Budapesti Műszaki- és Gazdaságtudományi Egyetem

Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar

Fizika dolgozat

14. Váltakozó áramú áramkörök munkája és teljesítménye

Kovács Emese
Műszaki szakoktató hallgató
4-es tankör

2004. április 30.

Tartalomjegyzék

1. Munka és teljesítmény **1**

1.1. Munka 1

1.2. Teljesítmény 1

2. Váltakozó áram és feszültség, pillanatnyi teljesítmény **1**

2.1. Teljesítmény tisztán induktív vagy tisztán kapacitív ellenállás esetén 2

2.2. Az impedancia, pillanatnyi teljesítmény általános esetben 5

3. Gyakorlati szempont: középértékek, átlagos teljesítmény **7**

4. Látszólagos és meddő teljesítmény **9**

5. Hatásos és meddő ellenállás **10**

6. Amikor az itt tanultak megjelennek a gyakorlatban **11**

1. Munka és teljesítmény

1.1. Munka

A munka és a teljesítmény fogalmát ismerhetjük mechanikából. Ha a mechanika oldaláról közelítjük meg, a munka az elmozdulást okozó erő elmozdulással megegyező irányú komponense és a megtett út szorzata.

$$W = F \cdot cos\alpha \cdot l \tag{1}$$

A munka fogalmával találkozhatunk elektrosztatikában és elektrokinetikában is. Ekkor az E homogén elektromos tér által a q töltésű részecskére kifejetett erő munkája

$$W = q \cdot E \cdot h \tag{2}$$

ahol q a részecske töltése Coulombban, E az elektrosztatikus tér intenzitása ($N \cdot C^{-1}$) és h az E irányában megtett út.

A munkát kifejezhetjük a potenciálkülönbség segítségével is:

$$W = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q(V_A - V_B) = q \cdot U_{AB} \tag{3}$$

A töltést kifejezhetjük a definíciója alapján az áramerősség és az idő függvényében is:

$$q = I \cdot t \tag{4}$$

Ebből az következik, hogy

$$W = I \cdot t \cdot (V_A - V_B) = I \cdot t \cdot U_{AB} \tag{5}$$

1.2. Teljesítmény

Mechanikából ismerős teljesítmény az adott idő alatt végzett munka.

$$P = \frac{W}{t} \tag{6}$$

A elektromosság terén sincs ez másképp, egy kétpólusú fogyasztó számára elérhető (általa kapott) teljesítményt a következőképpen írhatjuk fel:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{I \cdot t \cdot U_{AB}}{t} = I \cdot U_{AB} \tag{7}$$

2. Váltakozó áram és feszültség, pillanatnyi teljesítmény

A villamos áram töltéshordozó részecskék (pl. szabad elektronok a fémekben) rendezett mozgása. Ha ez a rendezett mozgás egyirányú, akkor *egyenáramról* beszélünk. Ha a vezetőn áthaladó töltések száma időben állandó, akkor *időben állandó egyenáramról* van szó. Ha a részecskék mozgása egyirányú, de a vezetőn áthaladó részecskék mennyisége időben nem állandó, akkor *változó egyenárammal* állunk szemben.

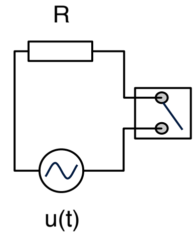
Váltakozó áramról akkor beszélhetünk, ha a töltéseket hordozó részecskék vándorlási sebessége szabályos időközönként változik, ismétlődő mintát mutat és eközben az áramlá iránya is megváltozik. A váltakozó áram tulajdonságai a periódusideje (T), az áramerősségének csúcsértéke I_{MAX} és a kezdeti fázisszöge (ϕ_0)).

A gyakorlatban gyakran találkozunk sinuszos váltakozó árammal. A szinuszos váltakozó áram időfüggvénye:

$$i(t) = I_{MAX} \cdot \sin(\omega t + \phi_0) \tag{8}$$

Vizsgáljuk a feszültség alakulását tisztán ohmos ellenállás esetén. Az Ohm törvény érvényes a pillanatnyi értékekre, így:

$$u(t) = R \cdot i(t) \tag{9}$$
$$u(t) = R \cdot I_{MAX} \cdot \sin(\omega t + \phi_0) \tag{10}$$



Tisztán ohmos ellenállás

$R \cdot I_{MAX}$ a tisztán ohmos ellenálláson eső feszültség.

$$u(t) = U_{max} \cdot \sin(\omega t + \phi_0) \tag{11}$$

A szinusz függvény argumentumából látszik, hogy tisztán ohmos ellenállás esetén nincs fáziseltérés az áram és a feszültség között t_0=0 időpillanatban mindkét szinusz függvény értéke 0.

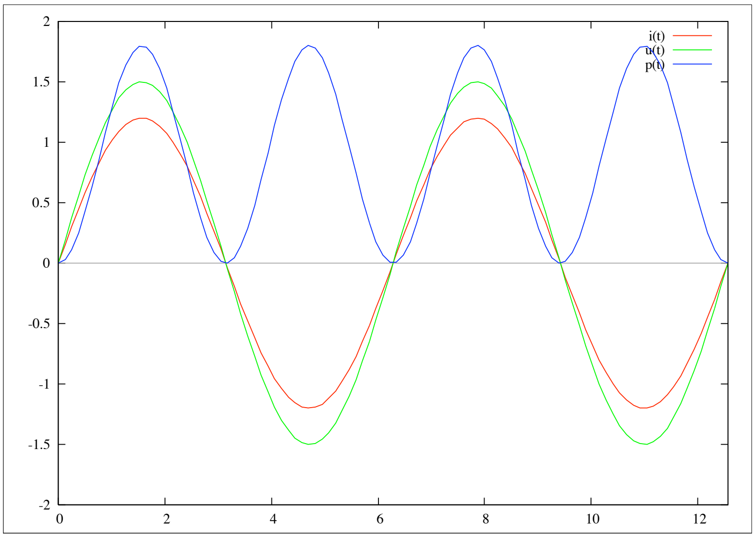
A pillanatnyi teljesítmény a pillanatnyi feszültség és a pillanatnyi áramerősség szorzatából számítható.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \tag{12}$$

A 1. ábra ábra szemlélteti, hogy azonos fázisszög esetén a teljesítmény nulla és $U_{max} \cdot I_{MAX}$ között szinuszosan változik, hiszen az $u(t)$ és $i(t)$ függvények mindig egyszerre váltanak előjelet.

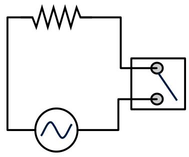
2.1. Teljesítmény tisztán induktív vagy tisztán kapacitív ellenállás esetén

Kvalitatív vizsgálatok megmutatják [5, 530. o.], hogy míg adott tisztán ohmos (R) ellenállás esetén váltakozó és egyenfeszültség ($U_{eff} = U_e$) esetén ugyanolyan hatást észlelünk, ugyanakkora áram folyik az áramkörben. Ha az ohmos ellenállást lecseréljuk önindukciós tekercsre, azt figyelhetjük meg, hogy azonos effektív értékű váltakozó áram esetén kisebb áram folyik az áramkörben. Megfigyelhető, hogy az önindukciós tekercs által kifejtett ellenállás a tekercs induktivitásával és az áram frekvenciájával arányosan nő. Ha a tekercs helyett kondenzátort iktatunk az áramkörbe, azt figyelhetjük meg, hogy váltakozó áram esetén a kondenzátor kisebb ellenállást fejt ki, az áramkörben nagyobb áram folyik. A kondenzátor ellenállása annál kisebb, minél nagyobb a kapacitás és a frekvencia.



1. ábra. Teljesítmény tisztán ohmos ellenállás esetén

Ideális feszültségforrás és tekercs esetén:



$$u(t) = U_{max} \sin \omega t \tag{13}$$

és

$$u(t) = L\frac{dI}{dt} \tag{14}$$

(lásd Farady féle indukciós törvény [5, 474. o.])

Ebből $i(t)$-t kifejezve:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int u(t)\, dt \tag{15}$$

Helyettesítsük be az $u(t)$ időfüggvényt:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int U_{max} \sin \omega t\, dt \tag{16}$$

Emeljük ki a konstans U_{max} -ot:

$$i(t) = \frac{U_{max}}{L} \int \sin \omega t\, dt \tag{17}$$

Helyettesítsük az integrált a $\sin \omega t$ primitív függvényével $(-\frac{1}{\omega} \cos \omega t + C)$ [6, T3-T4]

$$i(t) = -\frac{U_{max}}{L} \cdot \frac{1}{\omega} \cos \omega t \tag{18}$$

Mivel a $\cos(t) = -\sin(t - \frac{\pi}{2})$

$$i(t) = \frac{U_{max}}{\omega L} \cdot \sin \omega (t - \frac{\pi}{2}) \tag{19}$$

Ebből az egyenletből két dolog következik:

(i)

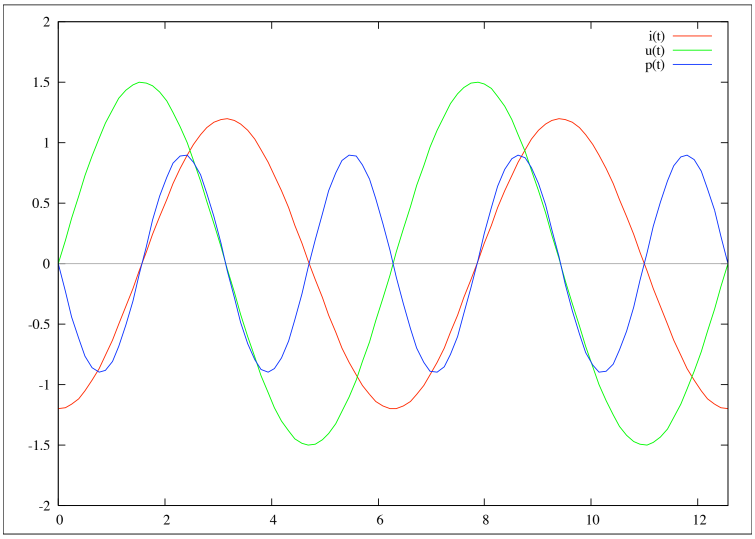
$$I_{max} = \frac{U_{max}}{\omega L} \text{ azaz } U_{max} = \omega L I_{max} \tag{20}$$

Az Ohm törvény analógiájára bevezetjük az X_L mennyiséget, az induktív ellenállást vagy induktanciát:

$$X_L = \omega L \tag{21}$$

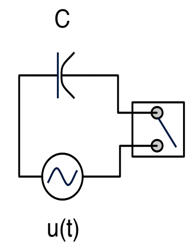
(ii) Ha összehasonlítjuk az $i(t)$ és $u(t)$ függvényeket, észrevehetjük, hogy a szinusz függvény argumentumában eltérés tapasztalható. Az $i(t)$ függvény nincs fázisban az $u(t)$ feszültséggel, $i(t)\frac{\pi}{2}$-vel később éri el a csúcsértékét.

Ha ebben az esetben vizsgáljuk a teljesítményt, észrevehetjük, hogy a fáziskülönbség miatt $p(t)$ nem mindig pozitív. Ha $u(t)$ és $i(t)$ előjele különbözik, szorzatuk negatív lesz.



2. ábra. Teljesítmény induktiv reaktancia esetén

Hasonló módszerrel ideális feszültségforrást (feszültsége u(t)) és ideális kapacitív fogyasztót (kapacitása C) vizsgálva levezethetjük, hogy ha:



Tisztán kapacitív ellenállás

$$u(t) = U_{max} \sin \omega t \tag{22}$$

akkor:

$$i(t) = U_{max} \cdot C\omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \tag{23}$$

Innen:

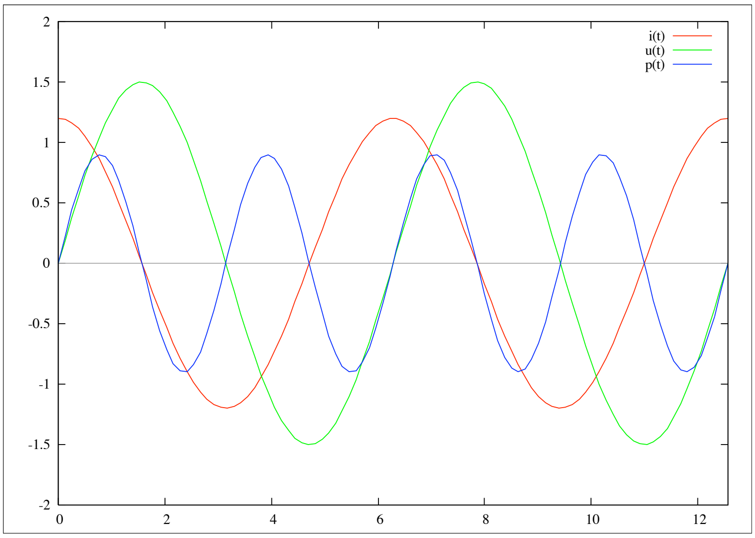
(i)

$$I_{max} = C\omega U_{max} \text{ azaz } U_{max} = \frac{1}{C\omega} I_{max} \tag{24}$$

Bevezethetjük az X_C mennyiséget, a kapacitív ellenállás vagy kapacitanciát:

$$X_C = \frac{1}{C\omega} \tag{25}$$

(ii) Ebben az esetben is megállapíthatjuk az u(t) és i(t) függvényekből, hogy a feszültség és az áram nincs fázisban. Tisztán kapacitív ellenállás esetén az áram „siet”, $i(t)$ $\frac{\pi}{2}$-vel előbb éri el I_{max}-ot mint $u(t)$ U_{max}-ot.

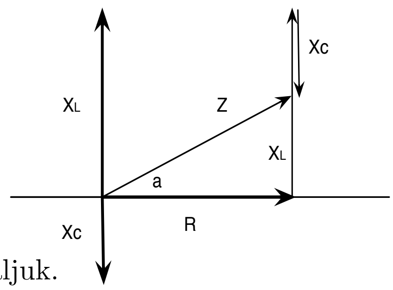


3. ábra. Teljesítmény kapacitív reaktancia esetén

Mivel kapacitív ellenállás esetén is van fáziseltérés a feszültség és az áram között, itt is lesz olyan időpillanat, amikor u(t) és i(t) előjelei eltér. Ekkor p(t) negatív.

Amikor $p(t) > 0$, a generátor teljesítményt ad át a fogyasztónak, a fogyasztóban ez a teljesítmény egy része hővé és/vagy hasznos munkává alakul, más része felhalmozódik a fogyasztóban elektromos vagy mágneses terében, így potenciális emergiát képez. Amikor $p(t) < 0$, a fogyasztó ezt a felhalmozott energiát szolgáltatja vissza.

2.2. Az impedancia, pillanatnyi teljesítmény általános esetben



Fontos megjegyezni, hogy a valóságban a fogyasztók ellenállása nem tisztán ohmos, kapacitív vagy induktív (pl. a tekercsnek van az induktancián kívül ohmos ellenállása is, vagy nem csak egy komponens viselkedését vizsgáljuk, hanem olyan áramkörökét, amelyekben találhatók ellenállások, tekercsek és kondenzáorok is). Ilyenkor a számításokhoz a fent bemutatott ellenállások eredőjét használjuk, az impedanciát. Az impedancia vektormennyiség, számításához a jobb oldalon található vekorábrát használjuk. Az impedancia (Z) határozza meg, hogy az u(t) feszültség és az i(t) áram között mekkora a fáziseltérés (az ábrán a-val jelölve, R és Z vektorok által bezárt szög). A vektorok nagyságát a fent meghatározott képletek adják:

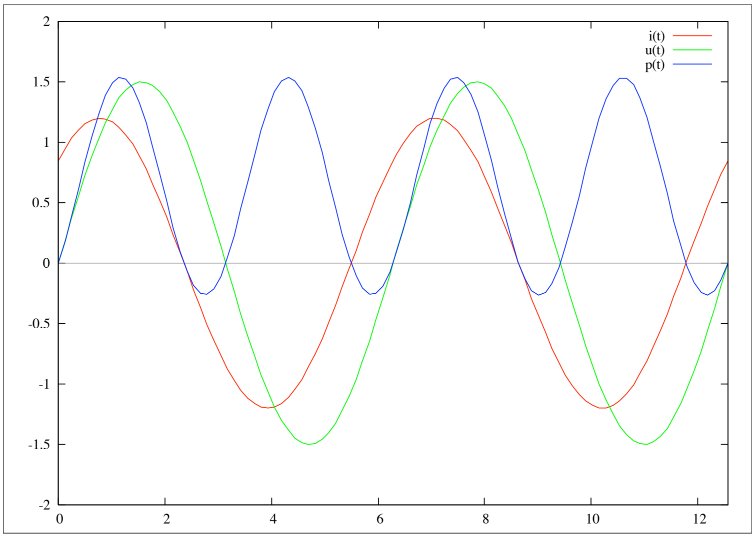
$$X_L = \omega L \qquad X_C = \frac{1}{C\omega} \tag{26}$$

A pillanatnyi teljesítmény általános esetben, tetszőleges fázisszögnél ($-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$):

$$u(t) = U_{max} \sin \omega t \tag{27}$$
$$i(t) = I_{max} \sin(\omega t - \phi) \tag{28}$$
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_{max} \sin \omega t \cdot I_{max} \sin(\omega t - \phi) \tag{29}$$
$$p(t) = U_{max} \cdot I_{max} \sin \omega t \sin(\omega t - \phi) \tag{30}$$

A további átalakításhoz a $2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ összefüggést használjuk fel.

$$p(t) = \frac{1}{2} U_{max} \cdot I_{max} [2 \sin \omega t \sin(\omega t - \phi)] \tag{31}$$
$$p(t) = \frac{1}{2} U_{max} \cdot I_{max} [\cos(\omega t - \omega t - \phi) - \cos(\omega t + \omega t - \phi)] \tag{32}$$
$$p(t) = \frac{1}{2} U_{max} \cdot I_{max} [\cos(-\phi) - \cos(2\omega t - \phi)] \tag{33}$$
$$p(t) = \frac{1}{2} U_{max} I_{max} \cos \phi - \frac{1}{2} U_{max} I_{max} \cos(2\omega t - \phi) \tag{34}$$
$$\tag{35}$$



4. ábra. Teljesítmény általános esetben ($\phi = \frac{\pi}{4}$)

Látható, hogy a pillanatnyi teljesítény két tagból áll, az egyik csak ϕ-től függ, a másik pedig a frekvenciától is ($\omega = 2\pi f$). Az áram adott idő alatt (pl. egy periodus) végzett munkáját a p(t) görbe alatti (amikor p(t) negatív, akkor a görbe feletti) terület adja meg.

$$W_0^T = \int_0^T p(t)\,dt \tag{36}$$

3. Gyakorlati szempont: középértékek, átlagos teljesítmény

A gyakorlatban nem a feszültség, áramerősség vagy teljesítmény pillanatnyi értékére vagyunk kíváncsiak, ennek mérése voltmérővel pl. elég körülményes lenne – gondoljunk bele, a villamoshálózatban jelenlévő jel másodpercenként 100-szor vált előjelet. Szükségünk van tehát egy olyan értékre, amely jól jellemzi a váltakozó mennyiséget. Ilyen értékek a különböző középértékek: a váltakozó áram *egyszerű középértéke*, a váltakozó áram *effektív középértéke* és a váltakozó áram *abszolutértékének egyszerű középértéke*. Ezek közül leggyakrabban az effektív középértéket használjuk.

Ha az i(t) a váltakozó áram egy periódus alatt W_T munkát végez az R ellenálláson, akkor I_{eff} annak az egyenáramnak a mértéke, amely ugyanannyi idő alatt (T) ugyanannyi munkát végez ($W_{I_{eff}} = UIT = RI^2T$). Tehát:

$$W_T = \int_0^T i^2 R\,dt = I_{eff}^2 RT \tag{37}$$

Ebből:

$$R\int_0^T i^2\,dt = I_{eff}^2 RT \tag{38}$$

$$\int_0^T i^2\,dt = I_{eff}^2 T \tag{39}$$

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt \tag{40}$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt} \tag{41}$$

Ha $i(t) = I_{max}\sin\omega t$, akkor I_{eff}:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_{max}^2 \sin^2\omega t\,dt} \tag{42}$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T}\int_0^T \sin^2\omega t\,dt} \tag{43}$$

A $cos2x = cos^2x - sin^2x$ azonosság felhasználásával:

$$sin^2\omega t = (cos^2\omega t - \cos 2\omega t) \tag{44}$$

A $cos^2 x + sin^2 x = 1$ azonosság felhasználásával:

$$sin^2\omega t = ((1 - sin^2\omega t) - \cos 2\omega t) \tag{45}$$
$$sin^2\omega t + sin^2\omega t = 1 - \cos 2\omega t \tag{46}$$
$$2sin^2\omega t = 1 - \cos 2\omega t \tag{47}$$
$$sin^2\omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) \tag{48}$$

Tehát:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T} \int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)\, dt} \tag{49}$$
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T} \frac{1}{2} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t)\, dt} \tag{50}$$
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T} \frac{1}{2} \left(\int_0^T 1\, dt - \int_0^T \cos 2\omega t\, dt \right)} \tag{51}$$
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T} \frac{1}{2} \left([t]_0^T - \left[\frac{1}{\omega} \sin \omega t \right]_0^T \right)} \tag{52}$$
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T} \frac{1}{2} \left([T - 0] - \left[\frac{1}{\omega} \sin \omega T - \frac{1}{\omega} \sin \omega 0 \right] \right)} \tag{53}$$
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T} \frac{1}{2} \left(T - \left[\frac{1}{\omega} \sin \omega T - 0 \right] \right)} \tag{54}$$
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{T} \frac{1}{2} (T)} \tag{55}$$
$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{2}} \tag{56}$$
$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \tag{57}$$

Ugyanígy megállapíthatjuk, hogy:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \tag{58}$$

Az effektív értékek ismeretében meghatározhatjuk az átlagos teljesítményt is:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt \tag{59}$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}U_{max}I_{max}\cos\phi - \frac{1}{2}U_{max}I_{max}\cos(2\omega t-\phi)\,dt \tag{60}$$

$$P = \frac{U_{max}I_{max}}{2T}\int_0^T \cos\phi - \cos(2\omega t-\phi)\,dt \tag{61}$$

$$P = \frac{U_{max}I_{max}}{2T}\left(\int_0^T \cos\phi\,dt - \int_0^T \cos(2\omega t-\phi)\,dt\right) \tag{62}$$

$$P = \frac{U_{max}I_{max}}{2T}\left(\cos\phi(T-0) - \sin(2\omega T-\phi) + \sin(2\omega 0-\phi)\right) \tag{63}$$

$$P = \frac{U_{max}I_{max}}{2T}\left(T\cos\phi - \sin(2\omega T-\phi) + \sin(-\phi)\right) \tag{64}$$

$$\omega = 2\pi\frac{1}{T} \tag{65}$$

$$P = \frac{U_{max}I_{max}}{2T}\left(T\cos\phi - \sin(4\pi\frac{1}{T}T-\phi) + \sin(-\phi)\right) \tag{66}$$

$$P = \frac{U_{max}I_{max}}{2T}\left(T\cos\phi - \sin(4\pi-\phi) + \sin(-\phi)\right) \tag{67}$$

$$P = \frac{U_{max}I_{max}}{2T}\left(T\cos\phi\right) \tag{68}$$

$$P = \frac{1}{2}U_{max}I_{max}\left(\cos\phi\right) = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}\left(\cos\phi\right) \tag{69}$$

$$P = U_{eff}I_{eff}\left(\cos\phi\right) \tag{70}$$

Adott I_{eff} és U_{eff} mellett akkor a legnagyobb az *átlagos vagy hatásos teljesítmény*, ha $cos\phi = 1$ azaz $\phi = 0$, vagyis az áram és a feszültség fázisban van. Ha az áram és a feszültség között $\frac{\pi}{2}$ a fázis eltérés, P értéke nulla (hiszen $\cos\frac{\pi}{2} = 0$). $\phi = \frac{\pi}{2}$ eléréséhez a feljebb vizsgált tökéletes kondenzátor vagy tökéletes önindukciós tekercs kellene. A valóságban nem lehet teljesítmény nélküli áramot előállítani. A P hatásos teljesítmény mértékegysége a Watt.

A szinuszos váltakozó áram hatásos munkáját felírhatjuk a hatásos teljesítmény és a munkavégzés ideje szorzataként:

$$W = Pt = I_{eff}U_{eff}t\cos\phi \tag{71}$$

A hatásos teljesítményt meg kell különböztetni a *hasznos teljesítménytől.* A hatásos teljesítménynek csak egy része hasznos a feladatvégzés szempontjából, a többi veszteség (pl. hő).

4. Látszólagos és meddő teljesítmény

A látszólagos teljesítmény definíciója ($\cos\phi = 0$):

$$P_l = U_{eff}I_{eff} \tag{72}$$

Mértékegysége: Volt Amper (VA)

A látszólagos és a hatásos teljesítmény viszonya:

$$\frac{P}{P_l} = \frac{U_{eff} I_{eff} \cos\phi}{U_{eff} I_{eff}} = \cos\phi \tag{73}$$

$\cos\phi$ -t ekkor teljesítménytényezőnek nevezzük, azt fejezi ki, hogy az effektív feszültséget és az effektív áramot mennyire használjuk fel teljesítmény termelésére.

Mint már korábban láttuk, a pillanatnyi teljesítmény egy állandó és egy lengő részből tevődik össze:

$$p(t) = U_{eff} I_{eff} \cos\phi - U_{eff} I_{eff} \cos(2\omega t - \phi) \tag{74}$$

$$p(t) = U_{eff} I_{eff} \cos\phi - U_{eff} I_{eff} [\cos 2\omega t \cdot \cos\phi + \sin 2\omega t \sin\phi] \tag{75}$$

$$p(t) = U_{eff} I_{eff} \cos\phi - U_{eff} I_{eff} \cos\phi \cdot \cos 2\omega t - U_{eff} I_{eff} \sin\phi \sin 2\omega t \tag{76}$$

Ebből:

$$p(t) = U_{eff} I_{eff} \cos\phi (1 - \cos 2\omega t) - U_{eff} I_{eff} \sin\phi \sin 2\omega t \tag{77}$$

A p(t) kifejezés első tagja a lengő teljesítmény, akkor is fellép, ha $\cos\phi = 1$ ($\phi = 0$), azaz az áram és a feszültség fázisban van. A második tag a meddő teljesítmény, $\sin\phi = 0$ ($\phi = 0$) esetén értéke nulla, azaz nincs meddő teljesítmény, amikor az áram és a feszültség fázisban van.

$$P_m = U_{eff} I_{eff} \sin\phi \tag{78}$$

$$p(t) = P(1 - \cos\omega 2t) - P_m \sin 2\omega t \tag{79}$$

A meddő teljesítmény mértékegysége: VAR (volt-amper reaktív)

A három teljesítményfajta (hatásos, meddő és látszólagos) között négyzetes összefüggés van:

$$P_l^2 = P^2 + P_m^2 \tag{80}$$

5. Hatásos és meddő ellenállás

Az impedanciát felírhatjuk az effektív feszültség és az effektív áramerősség hányadosaként is.

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \tag{81}$$

Mivel

$$P = U_{eff} I_{eff} \cos\phi \tag{82}$$

felírhatjuk, hogy:

$$P = I_{eff}^2 Z \cos\phi \tag{83}$$

$Z\cos\phi$ a hatásos ellenállás, R_h. Ugyanezt a meddő teljesítményre felírva beláthatjuk, hogy $Z\sin\phi$ a meddő ellenállás, X. P kifejezéséből látható, hogy teljesítményt csak R_h vesz fel, X nem.

6. Amikor az itt tanultak megjelennek a gyakorlatban

A váltakozó feszültséggel gyakran találkozhatunk a mindennapokban, hiszen a hálózati aljzatokból a mindenki számára ismerős „220V”[1] áll rendelkezésünkre. A hálózati váltakozó áram szinuszosan változik, hasonlóan a feljebb bemutatott példákhoz. Ez azzal magyarázható, hogy a váltakozó áramot generátorokkal, forgó mozgás hatásaként állítják elő (váltakozó mágneses mező). Ezzel ellentétben az egyenáramot kémiai reakciókból lehet előállítani. A villamoshálózatok elterjedésekor (Edison, Tesla és Steinmetz idejében) a villamosenergia mindkét változatának alkalmazására történtek kísérletek, de végül a váltakozó áram bizonyult „felhasználóbarátabbnak”. A villamosenergia szállításához nagy feszültségre van szükség (a vezeték ohmos ellenállása és a Joule effektus miatt), váltakozó feszültséget pedig egyszerű „feltranszformálni” a szállításhoz, majd a fogyasztói végpontokhoz közeledve ismét csökkenteni a feszültséget.

Fent bemutattuk, hogy az az ideális eset, amikor az áram és a feszültség fázisban van, $\cos(\phi) = 1$, a hatásos teljesítmény ekkor a maximális. Láttuk azt is, hogy ϕ az áramkörbe kötött fogyasztó impedanciájától függ (az R, X_C és X_L komponensektől). A fogyasztók lehetnek kapacitív vagy induktív jellegűek. A nagy reaktív ellenállású berendezések un. fázisjavító áramkört tartalmaznak, így billentik helyre X_C és X_L egyensúlyát, és tartaják ϕ -t a lehető legkisebb értéken.

Hivatkozások

[1] Guy Fontaine et al. *Sciences Physiques* 1^{res} *S.E.*
Nathan, Paris - France, 1991.

[2] Calibra könyvek *Fizika - Mechanika*
Műszaki könyvkiadó, Budapest, 2003.

[3] Calibra könyvek: *Fizika - Elektromosság, mágnesesség*
Műszaki könyvkiadó, Budapest, 2002.

[4] Hevesi György *Villamosságtan*
Műszaki könyvkiadó, Budapest, 1992.

[5] Hevesi Imre *Elektromosságtan*
Nemzeti tankönyvkiadó, Budapest, 1998.

[6] Ross L. Finney - George B. Thomas, Jr *Calculus - Second Edition*
Addison-Wesley Publishing Company, Menlo Park, California, USA, 1994.

Függvények ábrázolása: Gnuplot program (http://www.gnuplot.info/)
Áramkörök rajzolása: OmniGraffle program (http://www.omnigroup.com/applications/omnigraffle/)

[1] Az európai kontinensen a közelmúltban még 220-240V között U_{eff} hálózati feszültséget használtak. A hálózatok szabványosítására való törekvés keretében a „220V” néhány éve nálunk is 230V