szoros kapcsolatban a folyamatok irányával vagy azok megfordíthatatlanságával, azaz irreverzibilitásával. Az első és második főtétel viszonyára úgyis gondolhatunk, hogy az első főtétel adja meg, *mely folyamatok mehetnek végbe,* a második pedig, hogy ezek közül *ténylegesen melyik megy végbe.* Ebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az idő iránya jól definiált, és a második főtétel összefüggésben van az idő irányának haladásával, összhangban azzal, amit a visszafelé lejátszott videó kapcsán megemlítettünk.

Gázokra a hőtan második főtételét – mikroszkopikus megfontolásokat használva – *Ludwig E. Boltzmann* bizonyította be. Megmutatta, hogy igen sok ($6\cdot10^{23}$ nagyságrendű) gázrészecske esetére például egyetlen nagyenergiájú részecskében bevitt többlet mozgási energia (azaz többlet hő) a többi részecske között szétszóródik, eloszlik. Boltzmann azt is megmutatta, hogy ennek az állapotnak van a legnagyobb statisztikai valószínűsége. Másfelől a hőtani folyamatok megfigyelésekor azt a megállapítást tehetjük, hogy egy rendszert magára hagyva egy idő után beáll az egyensúlyi állapot. Tehát az egyensúly elérése a legnagyobb valószínűséggel megvalósuló állapot létrejöttét jelenti. Kiderül, hogy véges (de *nagyon* kicsi) valószínűséggel az egyensúlytól is el lehet térni: a függelékben részletezett számítással belátható az, hogy egy porszem (tömege körülbelül 1 mikrogramm) a környezetéhez képest 1 millikelvinnel történő lehűlésének valószínűsége $1:10^{300\,000}$-hez. *Steven Weinberg* szemléltetése szerint ez annak a valószínűsége, mintha annyi csimpánzt vennénk, ahány részecske van a Világegyetemben, leültetnénk őket egyegy írógép elé, a billentyűzet gombjait másodpercenként, véletlenszerűen nyomogatnák az Univerzum teljes élettartama alatt, és egyiküknél Shakespeare egyik drámája íródna le.

A cikk szerzői köszönetet mondanak a *Czigány Tibor* rektor által kezdeményezett BME Középiskolás TDK programnak. A cikk elkészültét a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Hivatal támogatta a K137852, TKP2021-EGA-02, TKP2021-NVA-02 és a V4-Japán programok által, valamint az Innovációs és Technológiai Minisztérium a Kvantuminformatikai Nemzeti Laboratórium projekt keretében.



Zhang Yu Jie a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, általános tantervű tagozaton. Fizikatanárai *Schramek Anikó* és *Pintér Géza*. A BME „Középiskolás Tudományos Diákköri Konferencia” program keretében végez az egyetem Természettudományi Karán kutatómunkát. A magyar junior gyorskorcsolya-válogatott tagja.

Simon Ferenc fizikus, egyetemi tanár, a BME TTK dékánhelyettese. Érdeklődési területei: szilárdtest-spektroszkópia, spintronika, a fizika népszerűsítése. Legfontosabb eredményei: az itineráns elektronok mágneses rezonancia-jelének felfedezése új fémekben (MgB_2, bórral dópolt gyémánt, alkálival dópolt grafén), a spinrelaxáció egyesített elméletének kidolgozása, spinnel nyomjelzett szén nanocsövek előállítása és triplett optikai állapotok felfedezése nanocsövekben. ERC és Lendület-pályázat vezetője.

Bár Boltzmann mikroszkopikus elmélete a mai ismereteink szerint helyes, mégis a 19. század egyik legizgalmasabb tudományos vitáját váltotta ki. *Josef Loschmidt* felvetette, hogy a folyamatok irreverzibilitásának Boltzmann szerinti leírása nem ellentmondásmentes, mivel a mikroszkopikus folyamatokban az idő iránya nem kitüntetett. Erre a legismertebb példa a rugalmas ütközés. Tekintsünk két azonos tömegű részecskét, amelyek egy dimenzióban egymás felé mozognak u_1 és u_2 sebességgel, majd az ütközést követően v_1 és v_2 sebességgel haladnak tovább. Az energia és lendület (impulzus) megmaradását felírva kiderül, hogy a két részecske sebessége az ütközést követően felcserélődik, azaz $v_1 = u_2$ és $v_2 = u_1$. Eszerint, ha a két rugalmasan ütköző részecske mozgását videón rögzítenénk, nem tudnánk különbséget tenni a között, hogy a videót időben előre, vagy pedig visszafelé játsszuk-e. Ezt a jelenséget például egy *Newton-bölcső* videófelvétele esetében is tapasztalhatjuk, amikor a két különböző irányban levetített videó között (látszólag) nem tudunk különbséget tenni.

Természetesen tudjuk, hogy a tökéletesen rugalmas ütközés két makroszkopikus tárgy között csak absztrakció, és a valóságban nem létezik, ezért az ütközés során mindig lesz egy kis mechanikai energiaveszteség, ami a testeket felmelegíti; így az ütközést infravörös kamerával figyelve már különbséget tudunk tenni az időben helyes és a visszafelé irányban lejátszott videók között. Hasonlóan, a mechanikai energiaveszteség miatt – ugyan elég hosszú idő alatt – a Newton-bölcső megáll, ezért a videó iránya is egyértelműen kiderül.

Josef Loschmidt felvetése *Loschmidt-paradoxon* néven vonult be a köztudatba, azaz: bár a mikroszkopikus folyamatok időben szimmetrikusak, egy részecskesokaságban a folyamatok iránya mégis egyértelmű, tehát a folyamatok mindig irreverzibilisek, időben megfordítva nem játszódnak le.

A Boltzmann-féle gondolatmenet és a hőtan második főtétele nagy szerepet kapott a 20. században az információtudományban is, ugyanis 1948-ban *Claude Shannon* megmutatta, hogy a folyamatok irreverzibilitásának köze van az információvesztéshez, azaz amikor egy részecskesokaságban az energia szétszóródik, akkor a kezdőállapotot jellemző információ is szétszóródik, elvész.

A Loschmidt-paradoxon azt a kérdést is felvetette, habár a folyamatokat egzaktul nem lehet visszafordítani, lehet-e az úgynevezett *Loschmidt-echót* létrehozni? A továbbiakban az echó szót fogjuk használni, mert a szó szerinti magyar fordítása – visszhang – nem megfelelően tükrözi a jelenséget. A Loschmidt-echó lényege, hogy olyan fizikai rendszert keressünk, amelyben valamilyen fizikai folyamat révén legalább részlegesen visszahozható az eredeti állapot. A Loschmidt-echó létezését olyan rendszerekben várjuk, ahol a reverzibilis (azaz visszafordítható) információvesztés zajlik, illetve ez dominálja a jelenséget. Ezzel együtt, ilyenkor az információ csak részlegesen, lassan vész el, emiatt a reverzibilis folyamatot valamilyen trükk révén visszafordíthatjuk, azaz a rendszer a kiinduló állapotába majdnem tökéletesen áll vissza. Ez a jelenség első ránézésre sérti a hőtan második főtételét, azonban láthatjuk, hogy az még ilyenkor is érvényes, és a kezdeti állapot közel jó visszaállítása csupán a rendszerre jellemző reverzibilis hatások következménye.

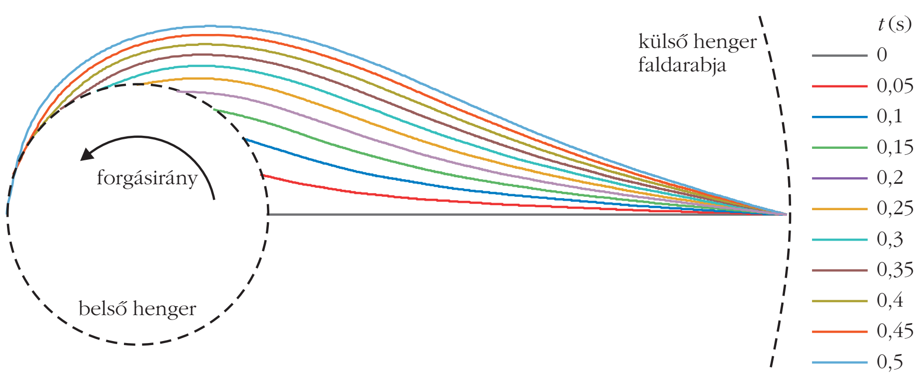
A Loschmidt-echó megvalósítására néhány fizikai rendszert ismerünk: az úgynevezett *tautochrone* görbén egymással szemben haladó golyókat, a már említett Newton-bölcsőt, és a magmágneses rezonanciás *spinechót*. A magmágneses rezonanciás spinechót *Erwin Hahn* fedezte fel 1950-ben [1], amelynek továbbfejlesztett változata a *Mezei Ferenc* nevéhez fűződő neutronspinechó [2]. E cikkben egy másik lehetséges megvalósítást mutatunk be, a lamináris áramlásban létrehozott Loschmidt-echót, de ebbe a témakörbe illeszkednek még az úgynevezett kémiai hullámok is.

A kísérlet megvalósítása

A Loschmidt-echó lamináris áramlással történő megvalósításához az interneten találunk forrást, mi ezt a kísérletet ismételtük meg [3], megvizsgálva a létrehozás buktatóit. A lamináris áramlással megvalósítható Loschmidt-echó kísérlethez több laboratóriumi eszközt használtunk. Egy 500 ml-es főzőpoharat kétoldalú ragasztóval rögzítettünk egy lapon. Szintén e lapra van rögzítve két függőleges rúd a főzőpohár mellett, amelyek a főzőpohárba merülő 3 cm átmérőjű – egy tekerőkar segítségével forgatható – plexihengert tartanak. A tekerőkar végén egy forgó korong is található, ez teszi lehetővé a tekerőkar folyamatos forgatását.

Továbbá szükség van még glicerinre és ételszínezékre. A nagy viszkozitású glicerinnel jól végrehajtható a kísérlet, bár próbálkoztunk a kisebb viszkozitású mézzel is. A még nagyobb viszkozitású kukoricake-

1. ábra. A két koncentrikus henger (R_1 = 1, R_2 = 5 egységnyi sugárral) között kialakuló Taylor–Couette-áramlás azonos fázisú pontjainak szemléltetése ω = 2 s^{-1} körfrekvencia esetében, különböző időpontokban. A szaggatott kör a körbeforgó belső, míg a körív az álló külső hengert szemlélteti.



ményítővel már nem sikerült elvégezni a kísérletet. Az ételfestéket a glicerinnel elkevertük, hiszen a sűrűségkülönbség miatt a festék egyből felszínre úszott volna. A kísérlethez a glicerint és a festékes glicerint is −18 °C-ra hűtöttük, viszkozitása tovább nőtt, így a festékcsepp lassabban kenődött szét a diffúzió által. Különböző színű ételfestékeket (kék, piros, zöld) használtunk, hogy azok minél látványosabbak és könnyebben megkülönböztethetők legyenek. A glicerint – nagy viszkozitása miatt – hagyományos pipettával nem tudtuk felszívni, ezért gumifejes pipettát használtunk. Továbbá szükségünk volt két ventillátora is, hogy a főzőpohár oldalán lecsapódó vízpárát azonnal felszárítsák.

A kísérlet indításaként a hideg glicerint a két henger közé öntjük, majd a különböző színű cseppeket belehelyezzük. Ezután a belső plexihengert adott sebességgel forgatjuk, ekkor a festék szétkenődik. Ezt követően ugyanazzal a sebességgel, de ellentétes irányba forgatjuk a kart, miután a tekerő visszatért az eredeti pozíciójába, a szétkenődött festékcseppek újra összetömörődnek, megvalósítva a Loschmidt-echót. A legjobb eredményt egy, illetve két teljes körülforgatással értük el, míg három vagy annál több forgatás esetén a festékcseppek már annyira szétkenődnek, hogy jóval kevésbé tudják visszanyerni eredeti állapotukat.

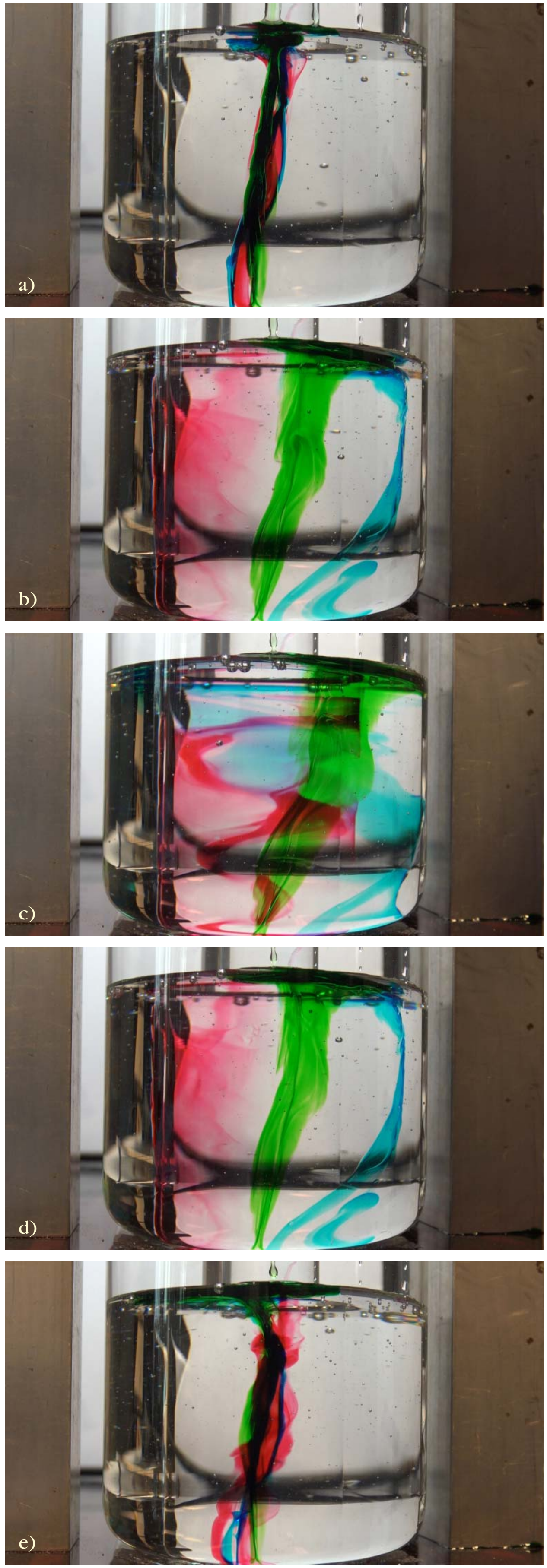
A két henger között létrejövő lamináris áramlást Taylor–Couette-áramlásnak nevezik. A Wikipédián [4] található képlet szerint a középponttól r távolságra lévő rétegek kerületi sebessége

$$v = A\,r + \frac{B}{r},$$

ahol a konstansok

$$A = \frac{-\omega\,\eta^2}{1-\eta^2} \quad \text{és} \quad B = \frac{\omega\,R_1^2}{1-\eta^2},$$

itt ω a belső henger szögsebessége, $\eta = R_1/R_2$, R_1 és R_2 pedig rendre a belső és a külső henger sugara. Az $r = R_1$, illetve $r = R_2$ szélsőértékeket írva a képletbe, viszszakapjuk a várt ωR_1 és 0 sebességeket. Grafikonon megjelenítve (*1. ábra*) jól látszik, hogy a kisebb hengertől egyre távolodva a részecskék miként fordulnak el az idő függvényében, illetve az is, hogy a legbelső réteg fordul el a legtöbbet (azaz együtt a belső hengerrel), míg legkülső réteg helyben marad (együtt az álló, külső hengerrel). Továbbá az is kiderült, hogy bár ez a sebességprofil sugárirányban nemlineárisan változik, mégis minden esetben a szögsebességgel arányos, ezért lényegtelen, hogy milyen szögsebességgel forgatjuk oda és vissza a hengert. A stacionárius Taylor–Couette-áramlás csak egy rövid tranziens



2. ábra. A kísérletben három különböző színű csíkot helyeztünk egymás mögé – a zöld van legkívül, középen a kék, míg a forgó hengerhez legközelebb található a piros csík –, majd az óramutatóval ellentétes irányban a belső hengert kétszer körbeforgattuk, ezután következett a visszaforgatás. A különböző fázisok: a) a kísérlet eleje, b) egy körülforgatás utáni állapot, c) két körülforgatás utáni állapot, d) egy visszaforgatás utáni állapot, majd e) a végső állapot.

időt követően alakul ki (ezt bővebben nem vizsgáltuk, de a tranziens ideje a viszkozitás növelésével csökkenni látszott), így – tapasztalatunk szerint is – a folyamat nem tökéletesen szimmetrikus az időben.

A kísérletekről készült videók közül négy a https://drive.google.com/drive/folders/1NX4j4XTcYTArUcngkOtPS9bAesGHU--L?usp=sharing webhelyen tekinthető meg. A *2.* és a *3. ábrán* egy-egy kísérlet jellegzetes időpontjaiban – kezdeti pozíció, teljes elforgatás fele, teljes elforgatás, visszaforgatás fele, újból a kezdeti pozíció – felvett fényképek láthatók.

A videók helye

Az eredmények értelmezése

A megfigyelt jelenség azért közel reverzibilis, mert a szétkenődés nem természetes módon (azaz véletlenszerűen) bekövetkező folyamat, hanem jól meghatározott külső hatás (a forgatás) miatt keletkezik. Ezért a folyamat közben alig történik információvesztés; lamináris áramlásban minden egyes réteg „tudja”, hogy mekkora sebességgel rendelkezett, így a rétegek közötti szétcsúszás visszaállítható. Azonban diffúzió, ami a festékcseppek lassú szétkenődését okozza, még a nagy viszkozitású folyadékban is előfordul. E diffúzió az a folyamat, amely egyértelműen a második főtétel hatását írja le. A Loschmidt-echó jelensége pedig jól szemlélteti, hogy ugyan készíthetünk olyan rendszert, amely látszólag ellentmond a hőtan második főtételének, valójában annak érvényességét és hatását mutatja be rendkívül érdekesen.

Függelék

Számítsuk ki annak valószínűségét, hogy az m = 1 μg tömegű porszem hőmérséklete a szobahőmérséklethez képest ΔT = 1 mK-nel spontán módon lehűl. Az entrópia statisztikus értelmezése szerint ennek valószínűsége véges. A folyamatban a porszem által leadott hő

$$Q = c\, m \Delta T = 1\ \mathrm{nJ}, \quad \text{ha} \quad c = 1\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}.$$

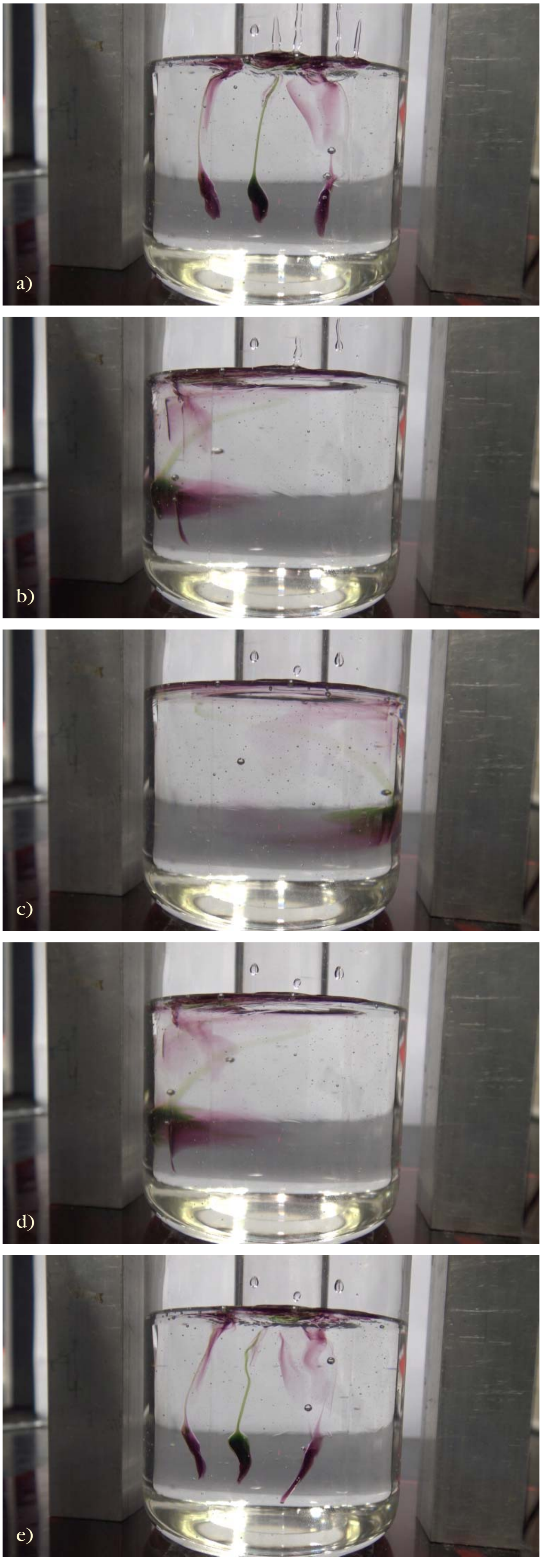
A folyamathoz tartozó entrópiaváltozás nagysága

$$\Delta S = -\frac{Q}{299{,}999\ \mathrm{K}} + \frac{Q}{300\ \mathrm{K}} = -1 \cdot 10^{-17}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}.$$

A Boltzmann-féle entrópiaértelmezés szerint

$$S = k_\mathrm{B} \ln W,$$

ahol k_B a Boltzmann-állandó ($1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K), W pedig a lehetséges mikroállapotok száma. A kisebb entrópiához kevesebb mikroállapot tartozik, ezek szerint



3. ábra. Hasonló a *2. ábrához,* csak itt egymás mellé helyezett festékcseppek keverednek el, majd visszaforgatás után nagyjából elérik a kiinduló állapotukat.

$e^{700\,000} \approx 10^{300\,000}$-szer kevesebb. Az entrópia statisztikus értelmezése szerint, a fenti, spontán lehűlési folyamat bekövetkezési valószínűsége egy a $10^{300\,000}$-hez. Az alábbi példa szemlélteti, hogy ez a szám mennyire hatalmas.

Steven Weinberg *Az első három perc* című könyvében tette népszerűvé a végtelen sok majom és írógép tételét. A tétel úgy szól, ha nagyon sok csimpánzt ültetünk le egy-egy írógép elé, akkor a teljesen véletlenszerű, másodpercenkénti billentyűzetleütések mellett nagyon sok idő alatt véges valószínűséggel egyikük le fogja gépelni *Shakespeare* egyik drámáját. Érezzük, hogy bár ez véges idő alatt bekövetkezik, de valószínűsége nagyon kicsi. Vizsgáljuk meg, hogy mennyire kis érték!

Shakespeare leghosszabb drámája, a *Hamlet* – eltekintve az írásjelektől, nagybetűzéstől és a szóközöktől – nagyjából 130 000 karaktert tartalmaz. Az angol abcben 26 különböző betű szerepel, ezért az első betű helyes eltalálásának valószínűsége 1 a 26-hoz. Az első két betű helyes kombinációjára az esély 1 a 676-hoz ($26 \cdot 26$). Az első két sor, ami 50 betű, leütésére már csak $1{:}26^{50} \approx 1{:}10^{71}$ az esély.

Annak valószínűsége, hogy első próbálkozásra sikerüljön a teljes művet legépelni, $1{:}26^{130\,000} \approx 1{:}10^{184\,000}$. Vegyük észre, hogy az aránypárban szereplő rendkívül nagy szám még mindig kisebb, mint a porszemes példában kapott érték. Ha egy csimpánzt leültetünk egy írógép elé és az Univerzum teljes eddigi élete (körülbelül $4 \cdot 10^{17}$ másodperc) alatt gépel, akkor ilyen hosszúságú karaktersorozatot kapunk (hiszen másodpercenként egy karaktert üt le). Keressük meg annak valószínűségét, hogy e hosszú karaktersorozatban megjelenik a 130 000 karakter hosszúságú dráma! Ez a kérdés a binomiális eloszláshoz vezet, de tekintve a nagy számokat, Poisson-eloszlással jól közelíthető. E szerint annak valószínűsége, hogy k hosszúságú adott karaktersorozatot találunk egy N elemű véletlen sorozatban:

$$P(k) = 1 - \exp\left(-N \cdot 26^{-k}\right) \approx N \cdot 26^{-k} \approx$$
$$\approx 10^{-183\,983}.$$

Vegyük észre, hogy a valószínűség bár 17 nagyságrendet nőtt, a változás értéke mégis elenyésző az eredeti 184 000-es kitevőjűhöz képest. Végül, ha az Univerzum részecskéinek számával egyenlő, körülbelül $3 \cdot 10^{80}$ számú csimpánz folyamatosan egyszerre gépel, akkor annak valószínűsége, hogy az Univerzum eddigi élete során egyszer előfordul egy konkrét dráma valamelyikük szövegében, mindössze körülbelül $1{:}10^{183\,900}$-hoz. Kiszámítható, hogy a véletlen gépelésekből csupán mintegy 70 karakter hosszúságú egyezést remélhetünk ilyen sok csimpánz ($3 \cdot 10^{80}$) és ilyen hosszú idő ($4 \cdot 10^{17}$ s) alatt.

Irodalom

1. E. L. Hahn: Spin echoes. *Physical Review. 80* (1950) 580.
2. F. Mezei: Neutron Spin Echo and Polarized Neutrons. In *Neutron Inelastic Scattering 1977.* IAEA, Vienna (1978) p. 125.
3. https://www.youtube.com/watch?v=p08_KlTKP50
4. https://en.wikipedia.org/wiki/Taylor%E2%80%93Couette_flow